✓کارنیل، بزرگترین شبکه موفقیت ایرانیان می باشد، که افرادی زیادی توانسته اند با آن به موفقیت برسند، فاطمه رتبه ۱۱ کنکور کارشناسی، محمد حسین رتبه۶۸ کنکور کارشناسی، سپیده رتبه ۳ کنکور ارشد، مریم و همسرش راه اندازی تولیدی مانتو، امیر راه اندازی فروشگاه اینترنتی،کیوان پیوستن به تیم تراکتور سازی تبریز، میلاد پیوستن به تیم صبا، مهسا تحصیل در ایتالیا، و..... این موارد گوشه از افرادی بودند که با کارنیل به موفقیت رسیده اند، شما هم می توانید موفقیت خود را با کارنیل شروع کنید.

برای پیوستن به تیم کارنیلی های موفق روی لینک زیر کلیک کنید.

www.karnil.com

همچنین برای ورود به کانال تلگرام کارنیل روی لینک زیر کلیک کنید.

https://telegram.me/karnil

انتشارات دانشگاه مشهد شماره ۱۸

دورهٔ کامل

نجوم

جلد اول

مثلثات کروی، منظرهٔ آسمان، حرکت یومی، دستگاههای مختصات و روابط بین آنها
حرکت ظاهری خورشید، زمان

نگارش

محمد علی سعادت

استاد دانشگاه - دکتر در علوم ریاضی

چاپخانه دانشگاه مشهد ۱۳۴۷

بنــام خــدا

مقدمه

دوره‌ای بزرگ و مراحل مهم علم نجوم

پیشرفتها و اکتشافات شگرف زمان‌حاضر در علم نجوم که بعضی از آنها بنظر تخیلی‌میآید و برخی دیگر پیاده شدن و سکونت بشررا درماه و سیارات نوید میدهد بی‌شك مدیون زحمات و کوششهای بیدریغ و طاقت فرسای عدهٔ زیادی‌از علمای این علم میباشد که ممکن است نام عده‌ای از آنان در بوتهٔ فراموشی افتاده باشد ، اینك برای پرکردن این خلا و ربط گذشته و حال علم نجوم و برای آنکه نشان دهیم‌که چگونه در طول تاریخ علم نجوم تکمیل شده است مراحل مختلف اکتشافات این علم را بطورخلاصه ذکر میکنیم .

یقین است‌که علم نجوم دارای ریشه بسیار کهن میباشد حتی‌انسان درعصرحجرنیز اطلاعات نجومی داشته است و سنگچینهائیکه از این‌عهدباقی مانده است نقاط و امتدادهائی را مشخص میکند که از روی آن مواضع طلوع خورشید در هنگام اعتدالین و یا انقلابین مشخص‌میشود پس از تملك مزارع و گلهٔ حیوانات توجه بشربسوی آسمان معطوف گردید و درآنموقع هنوز پدیده‌های روی سطح زمین مورد مطالعه قرارنگرفته بود زیرا برای اینکار احتیاج به‌اندازه‌گیری‌های کمی بود که هنوز انسان برای آن‌مهیا نشده بود بالعکس‌بموجب‌مدارکی‌که از تمدن های بسیارکهن باقی مانده است آنها حرکات‌منظم ستارگان را بادقت زیاد و باروشی‌که لازمهٔ

تحقیق در یك علم واقعی است تحت مطالعه قرار داده‌اند و بالاخره پس از چندین قرن بعد باپیدایش سایر علوم نجوم مهیای پیشرفت سریع گردید و مردم فراگرفتندکه رصدکنند و اندازه‌گیری نمایند و نتایج را مورد مطالعه قرار دهند در نتیجه حوادث فلکی برای اولین‌بار باعلائم و اعداد مشخص شد و در فورمولها واردگردید و بدین ترتیب روش علوم تجربی ابتدا در نجوم بکار رفت و سپس این روش در علوم‌فیزیك و شیمی ، زیست شناسی ، و بالاخره در طب و روانشناسی و جامعه شناسی بکاررفت‌و چهره جهان راعوض‌کرد **هانری‌پوانکاره**(۱) می‌گوید «روح درك طبیعت را علم نجوم بانسان داده است» .

تاریخ‌علم‌نجوم‌را میتوان بچهار دوره تقسیم‌نمود: اول دوره‌قدیم که‌آغازآن نامعلوم‌است‌و در اواسط قرن شانزدهم میلادی ختم میشود . دوم‌دوره‌جدید که‌ازاواسط قرن‌شانزدهم‌تااواسط قرن ۱۹ . سوم دورهٔ معاصر نزدیك از نیمه قرن نوزدهم تااوایل قرن بیستم . چهارم دورهٔ معاصر. بایددانست‌که این دوره‌هارا نمیتوان بطور دقیق ازهم مجزا نموده وهردودوره‌متوالی‌حد فاصل مشخصی ندارد و اینك درهریك از این دوره‌ها اکتشافات مهم و نام مکتشفین مربوطه را ذکر میکنیم :

دوره قدیمــ همانطور که ذکر شد تعیین‌تاریخ شروع این دوره کار مشکلی است ومی‌توان تصور نمودکه اولین ستاره شناسان شبانان بوده‌اند ، اولین اسنادی‌که بطور مبهم شامل نکات مقدماتی نجومی از قبیل نقاط و صفحات اصلی‌معموله در علم نجوم میباشدلوحه‌های متعلق به آسوریها و کلدانیها میباشدکه مربوط به ۶۰۰۰سال قبل است . اهرام مصرکه ۳۰۰۰ سال قبل بنا شده‌اند دقیقاً جهت یابی شده‌اند و ابعادآنهاشامل‌نسبتهای‌هندسی است‌که اکثرآنها اعدادیرا بدست میدهندکه بابعضی از اکتشافات نجومی‌تطابق مینمایند که نمیتوان آنها را صرفاً یك تصادف دانست . یك سند پرارزش ازکلدانیان‌بدست آمده است‌که مربوط به رصد **مخسوف** واقع بین سالهای ۷۱۹ و ۷۲۰ قبل از میلاد است و **بطلیموس**(۲) برای تدوین **نظریه** خود دربارهٔ حرکت ماه ازآن استفاده نموده است کلدانیان‌شاخص‌آفتابی را می‌شناختند و میدانستند که ماه و خورشید دریك منطقه معین آسمان موسوم به منطقةالبروج حرکت میکند ، علاوه براین آنها سیارات عطارد ، زهره ، مریخ ، مشتری و زحل را می‌شناختند ولی آنها تفهمیده بودندکه ستاره زهره گاهی در اول شب درطرف‌مغرب وگاهی قبل از طلوع‌آفتاب در طرف

1- Henri Poincaré   2- Ptolémée

مشرق دیده میشود و آنرا دوسیاره متمایز ازهم‌میدانستند . در مورد عطارد نیز بهمین ترتیب اشتباه میکردند .

مصریها تعداد زیادی خسوف وکسوف رارصد کرده و علت ایجاد این حوادث را بیان کرده‌اند . پلوتارك (۳) نوشته است که مصریهامیدانستند که هنگامیکه ماه ، بین زمین‌وخورشید قرار گیرد جلو نورخورشید را گرفته و تقریباً خورشید از نظر محو میشود وکسوف حاصل میگیرد. همچنین دیوجانس(٤) میگویدکه بعقیده مصریان در هنگام خسوف ماه در سایه زمین قرار گرفته و مخفی میشود . بالاخره دیودر از اهالی سیسیل روایت میکند که مصریها خسوف وکسوف را پیش‌بینی میکردند و بدون اشتباه‌معین میکردند که چه زمانی این حوادث ظاهر میشود . از بین آلاتی که در نجوم بکار می‌بردندمیتوان شاخص و ساعت‌آفتابی ، دایره نصف النهاری ، سمت یاب ، نمونه کرهٔ‌آسمان و ساعت‌آبی را نام برد .

اولین منجم یونانی تالس(٤) بوده است که در ٦٤٠ قبل از میلاد متولد شده است ، تالس برای تحصیل نجوم به‌مصر رفت و پس از مراجعت بکشور خویش مدرسه‌ایونی‌را تأسیس کرد و درآنجا علل تولید خسوف وکسوف و میل‌دایرةالبروج وتجرد وکرویت‌زمین‌را می‌آموخت و ضمناً او معتقد بودکه ستارگان از تراکم تدریجی ذرات بسیار ریز و سبك که از ابتدا تمام فضای عالم را پر کرده است تولید میشود .

متاسفانه یکی از شاگردان تالس بنام‌اناکسیماندر(٦) (٦١٠ تا ٥٤٧ ق‌م) که پس از او سرپرستی مدرسه را بعهده گرفت نظریه افلاك‌بلورین را پیش‌آورد اوعقیده داشت که‌آسمان مانند یك کره بلوری است که برسطح‌آن ستارگان مانند میخهای نقره‌ای کوبیده شده‌باشند و این عقیده تا قرن شانزدهم در افکار بسیاری ازمنجمین باقی بود ، بااینهمه بعضی از تصورات وی تااندازه‌ای بحقیقت نزدیك بود . او میگفت «زمین د مرکز جهان قرارگرفته و به چیزی تکیه ندارد ، وضع هرقسمت در سطح زمین نسبت‌به کرهٔ بلوری‌که آنرا احاطه‌کرده است یکسان میباشد ، چون زمین در حال تعادل است هیچدلیلی وجود نداردکه زمین درآسمان درامتداد خاصی حرکت‌کرده و از یکطرف جهان بطرفدیگر برود» .

3- Plutarque .

4- Diogène .

5- Thalès .

6- Anaximandre .

یکی دیگـر از شاگردان تالس بنـام **فیثاغورث**(۷) که در حدود ۵۸۳ قبل از میلاد در ساموس متولد شده است بنا بتوصیه استاد برای تکمیل مطالعات خود به مصر رفت و پس از آنکه اسرار کاهنان مصری را فرا گرفت به کشور خود باز گشت و در **کروتن**(۹) مکتب فیثاغورثی را بنا نهاد ، اما در نتیجهٔ مبارزه شدیدیکه بین مردم و طبقه اشراف مالك وحامی مکتب او در گرفت مجبور شد که از آنجا فرار کرده وبه **تارانت**(۱۰) واقع در ایتالیا پناهنده شود و در آنجـا نیز همچنانکه بعضی از مورخان روایت کرده‌اند تعلیمات مکتب خودرا از سر گرفت ، تعالیم فیثاغورث بتدریج بوسیله شاگردانش نظیر **فیلولائوس**(۱۱) (حدود ٤٥٠ ق م) توسعه یافت و تکمیل شد بقسمی که اغلب مشکل است تشخیص دهیم کدامیك از قضایا توسط خود فیثاغورث بیان شده است .

فیثاغورثیان مطالب زیر را تعلیم میدادند :

زمین و خورشید کروی هستند ، خورشیدروی کره سماوی دایرهٔ عظیمه‌ای طی میکند موسوم بـه دایره خسوف و کـسوف و صفحـه این دایـره بـا صفحه استوا زاویـه‌ای می‌سازد . ماه جسمی است نظیر زمین ، و همچنین میتوان تصور کرد که آنان معتقد بوده‌اند که سیارات و دنباله داران بدور خورشید حرکت میکنند .یکی از آنان بنام **دموکریت**(۱۲) (متولد در حدود ٤۷۰ ق م) عقیده درستی در بارهٔ کهکشان بیان نمود و گفت که کهکشان از مجموعهٔ بسیار زیادی از ستارگان تشکیل شده است که در فاصلهٔ بسیار دوری از ما قرار دارند ، در همین زمان **متن**(۱۳) و **اکتمن**(۱٤) برای آنکه یك ترتیب منظمی برای اعیاد یونانی مشخص نمایند محقق نمودند که در ۱۹ سال شمسی ماه ۲۳۵ گردش کامل انجام میدهد و مجدداً این دوره تکرار میشود ، دورهٔ مذکور بنام دورهٔ متن اشتهار یافت و درتمام شهرها و متصرفات یونان منتشر شد و اعداد مربوطه را با حروف طلائی روی ساختمانهای عمومی ثبت نمودند بدینجهت این اعداد موسوم به اعداد طلائی گردید .

فیثاغورثیان همچنین مبتکر علم هندسه استدلالی میباشند کـه در آن سلسله قضـایا با

7- Pythagore . 8- Samos

9- Crotone . 10- Tarente .

11- Philolaüs . 12- Démocrite .

13- Méton . 14- Euctémon .

استدلالهای منطقی بیان شده است . در حقیقتچهار مقاله هندسه اقلیدس براساس تحقیقات هندسی فیثاغورثیان تدوین شده است .

علاوه برمطالعات نجومی و علمی فیثاغورثیان عقاید فلسفی و اخلاقی عالی دارا بوده‌اند. باهمه این نظرات عالی که فیثاغورثیان داشتندمایه تأسف است‌که آنان معتقد بودندکه برجهان قوانین ابدی اعداد و اشکال حکومت میکندیعنی‌دایره‌را شکل کامل‌هندسی وسرعت‌یکنواخت را حدکمال یك‌متحرك‌دانسته ومیگفتند که‌چون‌جهان از کمال کامل برخوردار است پس مسیر حرکت اجرام سماوی دایره بوده و با سرعت‌یکنواخت حرکت میکنند هرچند که ظاهر این حرکات چنین مشهود نشود و برای رفع‌عدم تطابق مشاهدات باحرکت یکنواخت محل مرکز دوایر مسیر را مختلف اختیار میکردند ،این نظریه اساس هیأتهای بعد از آنها واقع شد تا زمانیکه کپلر محقق نمود که مسیر سیارات‌بیضی شکل است .

افلاطون(۱۵) (۴۲۷ تا۳۴۷ق.م)مدرسه‌آکادمی را بنیان نهاد که بسیار معروف است و از نظر یونانیان جنبه خدائی داشت او درنجوم‌نظریه فیثاغورثیان را قبول داشت و بنظر او جهان مجموعه منظمی است که در آن قوانین‌هندسی حکمفرماست ، او اولین کسی است که نظریه پست و عالی را برای اجسام رد کرد ومعتقد بود که آنچه باعث نزدیکی و یا دوری اجسام بمرکز جهان میشود در اثر تمایل آنهامیباشد . در مقابل عقل عمومی آنزمان که نمی‌توانستند تصور کنند که روی قسمت دیگرسطح زمین اگر آدمی راه برود سرش بطرف پائین است او این مطلب را بصراحت بیان کرد،واضح است که این موضوع نتیجه بدیهی کرویت زمین است‌که فیثاغورثیان به‌آن معتقدبودند ، ولی آنان این موضوع را بصراحت توضیح نداده‌اند .

افلاطون نه‌فقط نسبت بمنجمین بلکه‌نسبت‌بهمه متفکران حق ابدی دارد زیرا وی ارزش معنوی علوم را باصراحت کامل اعلام کرده اوبه‌سقراط میگوید «بالاترین مزیت علوم که ارزش آن به‌آسانی احساس نمیشود اینست‌که‌علوم‌آن‌قسمت ازروح انسان‌را تصفیه کرده و جلا میدهد که نگهداریش هزاران بار ارزنده‌تر از چشمان آدمی است و بوسیله همان است که انسان حقیقت‌را در می‌یابد» .

15- Platon .

تعلیمات افلاطون بوسیله شاگردانش ازقبیل ادوکس(۱۶) (۴۰۹ تا ۳۵۶ ق.م) و ارسطو(۱۷) (۳۸۴ تا۳۲۲ ق.م) به ابرخس(۱۸) و بطلمیوس(۱۹) منتقل شده ودنبال گردید

اقلیدس(۲۰) در حدود ۳۰۰ قبل از میلاد مکتب اسکندریه تاسیس کرد و در این مکتب نجوم بااستفاده بسیار از ابزارهای نجومی و بامقایسه رصدهای انجام شده صورت علمی بخود گرفت ، مشهورترین منجمین این عصر اریستارك(۲۱) است که در قرن سوم قبل از میلاد میزیسته است ، اریستارك بواسطه دقت زیادی که‌در رصدهایش وجود داشته و همچنین از نظر استحکامی که در استدلال مطالب بکار برده‌است‌از پیشینیان خود ممتاز میباشد ، او با روشی بسیار ماهرانه برای‌تعیین نسبت فواصل‌خورشیدو ماه تا زمین کوشیده است و به‌نحوی قابل تحسین اعلام نموده است که زمین و سیارات بردور خورشید میگردند و در این‌باره پل‌کودرك مینویسد «معلوم نیست چرا این حقیقت پس ازوی ۱۸ قرن تمام از انظار منجمین مخفی مانده است» .

اراتستن(۲۲) (۲۷۶ ــ ۱۹۴ ق.م) جانشین اریستارك ، زاویه میل دایرةالروج را نسبت به‌استوا معین نمود و همچنین محیط‌نصف‌النهار زمین را از روی طول قوس نصف النهار مابین سین(۲۳) (آسوان فعلی) تا اسکندریه تعیین نمود . همچنین او یکدستگاه زاویه یاب برای رصدهای نجومی ساخته است .

ابرخس در حدود ۱۵۰ قبل از میلاد درنیسه(۲۴) واقع در آسیای صغیر تولد یافت ، ابرخس‌را بسبب انجام رصدهای بسیار دقیق واز نظر کشفیات بدیعی که انجام داده است میتوان یکی از پایه‌گذاران نجوم جدید دانست‌او بادقت قابل تحسینی مدت یك گردش ماه به دور زمین را تعیین نموده است وخروج ازمرکز مسیرماه‌را نسبت‌بصفحه‌دایرةالبروج (البته تصور میکردند که مسیر گردش ماه بدور زمین یك‌دایره است ولی مرکز این دایره را خارج صفحه دایرةالبروج میگرفتند و بدین‌ترتیب تاحدودی‌بمسیر واقعی گردش ماه بدور زمین نزدیك

16- Eudoxe .
17- Aristot .
18- Hipparque .
19- Ptolémée .
20- Eclide .
21- Aristarque .
22- Eratosthène .
23- Syène .
24- Nicée .

می‌شدند) وحرکت عقدتین مسیر ماه وهمچنین‌حرکت خط اوج‌وحضیض را معین نموده است و علاوه حرکت خورشید را بادقت زیادتری ازپیشینیان خود تعیین‌کرده است اومسیر حرکت خورشید را دایـره اختیار میکرد ولی زمین‌را برمرکز آن منطبق نمی‌دانست و بدین‌ترتیب فاصله زمانی مابین اعتدالین وانقلابین واختلاف‌طول فصول را بدست می‌آورد و این مسیر با تقریب بسیار خـوبی برمسیر بیضی گـردش ظاهری خورشید بدور زمین منطبق است وضمناً او اولین جداول نجومی که حرکات خورشیدو ماه را پیش بینی میکند تنظیم نمود .

ابرخس اولین کاتالگ ستارگان راتنظیم‌نموده است و بطوریکه در پلین‌لاتـین(۲۵) نقل شده‌است هنگامیکه وی یك‌ستاره متغیرانفجاری را در آسمان مشاهــده کرد تصمیم گرفت که کاتالگی شامل تمام ستارگان قابل رؤیت باچشم‌را تهیه کند برای آنکه بتواند اجـرام جدید آسمانی را تشخیص دهد یعنی ملاحظه کند کـه‌آیا تعــداد ستارگان ثابت است و یا کم و زیاد میشود (ستاره متغیر انفجاری ستاره‌ای است‌که‌یکمرتبه پرتو آن در حدود ۱۰ قدر زیاد شده و پس از مدتی دوباره بحالت اول برمیگردد وستاره انفجاری که ابرخس ظهور آنرا ملاحظه کرد از قدر پائین‌تر از ۶ بوده و قبلاً باچشم نامرئی بوده است ولی با زیاد شدن پرتو آن جزء ستارگان مرئی در آمده و ابرخس آنرا مشاهده‌نموده ولی پس از مدتی دوباره پرتوش کم شده و نامرئی شده است) . کاتالگ ابرخس شامل‌حدود ۱۰۲۶ ستاره بوده است‌که در ۳۶ صورت فلکی منظور شده‌اند نظیر صور خرس‌بزرگ ،خرس‌کوچك اژدها و غیره درکاتالگ ابرخس ستارگان در جدولی درج شده است‌که این‌جدول‌شامل چهار ستون بوده است. ستون‌اول مشخصات ستاره ، ستون دوم طـول سماوی آن ، ستون‌سوم عرض سماوی آن و ستون چهارم قدر ستاره

ابرخس ستارگان را برحسب پرتو ظاهریشان به ٦ گروه تقسیم کرد و این گروهها را قدر ستاره نامیده است و پرنورترین آنها را ازقدر اول و کم‌نورترین آنها را ز قدر ششم در نظر گرفته است و این طبقه‌بندی هم‌اکنون نیزباانطباق بااصول علمی متداول است .

ابرخس حرکت‌قهقرائی اعتدالین‌را بامقایسه‌رصدهای‌خویش درموردطول‌سماوی‌ستارگان‌با رصدهائی‌که قبل از وی انجام شده کشف نموداین کشف برای آن عصر واقعاً شگفت‌انگـیز است و تنها همین یك کشف کافی است که نام‌او را تا ابد جاودان نماید .

با اینهمه اکتشافات انجام شده توسط ابرخس بجرأت میتوان گفت که پیشرفت علم‌نجوم

25- Pline l'ancien .

در زمان وی به‌تنهائی برابر تمام کارهای انجام‌شده قبل از وی میباشد و بعد از وی سه‌قرن تمام طول کشید تا منجم دیگری که شایستگی چنین‌عنوانی باشد ظهور نمود ، این منجم بطلمیوس بود .

بطلمیوس در سال ۱٤۰ میلادی در اسکندریه متولد شد ، دوره نجوم قدیم به او ختم میشود ، وی با در دست داشتن قسمت اعظم رصدهای انجام شده دوره ابرخس و ماقبل آن و با کمك کارهای انجام شده تا آنزمان نه‌فقط نظریه‌های ابرخس را تکمیل نمود بلکه باتهور فوق‌العاده نظریه‌های جدیدی به آن اضافه نمود وبدین‌وسیله راه را برای پیشرفتهای بیشتر و تحول علم نجوم به‌دوره جدید هموار ساخت ،او نتایج رصدهای شخصیو همچنین نظریه خود را درباره ساختمان عالم و طرز حرکات اجرام‌سماوی که بنام هیئت بطلمیوس مشهور است به علاوه کاتالگ ابرخس و جداول نجومی وشرح‌اسبابهای مورد استفاده در نجوم در کتابی بنام مجیست‌سینتاکسی(۲٦)منتشرنمود، بعدها علمای‌اسلامی این کتاب را بعربی ترجمه کرده و آن را به‌المجسطی نامیدند واروپائیان از روی این‌کتاب از وجود کاتالگ ابرخس مطلع شده و آنرا ماخذ مطالعات نجومی خود قرار دادند

هیئت بطلمیوس مبنی برمرکزیت زمین و گردش اجرام سماوی بدور آن میباشد و برای حرکت ماه، عطارد، زهره، خورشید، مریخ ، مشتری و زحل که بترتیب فاصله دور از زمین قراردارند مدارات دایره‌ای درنظرمیگرفت که مرکز آنها خارج از زمین بوده است و بخصوص در مورد سیارات مراکز آنها را روی‌سطوح کراتی بمرکز زمین و شعاعهای مختلف موسوم به افلاك در نظر میگرفت بدین‌طریق‌که سیاره روی یك دایره در مدت معینی یك دور حرکت نماید و مرکز این دایره در فلك‌مربوطه همراه با فلك ثوابت شبانه روزی یکدور بدور زمین حرکت کنندوبدین‌ترتیب‌حرکات ستارگان و سیارات و ماه و خورشید توجیه میگردید و تا اندازه‌ای‌با مقدارکمی‌تقریب وضع آنها در آسمان مشخص میشد و نتایج محاسبه با رصد تطبیق می‌نمود و بدین‌طریق حرکات اجرام‌سماوی‌را باقوانین پیچیده ولی ماهرانه تشریح کرد ، انطباق نسبی‌قوانین‌هیئت بطلمیوس بارصدها سبب شدکه این‌قوانین باهمه پیچیدگی‌آن‌تاچهارده‌قرن‌مورد قبول قرارگیرد . **الفونس دهم** (۱۲۵۲ — ۱۲۸٤ م) پادشاه اسپانیا که به‌نجوم علاقه وافر داشت ورصدخانه معروفی در اسپانیا تاسیس کرد و خود

26- Megiste Syntaxis .

نیز اطلاعاتی در این علم داشت گفته است «اگر من ماموز ساختمان منظومه شمسی بودم آنرا خیلی ساده‌تر از آن می‌ساختم» .

بعد از بطلمیوس مطالعات مهم نجومی توسط علمای اسلامی بخصوص ایرانیان انجام شده است اما بیشتر مطالعات آنها تشریح کارهای بطلمیوس و منجمین قبل از وی بوده است و البته کشفیاتی هم انجام داده‌اند ، مشهورترین منجمین دوره اسلامی البتانی ، ابوریحان بیرونی ، خواجه نصیرالدین طوسی ، خیام ونوبخت و غیره بودند . ایرانیان چه قبل از اسلام و چه بعد از اسلام در نجوم اطلاعاتی داشته و کارهای مهمی نیز انجام داده‌اند و تشریح کشفیات و کارهای آنان مستلزم مطالعه و تحقیق در آثار آنان بوده و باید ضمن مقاله جداگانه‌ای به‌تفصیل بیان شود . لازم بتذکر است که علم نجوم در ایران باستان و چین و هند نیز رواج داشته است و آنها نیز بنوبه خوداکتشافات زیادی در این علم نموده‌اند .

رومیها نیز هیئت بطلمیوس را پذیرفته وعلم نجوم را اشاعه داده‌اند و علمای آنان نیز نظریاتی از خود بجا گذاشته‌اند مثلا کاپلا (۲۷) که در قرن پنجم میلادی میزیسته است نوشته‌که «عطارد و زهره هرچند که مانند همه ستارگان‌طلوع و غروب دارند ولی آنها بدور زمین نمی‌گردند بلکه مسیر آنها دوایری است که‌مرکز آن خورشید است» ضمناً یکی ازکارهای مهم رومیان اصلاح تقویم است که به‌امر ژول‌سزار انجام گرفت و بدین‌ترتیب تقویم ژولین تنظیم شد .

در اسپانیا همچنانکه ذکر شد الفونس دهم رصدخانه‌ای در طلیطله (۲۸) تاسیس کرد و در آنجا منجمین مسلمان و مسیحی و کلیمی‌بالاتفاق کار میکردند و در آنجا یك جدول نجومی بنام (زیج‌الفونسی) تهیه کردند که درآن حرکات ستارگان را بادقتی بیشتر ازاسلاف خود تعیین نموده‌اند .

بطور خلاصه میتوان گفت که دوره قدیم‌نجوم مشتمل است از یك عده رصدهای نسبتاً دقیق و قابل توجه و بعضی تعبیرهای غلط که‌ضمن نظریه‌های بسیار ماهرانه بیان‌شده‌اند معهذا در بین این نظریات افکار بسیار عالمانه‌ای نیزوجود داشته است که چون اشعه‌ای تابناك تمام این دوره را روشن کرده است . مثلا نظریه‌اریستارك مبنی بر گردش سیارات بدور خورشید

27- Capelha .

28- Tolède .

که مدتی مدید در بوته فراموشی افتاد و بعدها بوسیله **کپرنیك** (۲۹) مجدداً عنوان شد و نام او را جاودان ساخت و دوره جدید نجوم درعصر او شروع شد .

دوره جدید :

نیکلاکپرنیك (۱٤۷۳ ـ ۱۵٤۳ م) درشهر**تورن**(۳۰)متولد ، او تعلیمات اولیه را نـزد عموی خود که اسقف بود فرا گرفت و پس ازمطالعه آثار **ژان‌مولر** (۳۱) و تحصیل علم نجوم مدت یکسال در رم بتدریس ریاضیـات اشتغال‌ورزید و سپس به‌کشور خود مراجعت نمود و در ۱۵۰۲ شغل کشیشی را اختیار کرد و در سال ۱۵۱۰ کشیش رسمی شهـر **فروئنبورگ**(۳۲) گردید و در آنجا رصدخانه مجهزی بنا نمود وتا هنگام مرگ خود در آنجا ماند .

کپرنیك ملاحظه کرد که هیئت بطلمیوس خیلی پیچیده است بنابراین به‌آثار سایر منجمین قدیمی نظیر فیثاغورث و فیلالائوس وکاپلا و غیره مراجعه نمود و سپس به‌انجام رصدهای بیشماری مشغول گردید و ضمناً دریافت‌که مریخ و مشتری و زحل در هنگام تقـارن (وقتیکه بین زمین و خورشید قرار میگیرد) دارای بزرگترین قطر ظاهری میباشند و بالاخره پس از رصدهای زیاد و محاسبات بسیار و تامل‌در نتایج آنها برای ساختمان منظومه شمسی و حرکات اجرام آن نظریه‌ای بیان کرد که بـه‌هیئت کپرنیك مشهور است و این همان نظریه‌ای بود که عده‌ای از علمای قبل از بطلمیوس طرح‌اولیه آنرا تصور کرده بودند براساس هیئت کپرنیك پدیده‌های آسمانی از قبیـل حـرکت **شبانه‌روزی** ستارگان و تغییرات قطر ظاهـری سیارات و حرکات مستقیم و معکوس آنها درآسمان بخوبی قابل توجیه است . براساس هیئت کپرنیك خورشید ثابت است و سیارات کـه به‌ترتیب دوری از خورشید عبارتند از : عطارد زهره ، زمین ، مریخ ، مشتری ، و زحل بدورآن حرکت میکنند و بالاخره ماه بنوبه خود در جهت مغرب بمشرق بدور زمین دوران می‌نمایدکپرنیك حقیقت موضوع را آشکار نمود و با یك روش بسیار ساده حوادث سماوی را تشریح کرد ، هیئت کپرنیك مانند همهٔ عقاید تازه با مخالفت روبرو شد زیرا مدت ۱٤ قرن افکاربطلمیوس برجهانیان احاطه داشت و جزء عقاید تغییر ناپذیر آنان شده بود ونمی‌توانستند یکباره‌روی آن قلم سرخ بکشند و ضمناً در نظر عده‌ای ازمخالفان‌نظریه‌کپرنیك توهینی‌بزمین‌وساکنان آن محسوب میگردید زیرا او زمین را درعداد

29- Copernic .

30- Torun .

31- Jean Müler .

32- Frauenburg .

سایر سیارات قرار داده و از مرکزیت عالم ومقام ارجمند خود پائین آورده بود و علاوه براین حرکت ماه بدور زمین درحالیکه زمین‌خود بدور خورشید درحرکت است خیلی پیچیده بنظر میرسید . عقاید کپرنیك در همان زمان‌حیاتش اشاعه یافت ولی کتاب وی بنام (*De revelutionibus orbium cœlestium*) درسال ۱۵۴۳ با مجاهدات‌شاگردانش چاپ شد وهنگامی اولین نسخه چاپی آن بدست وی‌رسیدکه بیش از چند ساعتی از حیاتش باقی نمانده بود کپرنیك در مقدمه‌ای که برای این کتاب‌نوشته است آن‌را به پاپ اهدا کرده و نوشته‌است که این‌کتاب‌را در اثر اصراردوستان منتشرمیکندو فرضیه خود را برای بررسی روشنفکران‌ارائه میدهد و امیدوار است که مقام شامخ پاپ اورااز تعرض مخالفان مصون بدارد و علاوه‌میکند که این فرضیه را برای این قبول میکنیم کـه‌ساده و زیباست و ضمناً بر نتایج تعداد بیشماری رصدها استوار شده است .

پس از کپرنیك به نام عده‌ای از منجمین‌طراز دوم نظیر **گیوم‌چهارم** (۳۳) که درسال ۱۵۶۱رصدخانه‌ای در **کاسل**(۳٤) بنا کرد‌برخورد میکنیم اگر از این عده صرفنظر کنیم بیکی از بزرگترین راصد جهان یعنی **تیخوبراهه**(۳۵) میرسیم .

تیخوبراهه (۱۵٤٦ـ۱٦۰۱) از فامیـل‌اصیل دانمارکی در **کنستروپ**(۳٦) نـزدیك شهر**هلسینگبرگ** (۳۷) (واقع در سوئد) متولدشد ، او میل وافری برای مطالعات نجومی داشت ولی با مخالفت خانواده خود روبرو شد زیراآنها کارهای نجومی را دون شان خود میدانستند لذاتیخوبراهه پنهانی بمطالعه‌نجوم‌پرداخت واولین‌رصداو روی یکی ازستارگان متغیر انفجاری بود که درسال ۱۵۷۲در صورت فلکی خـداوندکرسی (۳۸) ظاهر شده بود و پرتوی شبیه‌زهره داشت و حتی در روز روشن نیز دیده میشد این‌ستاره پس از ۱۸ماه پرتوش کم شده و ناپدید گردید تیخوبراهه قدر ، رنگ ، و مختصات‌استوائی و دوره و تغییرات پرتو این ستاره را تعیین نمود .

در سال ۱۵۷٦**فردریك دوم** پادشاه دانمارك‌جزیره کوچك **هون**(۳۹) را باو بخشید و تیخو

33- Guillaume IV .
34- Cassel .
35- Thicho Brahé .
36- Knudstrup .
37- Helsingborg .
38- Cossiopeia .
39- Hven .

براهه در آنجا یك رصدخانه بنا کرد و مشغول رصد شده ولی پس از مرگ فردریك ودرزمان کریستین چهارم تیخوبراهه گرفتار حسد ودسیسه مردمان شد و ناچار آنجا را ترك نمود و به **ویتنبرگ**(۴۰) نزدیك هامبورك پناهنده گردید و بالاخره بنا بدعوت **امپراطوررودولف دوم** به پراك رفت و در آنجا تا آخر عمرش بمطالعات نجومی و رصد ستارگان پرداخت و در اواخر عمرش کپلر دستیار او بود .

تیخوبراهه یکی از اعجوبه‌های راصدان‌جهان استو چون در آن‌زمان هنوز دوربین اختراع نشده بود و ناچار تمام رصدها را باچشم غیر مسلح انجام میداد از اینرو شایستگی وی شایان تحسین میباشد و ضمناً او با مهارت‌کامل اغلب دستگاههای اندازه‌گیری موردلزوم خود را طرح‌ریزی کرده و فراهم مینمود ،ظرف ۳۰ساز او تعداد زیادی رصد روی‌ستارگان و سیارات و دنباله‌داران انجام داد ، وی‌کاتالگی‌از اوضاع ۱۰۰۵ستاره ترتیب داد که در آن مختصات این ستارگان را با دقت کافی تعیین‌نموده بود و از روی نتیجه رصدهای دقیق او بود که شاگردش کپلر موفق به کشف قوانین‌حرکت سیارات گردید ، **تیخوبراهه هیئتهای** بطلمیوس و کپرنیك را قبول نداشت و **خودهیئت دیگری** وضع نموده بود که بنام وی‌معروف است ، هرچند که این هیئت با مشاهدات آسمانی‌تا اندازه‌ای مطابقت مینمود ولی برخلاف‌واقعیت است و مخصوصاً با رصدهائیکه مربوط بفاصله‌زمین تا خورشید است مباینت دارد .

ژان کپلر۴۱ (۱۵۷۱ ــ ۱۶۳۰) در **نانگستات** (۴۲) واقع‌درسوآب(۴۳)دریك‌خانواده بسیار نجیب ولی فقیر بدنیا آمد ، خود هم درتمام مدت حیات با تنگدستی میزیست وچنانچه پل کودرك میگوید تیره‌بختی‌های تأثر آورزندگی چهره‌ای دوست‌داشتنی برای اوایجاد کرده است که والاتر از چهره نبوغ او میباشد.

پدرش پسر یکی از شهرداران شهر ویل(۴۴)ومادرش دختر یك مهمانخانه‌دار و یکزن‌عامی بود و خواندن و نوشتن را نمیدانست ، کپلر هفت‌ماهه بدنیا آمد و بهمین جهت ضعیف‌البنیه بود و زمان کودکی او نزد عمه‌اش(که بعداًباتهام جادوگری سوزانده شد)سپری گردید ، در ۶ سالگی آبله گرفت و هنوز کاملا بهبودنیافته بود که او را به مدرسه فرستادند وهنگامیکه

40- Wittemberg .
41- Johanes Kepler .
42- Nagstatt .
43- Souabe .
44- Weil .

پدرش از میدان جنگ که بر علیه بلژیکیها پیش‌آمده‌بود مراجعت‌کرد اورا برای‌پیشخدمتی در یک کاباره واداشت و تا ۱۲سالگی بهمین‌خدمت مشغول بود و در ۱۳سالگی سخت مریض شد بقسمی که از حیات او قطع امید کرده‌بودند ولی بهبود یافت . مادرش سخت‌گیر بود و نسبت باو آزار و سختی روا میداشت . برادرش‌نیز نسبت باو بی‌مهر بود ، عمویش که کشیش پروستان بود او را بتحصیل علوم الهی وورود به جامعه کشیشان تشویق نمود ولی او رغبتی نشان نداد و درعوض در دانشگاه **تیوبنژن** (٤٥) درکلاس درس‌نجوم**مواستلن**(٤٦)حاضرمیشد این استاد با آنکه مجبور به تدریس نجوم براساس هیئت بطلمیوس بود ولی عملا به هیئت کپرنیک علاقمند بود و او کپلر را به هیئت‌جدید آشنا نموده و برای انجام رصدهای نجومی تشویق کرد ، کپلر برای اداره زندگی خوددرسال ۱۵۹۳ جلای وطن کردودر**گراتز** (٤٧) به تدریس ریاضیات مشغول شد و درسال۱۵۹۷در همانجا ازدواج کرد و در سال ۱۶۰۰ فرمانروای جدید او را از خدمت منفصل نمود ، کپلر با خاطری پریشان با خانواده‌اش بپراک رفت و درآنجا دستیار تیخوبراهه شد . رودولف‌دوم بوی عنوان افتخاری ریاضیدان امپراطوری داد . کپلر در لینز کرسی ریاضیات بدست‌آوردو تا سال ۱٦٢٩آن را حفظ نمود ، بعد از آن منجم‌باشی‌دربار**والنشتین**(٤٨) دوک‌مکلانبورگ(٤٩) گردید ولی دراین‌پست دوامی‌نیاورد و کمی بعد درسال ۱٦٣۰ بدون داشتن هیچگونه ممرعایدی با حالتی مریض به شهر راتیسبن رفت و درآنجا بخاطر نپرداختن کرایه خانه بدادگاه کشیده شد و بالاخره کمی بعد در همین شهر دراثر فرسودگی از مسافرتهای متعدد وسختی‌معیشت و رنج و مصائبی که بر او وارد شده بود وفات یافت . کپلر در دوران زندگی خودبا مصائب و سختی‌ها و ناکامیهای فراوان دست بگریبان بود مثلا در سال ۱٦۱۱زنش دیوانه‌شد و سه‌تن از فرزندانش ناپدید شدند و پس‌از مرگ زنش درسال ۱٦۱٣تجدید فراش کرد وبرای امرار معاش عائله زیادش غیراز عایدی مختصری که از فروش سالنامه‌ایکه شخصاًتنظیم‌میکرد درآمد دیگری نداشت.

کپلر باوجود چنین زندگی سختی پیشرفتهای‌علمی شگرفی داشت . حسابگر عجیبی بود وبا پشتکار عجیبی که تاسرحد عناد پیش میرفت‌بمطالعات و محاسبات خود ادامه میداد و بالاخره

45- Tübingen .
46- Moestlin .
47- Gratz .
48- Wallenstein .
49- Mecklembourg .

به تنهائی موفق شد که سه قانون اساسی برای حرکت اجرام منظومه‌شمسی کشف نماید بدین شرح ۱ـ هرسیاره مدار بیضی شکلی بدور خورشید می‌پیمایدبقسمی که خورشیددر یکی از کانونهای این بیضی قرار دارد . ۲ـ سطح ایجادشده ازدوران شعاع واصل بین خورشید و سیاره متناسب زمان است . ۳ـ نسبت مربع زمان یکدوران کامل به مکعب قطر مدار سیاره مقداری است‌ثابت تنها قانون دوم‌کپلر نتیجه ۱۷ سال مطالعه و محاسبه و مقایسه نتایج آنها بوده است .

کپلر دارای تألیفات متعددی نیز درزمینه های مختلف علوم است یعنی وی درباره نجوم ستاره شناسی ، نور ، هندسه ، هواشناسی وغیره‌دارای آثاری است ولی مهمترین آثار وی‌عبارتند از کتاب «نجوم جدید»(۵۰) که شامل قوانین اول و دوم میباشد وآنرا در سال ۱۶۰۹ منتشر نمود ، «جهان هماهنگ»(۵۱) که شامل‌قانون‌سوم وی است در سال ۱۶۱۹ منتشر شد و «زیج‌رودلفی» (۵۲) که شامل جداول نجومی‌است که براساس قوانین سه‌گانه فوق حساب شده است و در سال ۱۶۲۷ انتشار یافت این‌کتاب‌را بحامی خود رودلف دوم اهدا کرده است سنگ نبشته قبر کپلر که بوسیله خودش قبلا تنظیم شده بعبارت زیرختم میشود : «من‌که‌آسمانها را اندازه گرفته‌ام اکنون درون زمین را اندازه‌میگیرم ، روح من درآسمان جاودان است ودر اینجا اثر جسم من مدفون است» .

گالیله(۵۳) (۱۵٦٤ ــ ۱٦٤۲) از یك فامیل اشرافی ولی عیالوار وکم ثروت درشهر پیز(٥٤) بدنیا آمد ، او معاصرکپلر است و نابغه‌ای است‌که روش علوم تجربی را ابداع کرد، گالیله از اوان طفولیت استعداد خاصی درکارهای مکانیکی داشت واز راه تقلید ویابعضی اوقات به ابتکار شخصی ماشینهای متعددی میساخت ،پدرش او را بتحصیل طب گماشت و هنگامیکه ۱۹ ساله بود یکی از قوانین اساسی پاندول راکشف‌کرد و آن مساوی بودن زمان نوسان کامل پاندولهای بادامنه کوتاه میباشد ، مشهور است‌که روزی در کلیسا متوجه حرکت نوسانی چهلچراغ که از طاق آویزان بود گردید و احساس کرد که زمان هرنوسان‌کامل آن ثابت است و سپس باتجربیات متعدد این موضوع رامحقق نمود و متوجه شد که از این خاصیت میتوان‌برای‌اندازه‌گیری‌زمان‌استفاده‌نمود ولی‌نجوم‌درآنموقع ازآن بهرمندنشد تابعداز کارهای

50- Astronomia nova .

51- Harmonica Mundi .

52- Tabulae Rudolphinae .

53- Galilée .

54- Pise .

عملی هوژن(۵۵) ساعت پاندولی اختراع شد. گالیله مخصوصاً علاقه‌ای نداشت و بالعکس طالب درک مطالب ریاضی بود بهمین جهت از ریچی(۵۶) یکی از معلمین ریاضی که بخانواده آنها رفت و آمد داشت درخواست نمود که محرمانه باو ریاضیات تعلیم دهد و بالاخره تصمیم گرفت که برخلاف میل پدرش از تحصیل پزشکی دست کشیده و بتحصیل ریاضیات بپردازد و در این علم چنان با سرعت پیشرفت نمود که در سن ۲۵ سالگی در مؤسسه علمی پیز استاد ریاضیات شد. گالیله ضمناً تجربیات فیزیکی را نیز دنبال میکرد و بالاخره قوانین سقوط آزاد اجسام را کشف نمود یعنی محقق نمود که همه اجسام خواه سبک یا سنگین، کوچک یا بزرگ در سقوط آزاد اگر هوا نباشد باهم سقوط مینمایند و سرعت آنها در هر لحظه باهم مساوی است و این موضوع برخلاف نظر ارسطو بود که گفته بود نیروی کشش زمین نسبت به جسم سنگین مختلف است و خصیصه‌ای است ذاتی مربوط بهمان جسم بهمین جهت مورد مخالفت طرفداران ارسطو واقع شد و آنها موفق شدند که او را مجبور بترک پیز نمایند. گالیله در ۱۵۹۲ به پادوا(۵۷) رفت و در آنجا تا سال ۱۶۱۰ بتعلیم ریاضیات مشغول شد و در آنجا میزان‌الحراره و ترازوی مخصوص اندازه‌گیری چگالی مایعات و میکرسکپ را اختراع کرد.

در سفریکه در سال ۱۶۰۹ به ونیز رفته و شنید که در هلند دوربینی اختراع کرده‌اند که اشیاء دور را بنظر نزدیک نموده و دیده میشوند ولی اطلاعاتی از طرز ساختمان دوربین بدست آورد و موفق شد که دوربینی شبیه به‌آن بسازد و آنرا برای مطالعه آسمان بکار برد. اولین کشف او در آسمان تشخیص وجود کوهها و دهانه‌های آتشفشان در ماه بود و موفق شد که از طریق هندسی ارتفاع کوههای ماه را تعیین نماید و بالاخره ملاحظه کرد که کهکشان از اجتماع تعداد بیشماری ستاره تشکیل شده است و ضمناً متوجه شد که برسطح خورشید لکه‌هائی وجود دارد و از روی حرکت این لکه‌ها میتوان زمان حرکت وضعی خورشید را تعیین نمود. در هفتم ژانویه ۱۶۱۰ سه قمر مشتری را کشف کرد و ۱۴ همان ماه قمر چهارمی آنرا ملاحظه نمود و ضمناً هلالهای زهره را نیز کشف کرد و همچنین ملاحظه کرد که وضع زحل کمی پیچیده است ولی دوربین وی قدرت نداشت که حلقه زحل را بطور وضوح به بیند. مشاهدات او روی سیارات سبب شد که وی هیئت کپرنیک را قبول نماید و در سال ۱۶۳۲ کتابی منتشر نمود

55- Huygens .

56- Ricci .

57- Padove .

بصورت مباحثه‌های مابین دونفر که یکی طرفدارهیئت بطلیموس ودیگری طرفدار هیئت کپرنیك است و هریك دلائل خود را ذکر مینمایند وسرانجام بطور وضوح حقانیت هیئت‌کپرنیك را محقق می‌نماید ، کمی بعد از انتشار این کتاب‌گالیله در اثر فعالیتهای مخالفین حسود بدادگاه کشاندند شد و درآنجا مجبور شدکه عقاید خودرا منکر شود ولی‌درهمانجا درحالیکه‌باپابرزمین اشاره میکرد باصدای خفیفی می‌گفت «باوجوداین تو میچرخی» گالیله بعد از آن در ویلای خودش واقع در سیین منزوی شد .

هرچند که کشفیات گالیله در نجوم قابل ملاحظه و مهم است ولی کارهای او در فیزیك از آنهم مهمتر است ، زیرا علاوه برآنکه نتایج‌تجربیات او در فیزیك منجـــر بکشف قوانین مهمی شد اساس مهمی نیز برای مطالعه وکشف علوم باقی گذاشت وآن روش تجربه در علوم است که در حقیقت میتوان گالیله را واضع این طریقه دانست .

در زمانیکه کپلر وگالیله توجه دانشمندان‌را به‌کشفیات اساسی خود در نجوم جلب‌کرده بودند منجمین دیگری نیز برای ساختمان دورهٔجدید علم نجوم کمك کرده و سنگ بنای‌آنرا فراهم مینمودند تااین بنا بتدریج کامل شود .عده‌ای از این دانشمندان بشرح زیراند :

گاسندی(۵۸) فرانسوی (۱۵۹۲ــ۱۶۵۵) استاد فلسفه نجوم در کلژدوفرانس بود و از عقاید گالیله باتهور بسیار جانبداری میکرد . **ریچیولی**(۵۹) ایطالیائی (۱۵۹۸ ــ ۱۶۷۱) پیشنهاد کرد که ابعاد زمین بادقت اندازه‌گیری‌شود وآنرا اساس اندازه‌گیری فواصل اجرام نجومی قرار دهند . **جانهول**(۶۰) آلمانی (۱۶۱۱ــ۱۶۸۷) رصدهایش از لحاظ صحت ودقت قابل‌ملاحظه است . **پیکارد**(۶۱) فرانسوی (۱۶۲۰ ــ ۱۶۸۲) برای اندازه‌گیری دقیقی که از قوس یك‌درجه‌ای نصف‌النـــهار فرانسه انجام‌داد معروف است .

هـــویجن هلندی (۱۶۲۹ ــ ۱۶۹۵) ساعت پاندولی را اختراع کرد و ضمناً حلقه زحل و یکی از اقمار آنرا که بعـــداً بنام تیتان(۶۲) موسوم شد کشف نمود . **رومر** (۶۳) دانمارکی (۱۶٤٤ ــ ۱۷۱۰) ضمن رصـــد خسوف اقمار مشتری و تحلیلی درباره تاخیر لحظه تقابل و تقدیم لحظه تقارن موفق به‌کشف سرعت انتشارنـــور گردید و این کشف‌مهم نام او را مشهور

58- Gassendi . 59- Riccioli .

60- Jahann Hevel . 61- Picard .

62- Titan . 63- Roemer .

ساخت **کاسینی** (٦٤) ایتالیائی (١٦٢٥ ــ ١٧١٢) که در سال ١٦٧٣ به‌تبعیت فرانسه درآمد موفق به‌کشف قوانین حرکت وضعی ماه گردیدو علاوه برآن کارهای مهمی بشرح زیر انجام داد : ترسیم نقشه سطح ماه ، مطالعـات عمیق‌روی دنباله‌داران ، مطالعه روی اقمار مشتری و کشف حـرکت وضعی این سیاره و همچنین تعیین اختلاف بین شـعاع قطبی و استوائی مشتری (یعنی تحقیق آنکه مشتری نیـز مانندزمین کره کامل نبوده و تقریباً بصـورت یك بیضـوی دوار پهن میباشد) ، کشف حـرکت‌وضعی مریخ ، کشف دوقسمت اصلی حلقه زحل که مجزا از یکدیگرند و این موضوع موسوم به(تقسیم کاسینی) میباشد ، کشف چهار قمر دیگر زحل غیر از تیتان ، تعیین فاصله دقیـق بین‌خورشید و زمین و بالاخره تعیین نصف‌النهار رصدخانه پاریس .

بدین ترتیب مصالح اولیه بنای رفیع علم‌نجوم در این زمان مهیا شده بود و احتیاج به یك‌معمار نابغه‌داشت تا نقشه این‌ساختمان‌را تهیه‌نموده وآنرا بسازد این‌معمار **اسحق‌نیوتون**(٦٥) بود که قانون جاذبه‌عمومی‌را که‌یکی ازادراکات‌معجزآسای هوش بشری‌است کشف نمود و با این قانون برای اولین‌بار بشر توانست حرکات‌اجرام سماوی را تفسیر نماید، کپـلر قوانین تجربی حرکت اجرام سماوی را بدست آورده‌بود ولی نیوتن قانونی‌که علت این حرکات‌را توجیه مینماید بیان کرد .

نیوتن (١٦٤٣ــ١٧٢٧) در **وولسترپ** (٦٦) نزدیك **گرانتام**(٦٧) واقع در انگلستان در یك فامیل اشرافی قدیمی بدنیا آمد، در موقع‌تولدآنقدر ضعیف و رنجور بود که امیدی به زنده ماندن وی‌نداشتند، هنگامیکه وی‌هنوز کودکی‌بیش نبود پدرش دار فانـی را وداع گفت و سرپرستی املاك پدر بعهده مادرش قرار گرفت‌و چون مادرش شوهر کرد سرپرستی نیـوتن به مادربزرگ و سپس به خاله‌اش محول شدولی مادرش همواره مراقب تربیت او بودو او بموقع به مدرسه کوچـك وولسترپ فرستاد و هنگامیکه دوازده ساله شد مادرش او را بمدرسه گرانتام گذاشت ولی نه بخاطر آنکه ویـرادانشمند سازد بلکه منظورش آن بود که نیوتن مقدمات علوم را فراگیرد و برای اداره املاکش‌قابلیت پیدا کند بهمین‌جهت پس از دو سال‌او را احضار نمود ، نیوتن در مـدرسه شاگردمتوسطی بود اما قابلیت درکش بسیار زیاد بود

64- Cassini .

65- Isaac Newton .

66- Whoolsthorpe .

67- Grantham .

و هرگاه میخواست میتوانست از رفـقایش درتحصیل جلوبیافتد و بخصوص او علاقه شدیدی به اختراع لوازم فیزیکی و مکانیکی داشت .

وقتیکه به موطن خود بازگشت بـقدری‌نسبت به کارهای زراعتی و تجارتی بی‌علاقه‌گی نشان داد که مادرش مجدداً او را برای تحصیل‌روانه کرد ،وی تا سن۱۸سالگی‌در آنجا تحصیل کرد وپس از آنکه شخصاً منطق ساندرس (۶۸) و رساله کپلر درباره نور و حساب بینهایت‌های والیس (۶۹) را مطالعه کرد درسال ۱۶۶۰ درکالج ترینیته (۷۰) وابسته بدانشگاه کامبریج بسمت معلم کارآموز دانشجویان پذیرفته شد ،مشهور است که وقتی برای فراگرفتن هنـدسه اقلیدس به او مراجعه شد او احتیاجی نـدید که کتاب را بخواند و آن را مثل موضوعات بسیار ساده و مبرهن تلقی نمود ، تحصیل ریاضیات عالیه از مدتی قبل در دانشگاه کامبریـج منظور شده بود و درآنجا هندسه تحلیلی‌دکارت‌نیز جزء برنامه تدریس وارد شده بود، نیوتن قبلاً کتب‌ریاضیات اغلب مؤلفین‌را مطالعه‌کرده‌و در اغلب آن‌ها بیش‌وکم ابهام دیده بـودپس از مطالعه روش دکارت درآن وضوح و دقتی‌یافت که در جاهای دیگر وجود نداشت بخصوص که بوسیله رابطه ، بین معادلات و مکان هندسی‌آنها راه ساده‌ای برای حل مسائل ریاضی کـه قبلا لاینحل بودند بدست میآمد ، دراین‌هنگام‌اتفاقاً شانس بزرگی به نیوتن روی آورد زیرا او توانست از درس یکی از استادان ممتـازریاضیات بنام بارو (۷۱) بهره‌مند شود این‌استاد جلیل‌القدر که آثار نبوغ را در نیوتن مشاهده‌نمود آن را بخوبی پرورش داد و یکی ازحامیان صمیمی او گردید ، این استاد در ۱۶۶۹ کرسی‌ریاضیات را رها کرد و آن‌را به نیوتن واگذارد و نیوتن تا سال ۱۷۰۱ شاغل این کرسی بود،نیوتن بتحقیقات علمی پرداخت و بقدری دراین کار مشهور شد که در ۱۶۷۱بعضویت مؤسسه‌سلطنتی پذیرفته شد ، این مؤسسه بوسیله شارل دوم در سال ۱۶۶۰ در لندن تأسیس شده بود ،بالاخره در سال ۱۶۹۹بعضویت آکادمی علـوم و در سال ۱۷۰۱بنمایندگی پارلمان برگزیده‌شد و درسال ۱۷۰۵ به‌لقب سِر مفتخر گردید.

در سال۱۶۶۶ هنگامیکه نیوتن ۲۴ سال‌داشت درباره رابطه وزن و جاذبه فکر کرده بـود ولی چون مقدار صحیح شعـاع زمین در دسترس وی نبود نتوانست نتیجه مطلـوب را بدست آورد و باینجهت تحقیق در این‌موضوع‌را رها کرد ولی‌۱۶سال بعد یعنی در سال۱۶۸۲ از اندازه دقیق شعاع زمین که بوسیله پیکارد تعیین‌شده‌بودمطلع‌شد و مطالعه خود را دربارهٔ

68- Saunderson .

69- Wallis .

70- Trinité .

71- Barrow .

جاذبه دنبال کرد و پس از محاسبات دریافت که پیش‌بینی او درست بوده است و بدینطریق قانون جاذبه عمومی را کشف کرد.

باین‌شرح : هرگاه دوجسم دریك فاصله‌نسبت بهم قرار داشته باشند هریکی نیروی جاذبه ای بر دیگری وارد مینماید که اندازه این‌نیرومتناسب با حاصلضرب اجرام این دوجسم بوده و متناسب با عکس مجذور فاصله آن‌هاست.

تصور میرود که نیوتن در بین سالهای۱۶۸٤ تا ۱۶۸۵ رساله اساسی خود را بنام «اصول ریاضی فلسفه طبیعی» (۷۲) نوشته‌است این کتاب شامل نظریه قانون جاذبه عمومی میباشد ودرسال ۱۶۸۷با کوششهای **هالی**(۷۳) بچاپ رسید ، **لاگرانژ** (۷٤) دربارهٔ این کتاب نوشته است «بالاترین محصول اندیشه انسان»

نظریه نیوتن در انگلستان مورد ستایش‌عموم قرار گرفت ولی در اروپا و مخصوصاً در فرانسه بی‌اهمیت تلقی شد و حتی مورد انتقادشدید نیز واقع شد ، **هنگامیکه موپرتویس**(۷۵) این نظریه را در یك یادداشت منتشر نمـودپیروان دکارت سخت با آن مخالفت ورزیدند.

نیوتن براساس قانون جاذبه عمومی نـه‌تنها حرکات سیارات منظومه شمسی را تفسیر نمود ، بلکه توانست بی‌نظمی‌های حرکت ماهو همچنین تغییر امتداد خط اوج و حضیض آن و همچنین تغییرمکان عقدتین مدار آن‌رانیز تفسیر نماید و با این قانون مدار ستارگان دنباله‌دار را نیز مشخص نمود و ضمناً علت آنکه‌زمین بشکل بیضوی دوار پهن درآمده است و همچنین علت جزر ومد دریاها را توجیه نمود.

علاوه‌براین او جرم‌زمین وخورشید را ازروی نیروی‌جاذبهٔ مابین آنها حساب نمـود و بهمین ترتیب جرم سیارات مشتری و زحل رااز روی جاذبه‌ای که این سیارات روی اقمـار خود وارد مینمایند تعیین نمود و بطور خلاصه‌میتوان گفت که وی واضع مکانیك سماوی است و ضمناً در ریاضیات یك وسیله محاسبـه‌بنام حساب مشتقات ابداع کرد.

در مبحث نور نیز نیوتن کارهای نسبتاًمهمی انجام داده است ازقبیل تجزیه نور بـه

72- Philosophiae naturalis Principia mathematica .

73- Halley .

74- Lagrange.

75- Moupertuis .

هفت رنگ اصلی و ضمناً یك‌نوع دوربین‌نجومی‌ساخته است که بنام وی معروف است .

نیوتن در علم شیمی نیز به کارهای تجربی و تحقیقاتی پرداخته است و در نامه‌ایکه در ۱۸مه ۱۶۶۹ به یکی از دوستانش بنام آستن(۷۶) نوشته است اظهار نموده که به رمز تبدیل ماهیت فلزات پی برده است ، یکی از معاصرین‌نیوتن اظهار نموده است که وی اصل واکنشهای شیمیائی را براساس تجربه و رعایت قوانیـن‌ریاضی کشف کرده و آنرا در رساله‌ای توضیح داده است ولی نوشته‌های وی دراثر یك‌آتش‌سوزی بکلی از بین رفته است ، یك آتش‌سوزی دیگر آخرین یادداشتهای وی را دربارهٔ نـورازبین برد ، این آتش‌سوزیها در روح وسلامت وی اثر عمیقی گذاشت بطوریکه استعداد وهوش‌درخشان وی در بین سالهای ۱۶۹۲ تا ۱۶۹٤ دچار وقفه و کسوف شد و حتی بعضیها اختلال‌حواس‌نیز بوی‌نسبت‌داده‌اند وضمناً کارزیاد از حد و عدم‌توجه به سلامت مزاج و پرهیز از هرنوع تفریح نیز در وضع مزاجی وی اثر داشته است ، نیوتن همواره تا دوساعت بعداز نیمه‌شب‌بمطالعه و کار میپرداخت .

نیوتن پس از بهبود مجدداً به ادامه دروس خود پرداخت وتا ۱۷۰۱ اینکاررا ادامه داد نیوتن بعد از ابتلاء به‌کسالت روحی‌دیگـر بـه‌کشف قابل توجهی نائل نگردید و در سال۱۷۲۷ ود حیات‌گ ت و جنازهٔ وی باتشریفات رسمی‌ومجلل‌تشییع‌شد ودر کلیسـای وستمینیستر(۷٦مکرر) پهلوی مقبره سلاطین بخاك سپرده شد .

در زمان نیوتن چند منجم عالیقدر در انگلستان میزیسته‌اند که معروفترین‌آنها هالی(۷۷) (۱٦٥٦ ــ ۱۷٤۲) و برادلی(۷۸) (۱٦۹۲ ــ۱۷٦۲) ، معروفیت هالی بیشتر بعلت مطالعاتی است که روی ستارگان دنباله دار انجام داده است وعلاوه براین ملاحظه نمودکه بعضی ازثوابت نظیر شعرای یمانی(۷۹) و سماك رامح(۸۰) ودبران(۸۱) یاچشم‌گاو و غیره دارای حرکت خاص بطیء میباشند وضمناً باتهور این فرضیه رابیان‌کردکه هریك‌ازستارگان ثوابت خورشیدی است‌که ممکن است مانند خورشید دارای منظومه‌ای باشند برادلی در سال ۱۷۲۷ کشف کردکه هریك از ستارگان ثوابت در هرسال ظاهراً درآسمان یك بیضی می‌پیمایند ، برادلی نشان دادکه این پدیده نتیجه ترکیب حرکت انتقالی زمین‌بدور خورشید و سرعت سیرنور میباشد واکنون

76- Aston .

76- Westminster . مکرر

77- Halley .

78- Bradley .

79- Sirius .

80- Arcturus .

81- Aldébaran .

از روی آن فاصله ثوابت را تازمین بدست می‌آورند ، علاوه براین وی کشف کردکه محور زمین یك حرکت نوسانی انجام میدهد که دورهٔ کامل‌آن تقریبـاً ۱۸ سال است این دوکشف اهمیت بسزائی دارد زیرا هیئت‌کپرنیك و همچنین نظریهٔ نیوتن را تائید میکند و ضمناً کشف اول به سرعت انتشار نور نیز بستگی دارد .

از بین کسانیکه کارهای نیوتن را ادامه‌دادند میتوان کلـرو (۸۲) ، دالامبـر (۸۳) ، لاگرانژ (۸٤) ، لاپلاس (۸۵) را نام برد .

کلرو (۱۷۱۳ ــ ۱۷٦۵) یك طفل زودرس بود و او هنگامیکه بیش از ۱۲ سال نداشت مقالات مخصوص مارکیزدولوپیتال(۸٦) را در بارهٔ مقاطع مخروطی و بینهایت کوچکها مطالعه کرد و بخوبی درك نمود و بلافاصله مقاله‌ای درباره چهار منحنی جدید منتشر نمود ، در سن ۱۸ سالگی بعضویت‌آکادمی علوم پذیرفته‌شد ،شهرت‌او بیشتر بعلت تحقیقات ذیقیمتی است که روی ستارگان دنباله دار انجام داده وهمچنین ازجهت‌کارهای اندازه‌گیری ابعاد زمین .

دالامبر (۱۷۱۷ ــ ۱۷۸۳) در نجوم اولین کسی است‌که بادقت‌کامل‌روی حرکت‌قهقرائی و رقص محوری مطالعه عمیق کرده و این حرکات را بخوبی تشریح نموده است .

لاگرانژ (۱۷۱۳ ــ ۱۷۳٦) در تورن(۸۷) ازیك فامیل فرانسوی متولد شد ، او اولین‌کسی است که در بارهٔ اختلال مسیر سیارات مطالعه نمود قبل از او فقط در بارهٔ اختلال مسیر ماه و دنباله داران مطالعه شده بود . بنا برقانون اول کپلرمدار سیاره بدورخورشید یك‌بیضی‌است که خورشید دریکی‌ازکانونهای‌آن قراردارد امابموجب‌قانون نیوتن‌هردوجرم روی‌هم نیروی‌جاذبه وارد میکنند و اگر یك سیاره و خورشید تنها بودند مسیر سیاره بدور خورشید یك بیضی کامل خواهد شد اما سایر سیارات روی سیاره دیگر نیروی‌جاذبه وارد میکنند و در نتیجه مسیرسیاره را تاحدودی تغییر میدهند و شکل مسیر یك بیضی‌دقیق نخواهد شد این‌بی‌نظمی مسیررا اختلال نامند و هرگاه این اختلال همواره دریك جهت‌اثرکند مقدار آن باگذشت زمان بسیـار زیاد خواهد شد و اگر این اختلال گاهی از یکطرف‌وزمانی از یك‌طرف دیگر باشد بطوریکه مقدار جبری آن، بین دوحدباقی بماند این بینظمی‌ها نوسانی خواهندبود وانحراف‌متحرك از مسیر

82- Clairaut .

83- D' Alembert .

84- Lagrange .

85- Laplace .

86- marquis de l'Hôpital .

87- Turin.

بیضی شکل کوچك بوده و بطور تقریب مسیریك بیضی است و صفحه آن نیز تقریباً ثابت است ، لاگرانژ نشان داد که اختلال در منظومهٔشمسی از نوع دوم است و بهمین دلیل منظومه در حال تعادل میباشد .

پیرسیمونلاپلاس(۸۸) (۱۷۴۹–۱۸۲۷) معروفیت او بواسطهٔ فرضیه مهم تولید منظومهٔ شمسی است ، او در یك خانواده کشاورز ومرفهالحال در کالوادو (۸۹) به دنیا آمد ، او بعداز آنکه در ادبیات تحصیل کرد بریاضیات علاقمندشد ودرپاریس نزددالامبر رفت تا اورا در حل عدهای از مسائلمکانیك راهنمائی نماید، دالامبراین مسائل را بسیار جالب یافت و بدینجهت اورا تحت حمایت خود گرفت و ویرا برای تدریسریاضیات در مدرسهٔ نظامی درنظر گرفت، لاپلاس در سال ۱۷۷۲ رسالهای در باره حساب فاضله (دیفرانسیل) نوشت و آنرا بهآکادمی تورن فرستاد و یك سال بعد بعضویت آکادمی مذکورپذیرفته شد و بالاخره بعدها بعضویت دفتر طول جغرافیائی و مؤسسهٔ ناسیونال و آکادمی فرانسهانتخـاب شد و پس از اعاده سلطنت در فرانسه لاپلاس مؤسسهٔ پردوفرانس (۹۰) را تاسیس کرد .

بنا برفرضیه لاپلاس منظومهٔ شمسی از یكسحابی اولیه تولیدشدهاست، وی فرضیه خود را چنان نگاشته است که در عین حال که تمامقوانینجاذبه عمومی و مکانیك و اصول ریاضـی را مراعات نموده است ضمناً بابیان بسیار ساده وجاذب این موضوع را روشن نموده است و بدین ترتیب عظمت منظومه شمسی وگذشته و حال وآینده اورا معین کرده است ، درآخر کتاب خود ، شرح زیرزا درباره علم نجوم نگاشته است که شایسته است علاوه برآنکه هرشخصعلاقمند بهنجوم آنـرا بداند این شرح را در سردر هررصدخانه باآبطلا بنویسند «علم نجوم بهخاطر عظمت موضوع آن و باوجود نظریههای آن کهدر حد کمال است عالیترین بنایهجلل فکـر بشر میباشد و نشانه شریفترین حد نهائی اندیشهانسان است .

میتوان گفت که تمام مسائـل نجومی نظدقت لاپـلاس را جـلب نمودهاست و اکثـر این مسائل را حل نموده و در مابقی تا نزدیکیراه حل قطعی پیش رفته است ، وی حالت شکل تقریبی زمین که بصورت یك بیضوی دوار پهنمیباشد و اختلاف شعاع قطبی و استوائی زمین را از روی اثری که این شکل زمین روی حرکتماه دارد بوسیله مطالعه اختلالات حرکت مـاه

88- Pierre - Simon .

89- Calvados .

90- Paire de France .

تعیین نمود . نظریه جزر و مد که نیوتن طرح آنرا ریخته بود تکمیل نمود و از روی اندازه جزر و مد جرم ماه را تعیین کرد ، نظریه‌حرکت اهتزازی ماه را بیان کرد ، مشخصات سیاره ارانوس که بتازگی بوسیله هرشل کشف‌شده بود تعیین نمود و یك مطالعه کامل روی اختلال حرکت این سیاره انجام داد ، همچنین‌در مورد اختلال حرکت اقمار مشتری و حلقه زحل نیز مطالعه کرد ، در فیزیك جدول مربوط بانکسار جوی‌را حساب‌کرده وتنظیم‌نمود وهم چنین یك فرمول دقیق برای تعیین ارتفاع‌نقاط مختلف سطح زمین از روی میزان‌الهوا بدست آورد .

علاوه برکتاب نظریه تشکیل جهان ومنظومه شمسی دو اثر مهم دیگر وی که عبارتند از : مکانیك سماوی و نظریه حرکت بیضی‌شکل سیارات هنوز هم مورد مراجعه دانشجویان علم نجوم میباشد .

دوره علم نجوم که آنرا به دوره جدیدنامگذاری نموده‌اند باکارهای علمائی نظیر هرشل(۹۱) ، پیازی(۹۲) ، فرنهوفر(۹۳) و آراگو (۹٤) بپایان میرسد .

ویلیام هرشل (۱۷۳۸ — ۱۸۲۲) در هانور متولد شد ، پدرش یکنفر موسیقیدان بود و ثروتی هم نداشت ، او در سن ۲۱ سالگی به انگلستان رفت تا در آنجا شغل نوازندگی را تمرین نماید، ابتدا رهبر دسته‌موزیك یك‌قسمت نظامی‌شد و سپس بشغل ارگ‌زنی پرداخت ، وبالاخره در سن ۲۸ سالگی به‌کارهای تجومی مشغول شدهنگامیکه برای اولین‌بار با یك دوربین کوچك چند ستاره را در آسمان نظاره نمود علاقمندشد که بمطالعه آسمان پردازد . ولی چون برای خرید ابزارهای قیمتی نجوم توانائی نداشت برآن شد که شخصاً آنها را بسازد و بالاخره موفق شد که یك دوربین بافاصله کانونی ۱٫۵ متربسازد و در سال ۱۷۷٤ شروع برصد کرد ، بالاخره باساختن یك دوربین بزرگ در سال۱۷۸۱ موفق شد که‌سیاره ارانوس را کشف‌کند و بدین‌ترتیب اطلاعات بشر بر وسعت حدود منظومه شمسی بطور قابل ملاحظه‌ای بالاتر رفت در آنموقع هرشل بنام یك موسیقیدان شهرتی‌پیدا کرده بود و با این کشف وی بنام یك منجم در سراسر اروپا شهرت یافت و بهمین‌جهت‌ژرژ سوم پادشاه انگلستان که فهمید یك‌چنین منجم ماهری در قلمرو وی زندگی میکند وجود اورا مغتنم شمرده وبرایش مقرری تعیین‌نمود

91- Herschel . 92- Piazzi .

93- Fraunhofer . 94- Arago .

و وسائل تهیه یك رصدخانه مجهز در اختیارش قرار داد .

کشفیات هرشل بسیار است ، پس از ارانوس دو قمر آنرا نیز کشف نمود و همچنین دوقمر دیگر زحل را کشف کرد و دوره گردش این اقمار و همچنین دوره گردش حلقه زحل را تعیین نمود ، اما جالبترین کشف وی در مورد ستارگان دوگانه و مطالعه برروی حرکات آنهاست و بحق میتوان وی را بانی (نجوم ستارگان) دانست قبل از وی در مورد ستارگان دوگانه تصور میکردند که دو ستاره مربوط کهبسیار مجاور هم دیده میشوند فقط در اثر آن است که امتداد شعاع دید مربوط به آن دوستاره تقریباً دریك امتداد قرار گرفته بنابراین تصویر آنها روی کره سماوی مجاور هم دیده میشود و ممکن است این دوستاره بافاصله بسیار زیاد ازیکدیگر قرار گرفته باشند ، منتها هردو تقریباً در یك امتداد دید واقع باشند اما هرشل با تنظیم یك جدول از این ستارگان و رصد مداوم و مطالعه آنها در ظرف ۲۵ سال محقق نمود که دو ستاره عضو مجموعاً تشکیل یك دستگاه مستقل دادهاندو در اغلب موارد یکی از آنان بدور دیگری دوران می نماید .

هرشل در سال ۱۷۸۳ هنگامیکه حرکات خاص عدهٔ زیادی از ستارگان را مطالعه میکرد نائل به یك کشف مهم گردید که آن حرکت دستگاه منظـومه شمسی است بسمت یك نقطه از آسمان نزدیك به ستاره نسر واقع (۹۵) واقع و این نقطه را *Apex* نامید .

هرشل به اندازه گیری ابعاد جهان پرداختمو بطور تقریب معین نمود که در هر امتداد از شعاع دید تراکم تعداد ستارگان قابل رؤیت برحسب قدرت وسیله رصد چه مقدار است وبدین ترتیب توزیع ستارگان را در طبقات سطوح کروی که متدرجاً بشعاعشان افزوده شود بدست آورد و پس از این تحقیق آماری بیان کرد که ستارگان و کهکشان یا (مجره) جمعاً تشکیل یك دستگاه مستقل میدهند شامل تعداد بیشماری ستاره که مجموعاً در حجمی از فضا که بشکل یك عدسی است و دو یا سه زائده نامنظم نیـز دارد قرار گرفته اند او تعداد ستارگان دستگاه کهکشان را حدود ۶ میلیون تخمین زده است و ابعاد این دستگاه را از هرطرف معین کرده است و بالاخره او این مجموعه را که خورشید منظومه شمسی ما نیز ستاره ای از آن است بصورت یك جزیره که در فضای لایتناهی قرار گرفته استتشبیه نموده و اظهار نمود که فضای جهان که بمنزله دریای بیکرانی است که این جزیره درآن قرار گرفته از این قبیل جزایر بسیار دارد

95- Véga .

و هریك از آنها نیز کهکشانی تقریباً شبیه کهکشان ماست ، در حقیقت هرشل شخصاً متجاوز از دوهزار و پانصد کهکشان دیگر ویا توده ستارگان را کشف کرده و آنها را در کاتالگهائی تنظیم کرده و منتشر نموده است ،اولین کاتالگ وی در ۱۷۸٦ منتشر شد قبل از آن در ۱۷۸٤ یك کاتالگ بوسیله مسیه(۹٦) (۱۷۳۰ — ۱۸۱۷) انتشار یافته است که فقط شامل ۱۰۳ کهکشان بوده است .

هرشل کهکشان‌ها را بدو دسته تقسیم کرده یکی قابل تجزیه و دیگری غیرقابل تجزیه یعنی برحسب آنکه با رصد کهکشان بوسیله‌تلسکوپ بزرگی که در اختیار داشت بصورت ستارگان مجزا از هم دیده میشد آنرا تجزیه‌شونده نامید و در غیر اینصورت آنرا غیرقابل تجزیه موسوم نمود و معتقد بود که کهکشان‌های غیر قابل تجزیه هم ممکن است بوسیله تلسکوپهای بزرگتر قابل تجزیه باشند ، و علاوه بر این کهکشانهائی که بشکل قرص مدور میباشند ، کهکشان سیاره‌ای نامیده است و ضمناً این‌فرض اساسی را نیز بیان کرده است که همان قانونی که بر دستگاه منظومه شمسی ما حکومت میکندبرتمام دستگاههای ستارگان‌عالم نیزحکمفرماست

هرشل اولین کسی است که اظهار کرده‌ماه بدون جو است و ضمن آنکه روش هولیوس(۹۷) را تکمیل نمود از سال ۱۷۸۰بعد باندازه‌گیری ارتفاع کوه‌های ماه پرداخت و نتایجی را که بدست آورده است بسیار نزدیك‌اندازه‌هائی‌است‌که هم‌اکنون بعنوان مقادیردقیق تعیین شده است ، هرشل در چگونگی وحالت دنباله‌داران ضمن رصد یکی از زیباترین آنها در ۱۸۱۱ مطالعه کرده است .

طیف خورشید نیز یکی از موضوعهای مورد مطالعه وی بوده است و باقرار دادن یك میزان‌الحراره بسیار حساس در مقابل‌قسمتهای مختلف طیف خورشید او در ۱۸۰۰ محقق نمود که حداکثر درجه حرارت طیف خورشید ا نطرف حد نهائی نوار قرمز حاصل میشود وبدین ترتیب وجود اشعه مادون قرمز را کشف‌نمود .

هرشل بطور قابل ملاحظه در تکمیل و ساختن وسائل رصد کوشیده است مهمترین تلسکوپی که وی ساخت بطول ۱۲ متر و قطر آینه مقعرآن ۱/۵۷ متر بوده است این تلسکوپ براساس انعکاس نور کار میکند و باتلسکوپهائی ازهمین‌نوع که فقط بطول ۲/۱ متر بود او موفق شدکه درشتمائی ٦۰۰۰ را بدست‌آورد .

96- Messier . 97- Hevelius .

دستیاران هرشل عبارت بودند از برادرش الکساندر (۹۸) که یکی از مکانیسین‌های بسیار ماهر بود و خواهرش **کارولین لوکرتیا** (۹۹) (۱۷۵۰ – ۱۸٤۸) که بواسطه مهارت زیادی که در طبقه بندی و تجزیه و تحلیل رصدهاداشته‌وانجام‌محاسبات دقیق و همچنین کشف۷دنباله‌دار بحق شایسته عنوان منجم است ، او در سال۱۸۲۲بهانور مراجعت نمود و درآنجا در سن ۷۸سالگی کاتالگ کهکشانهائی که بوسیله برادرش رصد شده‌بود منتشر نمود .

ویلیام هرشل یك پسر داشت بنام **سرژان هرشل** (۱۰۰) (۱۷۹۲ – ۱۸۷۱) که کارهای پدرش را دنبال نمود بخصوص در مورد‌ستارگان دوگانه بطوریکه بین سالهای ۱۸۱۸ تا ۱۸۳۲ وی باتفاق چند منجم دیگر مانند**استروو** (۱۰۱) و **ارژلاندر**(۱۰۲) تعدادستارگان‌دوگانه کشف شده را به شش هزار عدد رساندند .

در همین ایام تعدادی از سیارات کوچك که مابین مدار مریخ و مشتری بدور خورشید میگردیدند کشف گردید . اول ژانویه ۱۸۰۱ **پیازی** (۱۷٤٦ – ۱۸۲٦) که در پالرم(۱۰۳) استاد ریاضی بود اولین عدد از آنهارا کشف کردو اورا **سرس**(۱۰٤) نامید (سرس نام یکی از خدایان سیسیل میباشد) سپس در ۲۸ مارس ۱۸۰۲ **البرس**(۱۰۵) که در برم(۱۰٦) منجم بود دومین سیاره کوچك که **پالاس**(۱۰۷) نامیده میشود کشف کرد ودر اول‌سپتامبر ۱۸۰٤**هاردینگ** (۱۰۸) در رصد خانه **لیلیانتال**(۱۰۹) سیاره‌سوم بنام **ژونن**(۱۱۰) را کشف نمود و در ۲۹ مارس ۱۸۰۷ بالاخره البرس سیاره‌**وستا**(۱۱۱) را کشف کرد .

کشف این‌سیارات انعکاسی قابل‌ملاحظه‌ای‌داشت زیرا اولافضای خالی تصوری‌مابین مریخ و مشتری را پر مینمود و در ثانی قانون تجربی**تیتیوس** بدرا که در این فاصله وجود سیاره‌ای را پیش بینی مینمود تائید میکرد .

کار مهم دیگری که در این دوره انجام‌گرفت کشف خطوط طیف است بوسیله **فرانهوفر**

98- Alexander .
99- Caroline Lucretia .
100- John Herschel .
101- Struve .
102- Argelander .
103- Palerme
104- Cérès .
104- Olbers .
106- Brême .
107- Pallas .
108- Harding .
109- Lilienthal .
110- Junon .
111- Vesta .

(۱۱۲) ولی این کشف بلافاصله مورد استفاده‌قرار نگرفت .

ژورف فرانهوفر (۱۷۸۷ ــ ۱۸۲۶) در استراوبینگ (۱۱۳) باویر متولد شد . وی ابتدا بتراش سنگهای قیمتی اشتغال داشت و سپس در۱۸۰۸ به عینك سازی اشتغال ورزید و بمطالعه در روی طیف نور خورشید مشغول‌شد وی تعداد۵۷۴ خط سیاه را در طیف خورشید شماره کرد و قواعدی برای تعیین مکان این خطوط بوسیله‌ترسیم و یامحاسبه بدست آورد وچند عدد ازاین خطوط‌که از لحاظ وضوح ازدیگران ممتازبودندبه حروف الفبا نامگذاری کرد که هنوزهم این حروف برای این‌خطوط‌بکار میرود مثلا میگویندخط D طیف سدیم و یاخطوط K , H طیف کلسیم یونیزه . بعلاوه در مقاله‌ایکه در۱۸۱۷منتشر شد وی متذکر میشود که طیف نور ماه و همچنین طیف سیارات همگی مشابه طیف خورشید است و از آن نتیجه میگیرد نور این اجرام تماماً از خورشیدکسب میشود .

دوره جدید با شروع اندازه‌گیری فواصل‌ثوابت‌اززمین خاتمه‌میپذیرد. درسال۱۸۳۸بسل(۱۱٤) فاصلهٔ یکی از ستارگان پیکر آسمانی ماکیان(۱۱۵) را تعیین نمودودرسال ۱۸۳۹ ویلهم استروو فاصله ستاره نسر واقع و هندرسن(۱۱٦) فاصله‌ستارهٔ رجل‌قنطورس(۱۱۷) را بدست‌آوردند ، ستارهٔ اخیر نزدیکترین ستاره به زمین است .

در همین اوان یعنی بین سالهای ۱۸٤۵ تا۱۸۵۰ لردرس(۱۱۸) (۱۸۰۰ـ۱۸٦۷) اولین کهکشان مارپیچی را کشف کرد بوسیله رصدبایك تلسکوپ بقطر ۱/۸۳ متر .

در این‌زمان علم نجوم بیش از پیش توجه‌طبقه تحصیل کرده را جلب نموده بود بهمین سبب آراگو(۱۱۹) (۱۷۸٦ ــ ۱۸۵۳) مدیررصد خانه پاریس در سال ۱۸٤۱ تا ۱۸٤٦ یك دوره درس نجوم تشکیل داد و مستمعین وی بیشمار و متنوع بودند و سپس نامبرده یك کتاب (نجوم برای همه) (۱۲۰) انتشار داد باانجام‌درس‌فوق وانتشار این‌کتاب‌وی‌را میتوان اولین مروج علم‌نجوم برای عامه دانست . دراینزمان‌دورهٔ جدید نجوم پایان میپذیرد مشخصات و

112- Fraunhofer .
113- Straubing .
114- Bessel .
115- Cygnus .
116- Henderson .
117- Rigil kentarus or α Centauris .
118- Lord Rosse .
119- Arago .
120- Astronomie populaire .

تحولات این دوره بطور اختصار عبارتنداز : پذیرش هیئت‌کپرنیك ، قوانین کپلر ، کارهای مهم گالیله ، کشف‌قانون مهم جاذبهٔ عمومی‌نیوتن‌فرضیه لاپلاس ، تکمیل دائمی‌تلسکوپ وافزایش بزرگ نمائی آن بقسمی‌که هرشل باآن ارانوس راکشف‌نمود،بدین‌ترتیب‌علم نجوم برپایه علمی استوار شد و آمادهٔ جهش به دورهٔ‌معاصر نزدیك شده بود و میتوان ابتدای این دوره را از زمان کشف نپتون بوسیله لووریه(۱۲۱) دانست .

دورهٔ معاصر نزدیک

اوربن‌ژان ژوزف (۱۲۲) لووریه (۱۸۷۷ــ ۱۸۱۱) در سن‌لو(۱۲۳) متولد شد وی پس از اتمام مدرسهٔ پلی‌تکنیك در اداره دخانیات مشغول کار شد و درآنجا به‌تحقیقات درعلم‌شیمی پرداخت ولی در اثر یك پیش‌آمد بطرف‌علم‌نجوم‌سوق داده شد یعنی چون پست استادیاری شیمی در مدرسه پلی‌تکنیك خالی بود لووریه وربنولت(۱۲٤) باهم داوطلب اشغال این پست شدند ولی لووریه بنفع دوستش از آن صرفنظرکرد و بناچار پست استادیاری نجوم را که بجبران آن‌بوی پیشنهاد کردند پذیرفت از آن‌ببعد تمام مطالعات وی روی مکانیك سماوی انجام گرفت و بامحاسباتی که بااصول این علم‌انجام داد موفق بکشف سیاره نپتون گردید .

لووریه در حرکات ارانوس بی‌نظمیهائی ملاحظه کرد که قسمتی از این بی‌نظمی‌ها مربوط به‌اختلالی بود که توسط سیارات معلوم برمدار ارانوس ایجاد میگردید ولی قسمت دیگر این بی‌نظمیها قابل توجیه نبود . همچنین‌بوارد(۱۲۵) که عضو موسسه طولهای جغرافیائی بود و شبها بمطالعه نجوم می‌پرداخت در سال۱۸۲۱ یك جدول جدید و دقیق از حرکت ارانوس تهیه کرد و این جدول عدم توافق مدارسیاره را با جداول پیش‌بینی شده از روی محاسبه آشکار می‌ساخت ، لووریه فکر کردکه‌ممکن است این بی‌نظمیها در اثر اختلال ناشی ا زوجود سیاره دیگر باشد که هنوز آنرا کشف‌نکرده‌اند و این تصور پس از آنکه بادقت بیشتر اثر اختلال مشتری و زحل را روی‌ارانوس تعیین نمود قوت بیشتر گرفت . بسل نیز که در آن هنگام منجم رصدخانه پاریس‌بود با او هم‌عقیده بود .

121- Le Verrier .
122- Urbain - Jean - Joseph .
123- Saint Lô .
124- Regnolt .
125- Bouvard .

لووریه باتشویق آراگو به‌بررسی موضوع‌پرداخت یعنی بافکر آنکه که این‌اختلالات مدار ارانوس مربوط بوجود یك سیاره دیگر آنطرف‌ارانوس است و بامجهول گرفتن جـرم و محل این سیاره فرضی سعی کرد کـه مسئله را حل‌کند یعنی این مجهولات را چنان تعیین نماید که نیروی جاذبه (۱۲۶) چنین سیاره‌ای اختلالهای غیر قابل تعبیر را ایجاد نماید و بیش از ۱۲ ماه بمحاسبه پرداخت تا بالاخره پس از آن‌موفق شد که محل سیاره را در آسمان پیدا کند و جرم و حتی قطر ظاهری آنرا تخمین زند ونتیجه را طی سه مقاله تاریخی به‌آکادمی علوم عرضه نمود و خلاصه این مقالات چنین است:

۱ــ در ۱۰ نوامبر ۱۸٤۵ مقاله‌ای درباره‌اثبات آنکه اختلالات ناشیه از مشتری و زحل کافی برای توجیه بی‌نظمیهای مدار ارانــوس‌نمی‌باشد .

۲ــ در مقاله مورخ اول ژوئن ۱۸٤٦ اعلام کرد که سیاره‌ای که باعث اختلال در مــیر ارانوس میشود در آنطرف این سیاره واقع است و موضــع‌آنرا در اول ژانویه ۱۸٤۷ پیش‌بینی نمود .

۳ــ در مقاله مورخ ۳۱ اوت ۱۸٤٦ مشخصات مدار این‌سیاره فرضی‌را تعیــین نمود و همچنین جرم تخمینی آنرا اعلام کرد .

بالاخره در ۱۸ سپتامبر ۱۸٤٦ نامه‌ای به‌گال (۱۲۷) که معاون انك (۱۲۸) در رصدخانه برلن بود نوشت واز او درخواست نمودکه سیاره‌را در آسمان جستجو نماید و ضمناً محل دقیق آنرا در آسمان تشریح نموده و حتی تذکر داده‌بود که قطر ظاهری آن احتمالا در حــدود ″۳ میباشد ، این نامه در ۲۳ سپتامبر به گال رسیدو چون در آنــوقت هوا مساعد بود همان شب دوربین‌را بطرف موضع تعیین‌شده متوجه‌نمود وبلافاصلــه درآن نقطه ستاره‌ای دید که قبلاً در هیچ کاتالگی ثبت نشده بود وبدین‌ترتیب سیاره‌پیش‌بینی شده کشف گردید و موضع آن با موضع پیش‌بینی شده در حدود ′۵۲ اختلاف داشت ،چند روز بعد گال و انك قطر ظاهری سیاره را اندازه گرفته و نتــایج بترتیب ″۲٫۷ و ″۲٫۹بود که باعدد پیش‌بینی شده توسط لــووریه بسیار نزدیك است .

این کشف هیجان فوق‌العاده ایجاد کرد وعلم مکانیك سماوی یك موفقیت افتخــارآمیز

126- Bessel .

127- Galle .

128- Encke .

کسب‌نمود. آراگو درباره این‌کشف می‌نویسد «لووریه بدون آنکه حتی یك نظـر به‌آسمان بیاندازد سیاره جدید را کشف نمود او آن را با‌نوك قلمش دیده است ، او باقدرت محاسبه محل و بزرگی جسمی‌که در آنطرف ارانوس یعنی‌خارج‌از حدود شناخته‌شده منظومه شمسی قرار دارد تعیین نموده است» .

در اینجا لازم است متذکر شویم که درهمان زمان‌که لووریه مشغول محاسبه برای‌کشف این سیاره بود یك منجم جـوان انگلیسی بنام‌ادامز (۱۲۹) نیز همین‌موضوع‌را بررسی‌کرده‌و محاسبات مشابهی انجام داده بود و نتیجه آنرا به‌رئیس خود تسلیم نموده بود ولی نامبرده به‌آن توجهی نکرده بود و فقط پس از انتشار نتایج‌محاسبات لووریه به‌آن مراجعه نمود و ملاحظه کرد‌که‌گزارش ادامز شامل همان نتایج لووریه‌است ، بنابراین بحق باید ادامز را نیز در افتخار این کشف سهیم دانست همانطور‌که مجمع‌نجومی‌لندن نیز باین موضوع توجه کرد و جایزه سالانه را بین ادامز و لووریه تقسیم نمود .

ضمناً باید گفت که مداراتیکه لووریه وهمچنین ادامز برای نپتون پیش‌بینی کرده‌بود با مدار واقعی این سیاره مطابقت ندارد ولی این‌مدارات در حوالی حضیض سیاره با مدار واقعی تقریباً منطبق میباشد و چون در مابین سالهای۱۸٤۰ تا ۱۸۵۰ نپتون در حوالی‌حضیض خود حرکت‌میکرده‌است ومحاسبین نیز در همین‌ایام نتایج را بررسی میکرده‌اند این قسمت از مسیر را کامل‌تر بدست آورده‌اند .

میتوان گفت که موفقیت لووریه سبب شد‌که علم مکانیك سماوی اهمیت پیـدا کند و با سرعت بطرف تکمیل گام بردارد و باید گفت‌که‌در این علم محققین برجسته‌ای ازبین دانشمندان فرانسه پیدا شده‌اند که هیچوقت نظیر آن نبوده‌است واین دانشمندان عبارتنداز **وی‌یارسو**(۱۳۰) **دلـونی**(۱۳۱) ، **تیسران**(۱۳۲) ، **هانـری‌پوانکاره**(۱۳۳) .

وی‌یارسو (۱۸۱۳ ــ ۱۸۸۳) که مردی‌کنجکاو بود در سال ۱۸۳۰ برای ادامه تحصیل در هنرستان موسیقی به‌پاریس آمد و در آنجاموفقیتهائی نصیبش شد و در سال ۱۸۳۳ برای الحاق به‌هیئت علمی کـه در مصر مامـوریت‌داشته بآنجا اعزام شد ، او در آنجا علاقه شدیدی

129- Adams .
130- Villarceau .
131- Delaunay .
132- Tisserand .
133- Henri Poincaré .

به‌کارهای علمی پیدا کرد بقسمی که بمحض‌مراجعت به‌مدرسه مرکزی هنرها و کارخانه‌ها مراجعه نمود و تحصیل کرد سپس بمطالعه نظریه‌مکانیك سماوی پرداخت و اولین مقاله‌ای که نوشت توجه آراگو راجلب کرد و پس از آن‌بعنوان منجم به‌رصدخانه پاریس داخل شد. وی‌پارسو مدار عده‌ای از سیارات کوچك وبدنباله‌داران را تعیین نموده است و نظریه‌ای داده است که با آن میتوان حداکثر سرعت حرکت‌انتقالی دستگاه منظومه شمسی را تعیین نموده علاوه بر این مطالعات قابل ملاحظه‌ای روی‌انکسار جوی انجام داده است و فن ساختمان بعضی از ابزارهای نجومی مورد استعمال راتکمیل نمود.

شارل اوژن‌دلونی (۱۸۱۶ ـ ۱۸۷۲) درلوزینی (۱۳٤) متولد شد و در سال ۱۸۳٦ پس از فراغ از تحصیل از مدرسه پلی‌تکنیك‌در دانشکده علوم سوربن استاد مکانیك گردید و پس‌از آن رئیس رصدخانه پاریس شد، معروفیت‌وی دراثر نظریه‌ای است که در باره حرکت ماه ابراز داشته است و جداولی دراین‌موردتدوین نموده است.

دلونی پشتکارعجیبی درانجام محاسبات طولانی داشته است، با درنظرگرفتن آنکه در آنموقع ماشین حساب الکترونیك و حتی‌ماشین‌های مکانیکی محاسبه نیز وجود نداشته است اگر به جلدهای بیست‌وهشتم و بیست‌ونهم گزارشهای آکادمی علوم فرانسه نظر بیافکنیم و ملاحظه کنیم که در آنجا فرمول مربوط به‌اختلالات ماه که وی حساب کرده است شامل ٤٦۱ جمله است و تنها همین یکفرمول ۱۳۷صفحه از این گزارشها را اشغال نموده است به همت و پشتکار و حوصله عجیب وی پی خواهیم‌برد.

فرانسوافلیکس(۱۳۵)تیسران(۱۸٤۵ـ۱۸۹٦) در نوئی‌سن(۱۳٦) (واقع در ساحل طلا) دریك فامیل فقیر بدنیا آمد ولی آن‌ها با فداکاری‌بسیار وسائل تحصیل او را فراهم نمودند، در سال ۱۸٦٦پس‌از فراغ از تحصیل از دانشسرای عالی بعنوان کمك‌منجم در رصدخانه پاریس وارد شد، تحقیقاتش در مورد نظریه حرکات‌ماه است و او روش دولونی را ادامه و بسط داده است.

در ۱۸٦۸ برای رؤیت کسوف کامل به مالاکا اعزام شد و در سال ۱۸۷۳ مأمور رصد عبور زهره از نقاط اصلی مدار گردید ودراثرشایستگی که در این مأموریتها از خود نشان

134- Lusigny.

135- François - Félix.

136- Nuits - Saint - George.

داده بـود در سال ۱۸۹۲ بـجای دریـاسالارموشه(۱۳۷) بمدیریت رصدخانه پارس منصوب گردید ، تیـسران قسمت عمده فعالیت خود رادر تکمیل نکات اساسی نجوم ریاضی صرفنمود کتاب وی در باره مکانیك سماوی هنوز همیکی از کتب اساسی محسوب میشود ، علاوه براین ضمن مقالاتی که در سالنامه دفتر طولهای‌جغرافیائی منتشر نموده است با بیانی ساده و روشن و بدون استفاده از فرمولهای ریاضـی‌مسائل دقیق و مشکل مکانیك سماوی‌راجهت اطلاع عموم تشریح کرده است و توضیح داده‌است . لاوی(۱۳۸) در ایـن بـاره مینـویسد «تیـسران بخاطر روشنی افکار ، انتخاب راههای‌بسیار سهل برای حل مسائل پیـچیده ، دقت نتایج ، بنظر ما یکی از ارزنده‌ترین اشخاص‌معرف علم و نبوغ فرانسه میباشد»

اکنون باید یکی از ریاضیدانان بسیارفاضل‌را که کارهایش واقعاً سحرآمیز بوده است نام ببریم و او هانری پوآنکاره میباشد و اودر زمان حدفاصل مابین دورهٔ معاصر نزدیك و دورهٔ معاصر میزیسته است .

ژول‌هانری پوانکاره (۱۸۵٤ — ۱۹۱۳) روز ۲۹ آوریل ۱۸۵٤ در نانسی(۱۳۹) بدنیا آمد ، پسرعمویش ریموند(۱٤۰) پوانـکارمرئیس‌جمهور فرانسه در سال ۱۹۱۳ بود در سال ۱۸۷۳ به مدرسه پلی‌تکنیك وارد شد و دورشاین مدرسه را با چنان درخشندگی گذراند که مانند یك افسانه نقل میشود در سال ۱۸۷۸ وقتی که از مدرسه معادن فارغ‌التحصیل شد بعنوان دانشیار آنالیز ریاضی در دانشکده کان پذیرفتهشد ، در ۱۸۸۱ او رابدانشکدهسوربن فراخواندند تا در آنجا کرسی مکانیك فیزیـك را اشغال کند و بعداز آن کرسی ریاضیات فیزیك را بدست آورد و پس از درگذشت تیسران بـمریاست کرسی مکانیك سماوی منصوب گردید و از سال ۱۸۸۷ عضو آکادمی علوم گردید ودر سال ۱۹۰۹ بعضویت آکادمی فرانسه انتخاب شد بعلاوه او در بسیاری از آکادمیهای علوم‌دنیا نیز عضویت داشت .

کارهای هانری پوانکاره بسیار زیاد است‌او در تمام شاخه‌های علوم ریاضی و فیزیك دست داشت مانند آنالیز عالی ، هندسه‌های غیراقلیدسی ، حساب ، توپولوژی ، مکانیك ،نجوم فیزیك‌ریاضی وغیره ، لوئی‌دوبروگلی(۱٤۱) در این باره مینویسد «پوانکاره در ۵۸ سالگی

137- Mouchez .

138- Lœwy .

139- Nancy .

140- Raymond .

141- Louis de Broglie .

مــرد درحالیکــه انبوهی آثــار از خود باقی گذاشت ، تقریباً غیرممکن بنظر میرسد کــه کسی بتواند در مدت عمری بدین کوتاهی اینهمه کار ارزنده در رشته‌های مختلف انــجام دهد»

در تاریخ علوم ریاضی کمترکسی مانند پوانکاره توانسته‌است تا اینحد در اصول و روشهای اصولی تکامل ایجاد نماید .

در ریاضیات‌محض،قدرت ابداع او اعجاب‌آور است و انسان در مقابل استادی و مهارتی که وی در بکاربردن بهترین راه‌حل مسائــل‌از خود بروز داده است متحیر میماند .

درحقیقت قابلیت ایجاد راههای تحلیلی‌برای حل مسائل مطروحه مشخص نبوغ وی است ، علاوه‌براین استعداد عجیبی داشته‌است‌که مسائل را بصورت کلی بررسی کند ، او بندرت کارهای دیگران را مطالعه میکرد و درمواقع لزوم فــقط با سرعت نــظری سطحی برآنها می‌انداخت وبطورکلی مختصر اطلاعی از یك نظریه‌برای وی کفایت میکرد تا در آن موضوع فصل کاملی تهیه نماید .

کشف‌توابع فوشین(۱۴۲) مثال خوبــی ازکلیت‌دادن موضوعهای مورد بررسی بوسیله وی میباشد و این کشف مربوط به اوائل زندگی‌علمی وی است و باعث معروفیت او شد ، در همان هنگام که پوانکاره مطالعات خود را دراین موضوع انجام میداد چند حالت خاص آن توسط ژاکوبی(۱۴۳) وهرمیت(۱٤٤) و چندنفر دیگر از ریاضی‌دانان بررسی شده بود ولی پوانکاره از این امر بی‌اطلاع بود . مسئله‌ایکــه‌برای حل در ابتدای امر درنظر گرفته بــود عبارت بود از روش پوشاندن یك صفحه بوسیله‌متوازی‌الاضلاعهای مساوی، پوانکاره حالت‌کلی مسئله را بصورت پوشاندن یك نیم‌صفحه بوسیله‌چندضلعی‌های منحنی‌الخط درنــظر گرفت و برای حل مسئله او یکدسته‌سریهای جدید تشکیــل داد بنــام تــوابع‌تافوشین و بدین وسیله به حل مسئله موفق شد .

درموقع تصدی کرسی فیزیك وریاضی‌دروس وی در ۲۰جلد کتاب منتشر شده است و این کتب در موضوعهای مختلفی بوده‌است‌ازقبیل ارتجاع ، مکانیك مایعات ، نظریــه حرارت ، الکتریسته ، نور ، وغیره ، او مانــندمخرج مشترك بود که برای همه کسرها کفایت

142- Fonctions fuchsiennes . 143- Jacobi .

144- Hermite .

میکند و برای وی پایه‌ریزی و بحث تحلیلی‌رشته‌های مختلف فیزیك‌ریاضی مانند یك‌بازی و سرگرمی بوده است .

اولین مقاله وی در باره مکانیك سماوی‌مطالعه معادلات دینامیك دربارهٔ یکی از مسائل مشکل مکانیك سماوی موسوم به(مسئله سه‌جسم)میباشد ، پس‌از آن کتب قابل ملاحظه‌ای روی نظریه جزرومد و روش نوین مکانیك سماوی‌نوشته است و بالاخره آخرین کتابش در مورد فرضیات تکوین جهان که چند سال قبل ازمرگش منتشر شد یك شاهکار علمی است و در آن کلیه نظریاتی که در زمان کانت و لاپلاس‌در این مورد پیشنهاد شده است مورد بررسی قرار میگیرد و ضمناً پوانکاره تنها به نظریه تکوین‌منظومه شمسی نپرداخته بلکه تکوین تمام عالم را در نظر گرفته است و با یك نظر انتقادی‌مؤثر و شیرین نظریه آرنیوس(۱۴۵)را درباره مرگ حرارتی جهان که بنظر میرسد براساس‌نظریه کانت تنظیم شده رد میکند ، این کتاب شامل مطالب بسیار عالی میباشد .

ضمناً میتوان گفت که اولین‌بار هانری‌پوانکاره نظریه‌نسبیت‌راپیش کشیده‌است وبایدافتخار این کشف تااندازه‌ای نصیب علوم فرانسه باشددرحقیقت وی در کتاب علم و روش(۱۴۶) صفحه ۲۴۰چنین مینویسد «بهرحال غیرممکن‌است که از این احساس برکنار بود ، اصل نسبیت یك قانون کلی طبیعت است و بجزسرعتهای نسبی بهیچ وسیله نمیتوان سرعت دیگری تصور نمود و ازاینرو سرعت اجسام‌نسبت به اتر مطرح نمیشود بلکه سرعت اجسام نسبت به یکدیگر بررسی میگردد .

اکثر آزمایشهای مختلف نتایج یکسان‌دادماند زیرا در شرایط واحدی انجام شده‌اند (و این نکته را از نظر دور داشته‌اند) وبدین‌جهت لازم نبوده است که اصل نسبیت را درنظر بگیرند بنابراین سعی نشده است که برای اصل‌نسبیت ارزشی مشابه ارزش اصل تعادل قائل شوند ، مثلا شایسته است که نوع مشاهده‌ایکه‌ما را به نتایجی رهبری میکند درنظر بگیریم و سپس نتایج را با آزمایش شرایط این تجربه ومشاهده مورد بازدید قرار دهیم»

درحقیقت در ۱۹۰۴ موقعیکه انیشتین(۱۴۷) تازه کارهای قطعی خود را شروع میکرد پوانکاره تمام نکات مربوط به نظریه‌نسبیت را میدانست ، وی تمام اشکالات

145- Arrhenius .

146- Science et Méthode .

147- Einstein .

الکترودینامیك اجسام درحال حرکت را مطرح کرده بود و با تدابیری ازقبیل انتخاب زمان محلی لورنتز (۱٤۸) و تراکم فیتزجرالد (۱٤۹) موفق میشود که ثبات معادلات الکترومانیتیك و همچنین نتایج تجربه مایکلسن (۱۵۰) را حفظ کند ولی بطوریکه لوئـیبروگلی نوشته است پوانکاره پا را فراتر نگذاشته است و افتخارمشاهدهٔ همه نتایـج نسبیت را برای انیشتین گذاشته است بخصوص انیشتین ضمن یك انتقادعمیق از روش اندازه‌گیری طولها و زمانهـا واقعیت خصوصیت فیزیکی رابطه‌ای‌که نظریـه‌نسبت بین‌فضا وزمـان را برقرار میکند روشن میسازد. علت آنکه پوانکاره دنبالـه موضوع‌نسبیت را نگرفته است درحقیقت‌آنست کـه وی پرورش یك ریاضی‌دان محض داشته و در مقابل‌مسائل فیزیك وسواس داشته است .

پوانکاره پای‌بند هیچیك از مکتب‌های‌فلسفی نبوده و خود نیز مکتب خاصی در ایـن مورد بنا نگذاشته است و میتــوان گفت وی‌طرفدار سهولت عمل بوده است و درنوشته‌هایش نیز همجا کلمه سهل را تکرار کرده است .

تاکنون فقط در مورد پیشرفتهای ریاضی‌علم نجوم گفتگو نمودیم و هنوز درباره‌مطالعاتی که در مورد منظره ستارگان و شرایطی برسطح‌اندرون آنها حکمفرماست ذکری بمیان نیامده است . این مطالعات پس از تکمیل ابزارنوری‌و بخصوص طیف‌نگار انجام گرفته است .

قبلاً ذکر شد که فرانهوفر کشف کرد که‌طیف خورشید دارای تعدادی خطوط سیاه‌است وی همچنین ملاحظه نموده‌بود که طیف‌فلزات تبخیرشده در شعله قوس الکتریکی ولتا خطوط درخشانی دارند . در سال ۱۸۲۲ سـر داوید‌بروستر (۱۵۱) (۱۷۸۱ ــ ۱۸٦۸) عضو مجمع سلطنتی انگلستان و استاد فیزیك دانشگاه سنت‌آندروس (اکس) (۱۵۲) نشان داد که خطوط درخشان در طیف نور گازهای مشتعل نیز وجوددارد ، در ۱۸۲٦ فوکس تالبوت (۱۵۳) (۱۸۰۰ ــ ۱۸۷۷) عضو موسسه سلطنتی انگلستان ضمن‌مطالعه طیفهای نور اجسام مختلف نتیجه‌گرفت که از روی طیف اجسـام میتوان مواد مشکله‌آن‌جسم راتعیین نمود.در ۱۸٤۷ویلیام‌سوان (۱۵٤) (۱۸۱۹ ــ ۱۸۹٤) استاد فیزیك سن‌آندروس‌و همچنین فرانسیسکو زانتدچی (۱۵۵) (۱۷۹۷

148- Lorentz .

149- Fitzgerald.

150- Michelson .

151- David Brewster

152- Saint - Andrews (Ecosse) .

153- Fox Talbot .

154- William Swan .

155- Francesco Zantedeschi .

ـ ۱۸۷۳) استاد فیزیك دانشگاه پادوهریك جداگانه بجای تشکیل طیف روی یك پرده در آزمایشگاه ساختن یك دستگاه قابل حمل‌ونقل‌و تشکیل طیف در داخل آن را درنظر گرفتند و بدین‌ترتیب اسپکترسکپ ساخته شد سپس‌درسال ۱۸۵۷ ژول پلوکر(۱۵۶) استاد دانشگاه بن محقق نمود که نور گازهای مشتعل طیفهائی‌با خطـوط روشن مشخص تولـید میکنـند درصورتیکه جامدات ومایعات‌که دراثرحرارت‌زیاد نورانی میشوند طیفشان فاقد خطوط روشن است و طیف آنها را طیف پیوسته نامند .

فرانهوفر قبلاً متذکر شده بود که خط دوگـانـه مربـوط به گاز سدیم درست در محل خط دوگانـهٔ سیاه طیف نور خـورشیدمنطبق است و بروستر در ۱۸٤۹ این موضوع را برای سایر خطوط طیف خورشید با خطوط‌طیف‌عناصر مختلف بررسی کرد و موارد انطباق را مشخص نمود و براین اساس لئون فوکو(۱۵۷) (۱۸۱۹ ـ ۱۸٦۸) فیزیکدان رصدخانه پاریس اظهار نمود که خطوط سیاه موجود در طیف‌خورشید دراثر آنستکه اتمسفر خورشید روی اشعه صادره از خورشید اثر گذاشته و خطوط‌طیفی را جذب مینماید و بدین‌ترتیب جای خالی این خطوط در طیف نور خورشید خطوط‌سیاه‌را مشخص میکند و هریك از این خطوط سیاه متعلق به طیف مربوط بعناصر مختلف موجـودر خورشید میباشد .

دراینحال همه مقدمات فراهم شده بودبرای آنکه روشی در مطالعه طیف پیدا شود و از روی آن بتوان عناصر متشکله خورشید ویا ستارگان را مشخص نمود این روش قابـل تحسین بنام‌تجزیه‌طیفی توسط‌دونفرآلمانی بنام کیرشف (۱۵۸) (۱۸۲٤ــ۱۸۸۷) وبونس(۱۵۹) (۱۸۱۱ ـ ۱۸۹۹) کشف گردید و بوسیلـه‌آن‌از روی محل خطوط طیف و حالت آنهامیتوان عناصر متشکله نورانی موردآزمایش را تعیین‌نمود بعبارت دیگر از روی طیف نور هرستاره باهر بعدمسافتی که با ما داشته باشد میتوان‌عناصر موجود در آن ستاره را تعیین نمود و علاوه براین بوسیله قانون دپلرفیزو(۱٦۰) واز روی جابجاشدن خطوط طیف یك ستاره از محل عادی آن (یعنی محل این خط درحالتیکه‌چشمهٔ نورانی و محل دریافت طیف نسبت بهم درحال سکون باشند) میتوان سرعت شعاعـی‌حرکت ستاره را تعیین نمود یعنی معین نـمود

156- Jules plücker .

157- Léon Foucault .

158- Kirchhoff .

159- Bunsen .

160- Doppler Fizeau .

که آیا ستاره از ما دور میشود و یا بما نزدیك‌میگردد و سرعت این حرکت چقدر است .

عدهٔ زیای از علمای فیزیك نجومی مدتهاکار کردند تا توانستند بوسیله تجزیه طیفی عناصر موجود در خورشید و ستارگان وکهکشانها و دنباله‌داران را تعیین نمایند و معروفترین آنها عبارتند از **ویلیام میلر** (١٦١) (١٨١٧ ــ ١٨٧٠) و **ویلیام هوگینز** (١٦٢) (١٨٢٤ ــ ١٩١٠) از انگلستان ، **دوناتی**(١٦٣) (١٨٢٦ــ ١٨٧٣) و **سکی**(١٦٤) (١٨١٨ ــ ١٨٧٨) از ایتالیا وژانسن (١٦٥) (١٨٢٤ ــ ١٩٠٧) از فرانسه و **پیکرینگ**(١٦٦) (١٨٤٦ ــ١٩١٩) از آمریکا ، و ژل (١٦٧) (١٨٤١ــ١٩٠٧) **وماکس ولف** (١٦٨) (١٨٦٣ ــ ١٩٣٢) از آلمان . بدین‌ترتیب یك‌شاخه جدید درنجوم‌پدید آمد بنام **فیزیك نجومی**(١٦٩) که این شاخه هم خود به سه‌قسمت تجزیه گردید یکی‌فیزیك‌خورشید ودیگری فیزیك ستارگان وسوم فیزیث سیارات در قسمت اول وضع و ساختمان‌و عناصر و فعل‌وانفعالات درون خورشیدمطالعه میشود و در قسمت دوم و سوم بترتیب وضع‌فیزیکی وساختمان وترکیبات ستارگان وسیارات مورد مطالعه قرار میگیرد .

مهمترین تنظیم‌کننده قسمتهای جدید عبارتند از سچی و جانسن و **دلاندر**(١٧٠) .

انژلوسکی(١٨١٨ ــ ٢٨٧٨) مدیر رصدخانه مدرسه رومن بیشتر مطالعاتش بر روی خورشید میباشد او اولین کسی است که اظهارنمود که زبانه‌های **سرخ‌رنگ**(١٧١) اطراف خورشید که هنگام کسوف دیده میشود حقیقی‌است درصورتیکه چند نفر منجم قبل از آن گفته بودند که این زبانه‌ها مجازی است ودراثرانعکاس نور احداث شده است و همچنین اولین نفری است که بیان داشته کــه از لــکــه‌های‌خورشید اشعه سرخ‌فام ساطع میشود درکتابش بنام خورشید که در سال ١٨٦٧ بزبان ایتالیائی‌و در سال ١٨٧٠ بزبان فرانسه منتشر شده‌است نظریه کاملی از وضع فیزیکی خورشید بیان‌داشته است‌و اظهار میدارد که خورشید تشکیل

161- Willian Miller .
162- William Huggins .
163- Donati .
164- Secchi .
165- Janssen .
166- Pickering .
167- Vogel .
168- Max Wolf .
169- Astrophysique
170- Deslandres .
171- Protubérance .

شده است از یك قسمت جرم مایع‌بادرجه‌حرارت‌بسیار بالا و برسطح‌آن‌فلزات‌بصورت‌گاز وجود دارند این گازها در طبقات بالا مشتعل‌هستندو تشکیل یك پوششی میدهند که موسوم است به فتوسفر اشعه نورانی که از این طبقه ساطـع‌میشود دارای طیفی با خطوط مربوط به عناصر موجوددرخورشید میباشند زیرا این‌اشعه ازطبقه‌بالاتر که‌مشتمل بر گازهای‌سردتر فلزات‌است‌عبور میکند و این طبقه را کرموسفر مینامند بالای‌این طبقه یك طبقه دیگر است بنام تاج . اجرام مرکزی خورشید با حرکات بسیار شدید درهیجان است و دراثر آن قسمتی از طبقات فتوسفر و کرموسفر بطرف بالا رانده میشودو تشکیل فورانهای حقیقی میدهد که همان زبانه‌های آتشین خورشید است .

سکی روی‌ستارهٔ‌مریخ‌نیز مطالعات زیادی‌دارد و در سال ۱۸۵۹ نتیجه مطالعاتش را در کتابی بنام سیاره مریخ منتشر نمود و او اولین‌کسی است که وجود لکه‌های سفیدرنگ باابعاد متغیر را در قطبین مریخ متذکر شده است وعلاوه براین بروجود خطوطی آبی‌رنگ که‌در این سیاره مابین دو ناحیه قرمز رنگ کشیده شـده‌است اشاره نمـوده‌است . این خطـوط بعدها بوسیله شیاپارلی(۱۷۲) (۱۸۳۵ ــ ۱۹۱۰) به کانالهای مریـخ موسوم شده است ، علاوه‌براین وی طبقه‌بندی اصولی ستارگان‌رابنیاد نهاده است .

ژانسن(۱۸۲٤ ــ ۱۹۰۷) نیز یـکی ازمروجین فیزیك خورشید است و با کشفیات وی این علم پیشرفت زیاد نمود، او ابتدا نقاشی‌آموخت و سپس به ریاضیات و فیزیك پرداخت دربین سالهای ۱۸۵۲ تا ۱۸۵۵ موفق به اخذلیسانسهای ریاضی و فیزیك شد و در سال۱۸۶۰ موفق به اخذ دکتـرا گردید ، وی نمونه کاملی‌از یکنفر محقق علوم است ، در تمام مدت‌عمر هرگز اظهار خستگی نکرد و از زیر بار هیچ‌ماموریت هرچند دشوار و خطرناك خارج نشد و بدین طریق توانست فیزیك نجومی را بـه‌پیشرفتهای زیادی نائـل سازد ، و از میـان ماموریتهائی که از طرف اکادمی علوم بـوی‌محول شده یکی در سال ۱۸۶۸ رؤیت کسوف کامل درگنتور در هندوستان میباشد که در آن‌حالت زبانه‌های خورشید را مشخص نـمود و دیگری در ۱۸۷۱ رؤیت کسوف کامل درآسیامیباشد که از روی آن توانست درباره تاج خورشید مطالعه کند ، در سال ۱۸۷۶ مأمور شدکه در پاریس یك رصدخانه مخصوص کارهای فیزیك نجومی تأسیس کنـد و بمـدیریت این‌رصدخانه منصوب شد ، این رصدخانه ابتـدا

172- Schiaparelli .

در مونتمارتر بنا شد و سپس به مودن منتقل گردید .

طیف ستارگان اولین بار توسط فرانهوفراخذ گردید و پس از آن در سال ۱۸۶۰توسط دوناتی و در سال ۱۸۶۲ وسیله هوگنز و درسال۱۸۶٤ توسط میلرودر۱۸۸۱ وسیله پیکرنیک انجام گردید . در سال ۱۸۸٤ **دونر** (۱۷۳) سوئدی کاتالگی از ۳۲۵ ستاره تنظیم نمود و در آن خطوط طیفی آنها را تعیین کرده بود،علاوه براین منجمین فرانسوی شارل ولف و **ژرژریه** (۱۷٤)،درصورت فلکی ماکیان سهستاره‌کوچك بسیار نزدیك بهم را کشف کردند که طیف آنها قابل ملاحظه بود زیرا در طیف‌آنهاخطوط درخشان وجود داشت و از آن‌ببعد آنها را ستارگان ولفریه نام نهادند .

در مورد کهکشانها کشف قابل‌ملاحظه‌ای‌توسط هوگینز انجام شد یعنی وقتیکه در سال ۱۸۶٤از کهکشان **هلیکس**(۱۷۵) طیف‌برداری‌میکرد ، درطیف آن چند خط روشن مجزا مشاهده نمود درصورتیکه او منتظر بود که‌طیف آنرا بصورت پیوسته و با خطوط تاریك مانند طیف ستارگان ببیند . وی اشتباهاً ایـن‌خطوط را مربوط به عناصر ناشناخته دانست و آنرا **نبولیم**(۱۷۶) نامید(یعنی فلز مربوط به‌کهکشان)ولی درحقیقت این خطوط مربوط به عناصری است که درحالت فیزیکی خاصی‌قرار گرفته باشند و ضمناً وی اظهار نمود که این کهکشان دارای ستاره نیست و بصورت‌یك توده گاز میباشد و این نظر وی کاملاً درست بود و با درنظرگرفتن این موضوع‌همانطورکه‌هرشل پیش‌بینی کرده‌بود کهکشانها بدو دسته تقسیم گردیدند یکی کهکشانهای‌گازی و دیگری کهکشانهائیکه‌شامل توده‌ای از ستارگان میباشد .

روش تجزیه طیفی برای دنباله‌داران اولین‌بار در سال ۱۸۶٤ توسط دوناتی انجام پذیرفت و سپس درسال ۱۸۶۶ بوسیله سکی وهوگینز و در ۱۸۶۸توسط ولف اجرا گردید و آنها ثابت کردند که دنباله‌داران حاوی‌هیدروکربور میباشند .

مطالعه اسپکترسکپی سیارات اول‌بار‌نسبت به ماه انجام شد ، از روی طیف نور ماه هوگینز و میلر وژانسن نتیجه گرفتند کماه فاقد اتمسفر است .

ازطرف دیگر همچنان که ذکر شد دوپلر و فیزو روشی در تجزیه طیفی ایجاد نمودند

173- Dunèr .

174- Rayet .

175- Hélix .

176- Nébulium .

که موسوم است به روش(دوپلرفیزو) وبوسیله‌آن میتوان سرعت شعاعی ستارگان را بدست آورد (مقصود سرعت ستاره درحرکت درامتدادشعاع دید ناظر است).

در همین زمان که طیف‌نگاری ستارگان‌درجریان بود فن دیگری نیز در نجوم رواج پیدا کرد و آن فن عکس‌برداری نجومی است،اهمیت این فن در ۱۸۳۹ توسط آراگو احساس شد و در آن سال آراگو ضمن ارسال کشفیات‌عالی‌نیپس(۱۷۷) و داگر(۱۷۸) در مورد عکاسی نجومی به آکادمی علوم متذکر شده‌بود که استفاده از این فن در نجوم اهمیت‌اساسی دارد طولی نکشید که پیش‌بینی آراگو حقیقت یافت ، در۱۸۴۵فیزو و فوکو اولیــن عکس خورشید را تهیه کردند ، در ۱۸۵۹ وارن‌دولارو(۱۷۹) انگلیسی (۱۸۱۵ــ۱۸۸۹) عضومؤسسه سلطنتی که یکی از پیشقدمان عکسبرداری‌نجومی‌است موفق شد که عکسهای بسیار زیبائی ازماه و خورشید و مشتری و زحل تهیه نمایـد وبالاخره کیو(۱۸۰) یکـدستگاه عکسبرداری خورشید ساخت و با آن همه‌روزه از لکه‌های‌خورشید عکسبرداری میکرد و بدینوسیله‌حرکت این لکه‌ها را مشخص مینمود .

اولین عکسبرداری که از طیف ستارگان‌بعمل آمد بوسیلـه دراپر(۱۸۱) (۱۸۳۷ ــ ۱۸۸۲) منجم آمریکائی انجام گرفت وی‌عکس‌طیف ستاره نسرواقع را تهیه نمود و درآن‌چهار خط قابل‌ملاحظه مشاهده میشود . و سپس‌بین‌سالهای ۱۸۷۵ تا ۱۸۸۲ هوگینز با موفقیت از طیف ستارگان و دنباله‌دارها و کهکشانها عکس‌برداری کرد . در ۱۸۹۷ وی موفق شد که از طیفهای دوستارهٔ عضو ستارگان دوگانـه بطورمجزا عکسبرداری کند .

تاسال۱۸۹۲ طبقه‌کروموسفر خورشید درعکسهای‌مربوطه هرچندهم که‌بزرگ گرفته‌شده‌بود قابل‌مشاهده‌نبود ولی‌در۱۸۹۲هانری‌دلاندر(۱۸۲)فرانسوی (۱۸۵۳ــ۱۹۴۸) وژرژالری‌هال(۱۸۳) امریکائی با استفاده از دستگاه عکس‌بـرداری‌طیف خورشید که قادر بود از اشعه‌های با طول موجهای مختلف منتشره از خورشید عکس‌برداری نماید موفق شدند که بر روی کروموسفر مطالعه کرده و با روش تحلیلی آن را توجیه‌نمایند .

177- Niepce .

178- Daguerre .

179- Warren de la Rue .

180- Kew .

181- Draper .

182- Henri Deslandres .

183- George Ellery Hale .

یکی از منجمین عالیمقام بنام دریاسالارموشه(۱۸۲۱ ــ ۱۸۹۲) که پس از درگذشت وریه بمدیریت رصدخانه پاریس گماشته شدو بخاطر رصدیکه در ۱۸۷٤ از عبور زهره از مقابل خورشید انجام داده است مشهور است . در ۱۸۸٤ عکسهای قابل‌ملاحظه‌ای که توسط برادران پل‌هانری و پرسپر هانری(۱۸٤) ازکهکشان(مجره) گرفته بودند به اکادمی علوم ارائه داد مهارت آنان در این عکس سبب شدکه وی بفکر تهیه نقشه کامل عکسبرداری شده آسمان بیافتد و برای اینکار چهار کنگره‌درسالهای۱۸۸۷ و۱۸۸۹ و۱۸۹۱ و۱۸۹٦ دررصدخانه‌پاریس تشکیل شد وتصمیم گرفتند کەسطح‌آسمان به ۸۱ قسمت تقریباً مساوی تقسیم شود وعکس‌برداری‌هرقسمت به‌یکی ازرصدخانه‌های‌جهان محول گردد و پیش‌بینی شد که برای تهیه نقشه کامل آسمان درحدود پنج‌هزار نقشه۱٦×۱٦سانتی‌متری مورد لزوم باشد و برای اینکه نقشه‌های تهیه شده محفوظ بماند آنها راروی اوراق مسی ظاهر کرده‌اند و این اوراق بسیار گرانبها میباشند .

غیراز نقشه آسمان نقشه کاملی با مقیاسی‌بزرگ از ماه تهیه شد قبل از آن نقشه‌های ترسیم‌شده ازماه‌که‌توسط‌بر(۱۸۵) ومادلر(۱۸٦) و نیسن(۱۸۷) و لرمان(۱۸۸) وغیره تهیه شده بود وجود داشت و این نقشه‌ها نیز بسیاردقیق و عالی تهیه شده بود ولی این نقشه‌ها نمیتوانند دقت نقشه‌های عکس‌برداری شده راداشته باشند و برای آنکه تغییر احتمالی سطح ماه مورد بررسی قرار گیرد مدرك غیرقابل‌انکاری لازم بود و تهیه چنین مدرکی فقط بوسیله عکسبرداری‌دقیق امکان‌پذیربودبدینجهت‌در سال ۱۸۹٤ رصدخانه پاریس دراثر فعالیتهای موریس‌لووی(۱۸۹) (۱۸۳۳ ــ ۱۹۰۸) که پس‌از درگذشت تیسران بمدیریت رصدخانه پاریس منصوب شده بود اقدام بەعکسبرداری از سطح ماه کرد و اینکار تا بعد از وفات لووی ادامه داشت و بوسیله پیرپویسو (۱۸۵۵ ــ ۱۹۲۸) که منجم رصدخانه پاریس‌بود انجام گرفت و علاوه براین عکس‌برداری ومطالعه بر روی کهکشانهای پیچی‌شکل توسط لووان که او نیز منجم رصدخانه پاریس بودانجام شد . نقشه عکسبرداری‌شده از سطح ماه یک شاهکار است و تا سالهای اخیر هم مانندیك ابزار مورد استفاده دانشمندانی که روی

184- Paul et Prosper Henry .

185- Beer .

186- Mädler .

187- Neison .

188- Lohrmann .

189- Maurice Lœwy .

که موسوم است به روش (دوپلرفیزو) وبوسیله‌آن میتوان سرعت شعاعی ستارگان را بدست آورد (مقصود سرعت ستاره درحرکت درامتدادشعاع دید ناظر است).

در همین زمان که طیف‌نگاری ستارگان‌درجریان بود فن دیگری نیز در نجوم رواج پیدا کرد و آن فن عکس‌برداری نجومی است،اهمیت این فن در ۱۸۳۹ توسط آراگو احساس شد و در آن سال آراگو ضمن ارسال کشفیات‌عالی‌نیپس(۱۷۷) و داگر(۱۷۸) در مورد عکاسی نجومی به آکادمی علوم متذکر شده‌بود که استفاده از این فن در نجوم اهمیت‌اساسی دارد طولی نکشید که پیش‌بینی آراگو حقیقت یافت ، در۱۸۴۵فیزو و فوکو اولین عکس خورشید را تهیه کردند ، در ۱۸۵۹ وارن‌دولارو(۱۷۹) انگلیسی (۱۸۱۵ـ۱۸۸۹) عضومؤسسه سلطنتی که یکی از پیشقدمان عکسبرداری‌نجومی‌است موفق شد که عکسهای بسیار زیبائی ازماه و خورشید و مشتری و زحل تهیه نماید وبالاخره کیو(۱۸۰) یکدستگاه عکسبرداری خورشید ساخت و با آن همه‌روزه از لکه‌های‌خورشید عکسبرداری میکرد و بدینوسیله‌حرکت این لکه‌ها را مشخص مینمود .

اولین عکسبرداری که از طیف ستارگان‌بعمل آمد بوسیله دراپر(۱۸۱) (۱۸۳۷ ـ ۱۸۸۲) منجم آمریکائی انجام گرفت وی‌عکس‌طیف ستاره نسرواقع را تهیه نمود و درآن‌چهار خط قابل‌ملاحظه مشاهده میشود . و سپس‌بین‌سالهای ۱۸۷۵ تا ۱۸۸۲ هوگینز با موفقیت از طیف ستارگان و دنباله‌دارها و کهکشانها عکس‌برداری کرد . در ۱۸۹۷ وی موفق شد که از طیفهای دوستارهٔ عضو ستارگان دوگانه بطورمجزا عکسبرداری کند .

تاسال۱۸۹۲ طبقه‌کروموسفر خورشید درعکسهای‌مربوطه هرچندهم که‌بزرگ گرفته‌شده‌بود قابل‌مشاهده‌نبود ولی‌در۱۸۹۲هانری‌دلاندر(۱۸۲)فرانسوی (۱۸۵۳ـ۱۹۴۸) وژرژالری‌هال(۱۸۳) امریکائی با استفاده از دستگاه عکس‌برداری‌طیف خورشید که قادر بود از اشعه‌های با طول موجهای مختلف منتشره از خورشید، عکس‌برداری نماید موفق شدند که بر روی کروموسفر مطالعه کرده و با روش تحلیلی آن را توجیه‌نمایند .

177- Niepce .

178- Daguerre .

179- Warren de la Rue .

180- Kew .

181- Draper .

182- Henri Deslandres .

183- George Ellery Hale .

یکی از منجمین عالیمقام بنام دریاسالارموشه(۱۸۲۱ ــ ۱۸۹۲) که پس از درگذشت لووریه بمدیریت رصدخانه پاریس گماشته شدو بخاطر رصدیکه در ۱۸۷٤ از عبور زهره از مقابل خورشید انجام داده است مشهور است . در ۱۸۸٤ عکسهای قابل‌ملاحظه‌ای که توسط برادران پل‌هانری و پرسپر هانری(۱۸٤) ازکهکشان(مجره) گرفته بودند به اکادمی علوم ارائه داد مهارت آنان در این عکس سبب شدکه وی بفکر تهیه نقشه کامل عکسبرداری شده از آسمان بیافتد و برای اینکار چهار کنگره‌درسالهای۱۸۸۷ و۱۸۸۹ و۱۸۹۱ و۱۸۹٦ دررصد خانه‌پاریس تشکیل شد وتصمیم گرفتند که‌سطح‌آسمان به ۸۱ قسمت تقریباً مساوی تقسیم شود و عکس‌برداری‌هرقسمت به‌یکی ازرصدخانه‌های‌جهان محول گردد و پیش‌بینی شد که برای تهیه نقشه کامل آسمان درحدود پنج‌هزار نقشه۱٦×۱٦سانتی‌متری مورد لزوم باشد و برای آنکه نقشه‌های تهیه شده محفوظ بماند آنها راروی اوراق مسی ظاهر کرده‌اند و این اوراق بسیار گرانبها میباشند .

غیراز نقشه آسمان نقشه کاملی با مقیاسی‌بزرگ از ماه تهیه شد قبل از آن نقشه‌های ترسیم‌شده ازماه‌که‌توسط‌بر(۱۸۵) ومادلر(۱۸٦) و نیسن(۱۸۷) و لرمان(۱۸۸) وغیره تهیه شده بود وجود داشت و این نقشه‌ها نیز بسیاردقیق و عالی تهیه شده بود ولی این نقشه‌ها نمیتوانند دقت نقشه‌های عکس‌برداری شده راداشته باشند و برای آنکه تغییر احتمالی سطح ماه مورد بررسی قرار گیرد مدرك غیرقابل‌انکاری لازم بود و تهیه چنین مدرکی فقط بوسیله عکسبرداری‌دقیق امکان‌پذیربودبدینجهت‌در سال ۱۸۹٤ رصدخانه پاریس دراثر فعالیت‌های موریس‌لووی(۱۸۹) (۱۸۳۳ ــ ۱۹۰۸) که پس‌از درگذشت تیسران بمدیریت رصدخانه پاریس منصوب شده بود اقدام به‌عکسبرداری از سطح ماه کرد و اینکار تا بعد از وفات لووی ادامه داشت و بوسیله پیرپویسو (۱۸۵۵ ــ ۱۹۲۸) که منجم رصدخانه پاریس‌بود انجام گرفت و علاوه براین عکس‌برداری ومطالعه بر روی کهکشانهای پیچی‌شکل توسط مروان که او نیز منجم رصدخانه پاریس بودانجام شد . نقشه عکسبرداری‌شده از سطح ماه یك شاهکار است و تا سالهای اخیر هم مانندیك ابزار مورد استفاده دانشمندانی که روی

184- Paul et Prosper Henry .

185- Beer .

186- Mädler .

187- Neison .

188- Lohrmann .

189- Maurice Lœwy .

ماه مطالعه میکردند قرار داشت .

کامی فلاماریون (۱۹۰) (۱۸٤۲ ــ ۱۹۲۵) در یك خانواده دهقان در ۲٦ فوریه ۱۸٤۲ درمونتینی‌لوروا (۱۹۱) متولد شد او یکی ازفعالترین مروجین علوم نجـوم میباشد او در تمام عمرش کوشیده است که بدون آنکه مطالب‌غیر واقــع و مبتذل منتشر شود علم نجــوم را همگانی کند و شگفتیهای جهان نجوم را دردسترس همه قرار دهد ، وی دانشمندی بود که بمنافع خود توجه نداشت و با سماجت بسیار وبدون خستگی کار میکرد و مطالعه می‌نمود در حقیقت میتوان گفت که وی برای لذت مطالعه‌زنده بود و عشق و عــلاقه بسیار زیادی بعلــم نجوم داشت و کمتر کسی محضر درسی باچنین‌عظمت و گسترش داشته است ، در حال حاضر نیز نام فلاریون مترادف با نجوم است .

آثار وی بسیار زیاد است و همه آنها را باعباراتی ساده و موجز نوشته است ، علاوه بر مقالات متعددی که در زمینه‌های فلسفی و علمی‌نوشته است ، آثار وی شامل ده‌ها کتاب نجوم عملی و ۱۵ عدد کتب تعلیمات نجومی است که‌ازبین همه آنها کتاب«نجوم برای عموم» (۱۹۲) مشهور است ، ۱۰ تالیف علمی مختلف ، ۷ تالیف‌فلسفی ، و ۸ کتاب درباره متافیزیك و ٦ کتاب ادبی است، علاوه بر این وی تحقیقات‌فنی دربارەستارگان دوگانه ، زهره ، ماه و بخصوص روی مریخ کــه برای او یك سیاره عزیز و موردتوجه بوده انجام داده است، بیش از ٦۰ گزارش علمی به‌آکادمی علوم ارسال داشته است کــه‌عده زیادی از آنها شامل تحقیق و بحث درباره مطالعات نجومی است که خود یك مجمــوعه‌علمی گرانبها می‌باشد .

یکی از آرزوهای شدید فلاماریون این‌بود که شخصاً صاحب یك رصدخانه مجهز باشد که با آن بتــواند بمیل خود بمطــالعه آسمان‌بپردازد ، آرزوی وی در سال ۱۸۸۲ برآورده شد یعنی یکی از مریدان ناشناس وی یك ملك‌عالی واقــع در ژوی‌زی‌سورارژ(۱۹۳) بوی هدیه کرد وی در آنجا یك رصدخانه تاسیس‌کرد و یك دستگاه دوربین استوائی با دهانه‌ای بقطــر ۲٤ سانتیمتر در آن نصب نمود و سپس‌رصدخانه با احداث یك ایستگاه هواشناسی و یك ایستگاه گیرنده اشعه کیهانی تکمیل شد .

190- Camille Flammarion .

191- Montigny -le- Roi .

192- Astronomie populaire .

193- Juvisy - sur - orge .

در سال ۱۸۸۲ مجله نجوم را تاسیس کرد که این مجله تا سال ۱۸۹٤ مرتباً منتشر می‌شد و بعد از آن همان مجله تحت عنـوان بولتن‌موسسه نجوم فرانسه انتشار یافت ، در حقیقت درسال ۱۸۸۷ فلاماریون تصمیم گرفت جمعیتی‌مرکب از اشخاصیکه بهر عنوان بهشناسائی‌عالم علاقمند بودند تشکیل دهد این عده شامل‌کسانی‌بود که بطور نظری یا عملی در علم نجوم مطالعه و کار میکردند و یا آنکــه معتقد بودند کــه‌توسعه عـلم آسمان در روشن شدن افــکار و اندیشه‌ها مفید است . این جمعیت بنام موسسه‌نجوم فرانسه موسوم شد وبزودی یکی ازمجامع بزرگ علمی جهان گردید و در حال حاضـــرداراى ٥٠٠٠ عضو میباشد و بولتن آن شامل مقالات مهمی درباره پیشرفتهای علم نجوم وسایرعلوم وابسته به‌آن میباشد و بوسیله دانشمندان فرانسوی و خارجی تهیه میشود ، مرکـــز این‌موسسه در پاریس است و در آنجا یك رصدخانه کامل را در اختیار اعضاء خود قرار میدهدکه‌شامل برچندین قسمت مجهز به‌ابزارهای نجومی و کتابخانه میباشد ، هرفردی کــه در فرانسه‌علاقه‌مند به‌نجوم باشد باید عضو این موسسه‌شود

در ممالك دیگر نیز موسسه نجوم تشکیل‌شده است مانند : بلژیك ، اسپانیا ، انگلستان ، آلمان ، ایطالیا و ممالك متحده آمریکا و غیره

بطور خلاصه در دوره معاصر نزدیك ازیك‌طرف باتکمیل علم مکانیك سماوی بوسیله دانشمندان بزرگی‌که نامبرده شد توانستند محل‌دقیق اجرام منظومه شمسی در زمانهای مختلف بامحـاسبه مشخص نمایند و از طرف دیگـــر باکوششهای فراوان در مبحث فیزیك ستارگان ضمن‌تکمیل دستگاه طیف‌نگار توانستند طیفهای ستارگان را اخذ نموده و از روی آنان به جنس عناصر موجود در آن پی ببرند و بالاخره‌در اواخر این دوره فن عکسبرداری نجـــومی بوجود آمد که این فن در عصر حاضر اهمیت‌زیادی پیدا نمود .

دوره معاصر

از نظر علم نجوم دوره معاصر را میتوان‌دوره انفجاری نامید از یکطرف مرتباً ساختن ابزارهای دقیق پیشرفت کرده و بابکار بردن‌روشهای جدید در رصد کشفیات جـــدید پیاپی انجام گرفته‌اند و از طرف دیگر نظـــریه‌هائی‌اظهارشده‌است که‌برخی ازآنها درسرحد مابین فیزیك و متافیزیك قرار دارند ، بعضی از این‌نظریه‌ها بقدری پیچیده و مشـــکل میباشند که فقط بوسیله فرمولهای ریاضی میتوان آنها راتوضیح داد، این نظریه‌ها خیلی بهتر ازفرضیات گذشته ساختمان عالمرا توجیه می‌نماید و اغلب‌هم با حقیقت انطباق کامل پیدا میکند .

اولین کشفی را که میتوان نام برد عبارتست از کشف اشعه کیهانی که‌در ۱۹۱۰ انجام گرفت و سپس در سال ۱۹۱۲ قانون سفه‌ئیدها(۱۹۴) توسط دوشیزه لیویت (۱۹۵) کشف گردید با این قانون میتوان به‌اعماق آسمان‌دست‌یافت یعنی فاصله ستارگان را هرچقدر هم که دور باشند تعیین‌نمود .

در همین زمان هرتزپرونگ(۱۹۶) (متولد در ۱۸۷۳) منجم دانمارکی و روسل(۱۹۷) (۱۸۷۷ ــ ۱۹۵۷) منجم امریکائی دیاگرام معروف خود را که به دیاگرام (هرتزپرونگ ــ روسل) موسوم‌است ترسیم وتوجیه نمودند ، بموجب این دیاگرام ستارگان به‌طبقات مختلفی دسته‌بندی میشوند که هرطبقه‌مشخصات متمایزی دارند ، کمی بعد ستارگان عجیب (کوتوله‌های سفید) کشف شد این‌ستارگان فوق‌العاده متراکم هستند و جرم یك سانتیمترمکعب از آنها ممکن است تاهزار تن‌برسد ، فقط نظریه‌های جدید اتمی میتواند یك چنین حالت استثنائی اجرام را توجیه نماید .

در حدود سال ۱۹۱۶ هارلاوشاپلی(۱۹۸) منجم رصدخانه منت‌ویلسون(۱۹۹) که یکی از متخصصین عالیمقام سحابی‌ها است بااستفاده‌از قانون سفه‌ئیدها فاصله عده‌ای از توده ستارگان را تا زمین تعیین نمود و در همین‌زمان برای تعیین ساختمان کهکشان و تعیین ابعاد آن اقدام نمود و برای اینکار از سال۱۹۱۸ به‌اندازه‌گیری فواصل و شمارش ۳۰ میلیارد ستاره کهکشان پرداخت و در نتیجه‌ابعاد کهکشان را تعیین نمود ، ولی مقادیری که او بدست آورد از اندازه‌های واقعی بیشتر است‌زیرا در آنوقت هنوز مسئله جذب نور بوسیله ذرات و غبار کیهانی کشف نشده بود . غبارکیهانی مشتمل بر ذرات و مولکول و اتمهائی است که در فاصله مابین ستارگان وجود داردو مقداری از نور را جذب میکنند و چون تعیین فواصل ستارگان از روی نور آنها انجام‌میشود اگر اثر جذب غبار کیهانی را بحساب نیاوریم نتیجه بیش ازمقدار واقعی بدست میآیدوی ضمناً مشخص نمود که فاصله خورشید از مرکز کهکشان تقریباً دوسوم شعاع کهکشان‌میباشد این فاصله بموجب اندازه‌گیری‌های

194- Loi des Céphéides .

195- Miss Leavitt .

196- Hertzsprung .

197- Russell .

198- Harlow Shapley .

199- Mont Wilson .

جدید در حدود ۳۲۶۰۰ سال نوری است . درسال ۱۹۲۹ میلادی اارت (۲۰۰) هلندی محقق نمود که کهکشان بدور خود میگردد و بدین‌وسیله توانستند حجم آنرا تخمین بزنند و به موجب ارزیابی‌های اخیر حجم آن تقریباً ۳۰۰میلیارد مرتبه بیش از حجم خورشید است .

در همین اوان **ادنکتن** (۲۰۱) منجـم وفیزیك‌دان انگلیسی ثابت کرد که در ستارگان معمولی و همچنین در ستارگان متراکم حالت‌گازهای کامل حکمفرماست و قسمت اعظم جرم ستارگان از اتمهای یونیزه و الکترون تشکیل‌شده است . و بعبارت دیگر ستارگان از موادی تشکیل شده‌اندکه اکنون بنام‌پلاسما موسوم‌است.

تا سال ۱۹۲٤ دانشمندان در مورد سحابی‌های حلزونی اختلاف نظر داشتند ، بعضی از منجمین معتقد بودند که آنها توده‌ای از گازیکنواخت با ابعاد متوسط میباشند و احتـمالا خارج از کهکشان ، ولی در فاصـله نزدیکی‌قرار دارند ، ضمناً **متذکر** میشود که هرچند هرشن و قبـل از وی تماس‌رایت(۲۰۲) در۱۷۵۰ و کانت در ۱۷۵۵ اعلام کرده‌بودند که اغلب سحابی‌ها بمنزله جزیره‌های جهـانی دردریای عالم بوده و خارج از کهکشان ما قرار دارند ، ولی در این موقع این شك پدید آمده‌بود کـه هیچ مجمـوعه ستاره‌ای خـارج از کهکشان ما نیست ، زیرا طیف نگار نشان داده‌بود که عده‌ای از سحابیها شامل اجرام گازی درخشان میباشند که عیناً در کهکشان ، نیـزموجود است . و از طرفی یکنـواخت نبودن توزیع سحابیها در جهات مختلف فضا فکر عدم‌وجود آنها در خارج از کهکشان را تقـویت می‌نمود یعنی تعداد سحابیها هرچقدر کـه ازاستوا بطرف قطب کهکشان متوجه شویم بیشتر میشود و این موضوع دلیـلی برای وابستگی‌آنها به‌کهکشان می‌بود ولی در حقیقت اکنون معلوم شده است که بعلت وجود گازها و غبارکیهانی در اطراف صفحه استـوای کهکشان باعث اختفای اجرام دور میشود وسبب عدم یکنواختی توزیع سحابی‌ها میگردد ، بهرحال در اوائل قرن بیستم در مورد تعلق سحابی‌ها ویا عدم تعـلق آنها به‌کهکشان عقـاید مختلفی وجود داشت بخصوص در مورد سحابی‌هـای‌حلزونی تا بالاخره در سال ۱۹۲٤ هبل (۲۰۳) منجم آمریکائی طبیعت سحابی‌های حلزونی رابطور قطع مشخص نمود. وی باآزمایش ومطالعه روی کلیشه‌هائی‌که از سحابیهای حلزونی دررصدخانه منت‌ویلسن اخذ شده بود نشان دادکه

200- Oort .

201- Eddington .

202- Thomas Wright .

203- Hubble .

خطوط سفید موجـود در طیف آنها مربـوطبوجود توده ستارگانی است کـه مشابه آن در کهکشان ما نیز موجود است و علاوه بر این بااستفاده از قانون سفهئید فاصله آنها را تعیین نمود و معلوم نمود که آنها بطور قطع خارج‌از کهکشان قرار دارند . بالاخره معلوم شد که تمام اجرام و اشیائی‌که در ساختمان کهکشان‌ما بکاررفته‌است در سحابی‌های حلـزونی نیز موجود است از قبیل ابرهای ستاره‌ای ، ابرهای‌درخشان یا تاریك ، ستارگان متغیر انفجاری ، توده‌های کروی و غیره . کمی بعـد یعنی‌در سال ۱۹۲۷ هبل کشف کرد که این سحابی‌ها با سرعتی متناسب بافاصله آنها تا زمین ازکهکشان‌ما دورمیشوند، این قانـون کـه از سال ۱۹۱۷ وسیله دوسیته(۲۰٤) منجم هلندی نیز اظهارشده بود مبنای نظریه اتساع عالم گردید .

در همین زمان البرت اینشتین که سرگذشت‌وی ذیلاً نقل میشود نظریه نسبیت خود را اعلام نمود .

البرت اینشتین (۱۸۷۹ ــ ۱۹۵۵) در ١٤ مارس ۱۸۷۹ در الـم(۲۰۵) متـولد شد خانواده وی کلیمی بودند و از سال ۱۸۸۰ درمونیخ اقامت‌کردند و وی در آنجا دوره‌کودکی خود را گذراند ، پدرش یك فروشگاه کوچك‌ابزار صنعتی و الکتریکی را اداره میکرد .

همه خویشان اینشتین که کودکی وی رابخاطر داشته‌اند اظهار نموده‌اند که وی کودکی کمرو و عقب‌افتاده بنظر میرسید و حتی خیلی‌دیر شروع بـحـرفـزدن نموده‌بود بطـوریکه والدینش از این موضوع نگران شده بودند وبعلاوه در همه کارها کند بوده است ، فقـط هنگامیکه پنج‌ساله بود پدرش یك قطب‌نما به اوهدیه کرد اطرافیان ملاحظه کردند که طفل خونسرد و سربه‌هوا یکمرتبه بشدت آنرا جالب‌یافت و بادقت بسیار حـرکات عقربه را کـه تحت اثر نیروی نامرئی نوسان میکرد مشاهده‌می‌نمود . البته قطب‌نما جلب‌توجه بسیاری از کودکان را می‌نماید بدون آنکه این موضوع‌دلیلی برنبوغ آنان باشد .

واقعه جالب دیگری که در دوازده سالگی‌وی اتفـاق افتاد این بود که در ابتـدای سال تحصیلی مقاله‌ای درباره مقدمات هندسه بوی‌دادند این کتاب بقدری او را بهیجان آورد‌که هیچگاه اثر آنرا از یاد نمی‌برد و بعدها خودش‌در این‌باره نوشته است «کسی که در جوانی از مطالعه این کتاب تحت تأثیر قرار نگیرد برای‌انجام تحقیقات علمی ساخته نشده است» از آن ببعد بریاضیات بعلت قاطعیت و خصوصیت آن‌علاقـه شدیدی پیـدا کرده و در این درس

204- De Sitter .

205- Ulm .

پیشرفت میکند اما این پیشرفت خیلی چشم‌گیرنبوده و بخصوص که در سایــردروس عقب‌افتــادگی داشته است ، یکی از کــانیکه شرح‌حال ویرا نگاشته بنام والنتین اظهار نموده است که هیچیك از همکلاسان وی خاطره رقابت بااو را نداشته و هیچـــیك از معلمین او درباره پرورش نبوغ وی ادعــائی نکرده است ، درحقیقت معلمین قدیمیش حتی وجــود چنین محصلی را در کلاس خود بخاطر نمی‌آورند».

چون فروشگاه صنعتی پدرش در مونیخ‌رونق چندانی نداشت ناچار بمیلان مهاجرت نمود تا شاید در آنجا شغل پر درآمدی بدست آورد ولی او البرت را برای ادامه تحصیل در مونیخ باقی گذارد اما البرت جــوان پس ازشش‌ماه مفارقت تصمیم میگیرد که به‌والدینش ملحق شود و عجیب آنکه در این هنــگام دین‌یهــود را ترك کرده و عــلاوه بر این تابعیت آلمان را نیز رها می‌نماید پس‌دراینموقع‌آلبرت‌جوانی بود که خود را یك مرد کامل میدانست که به‌هرچه اراده کند تصمیم گرفته و اجــرانماید .

شغل پدرش در ایطالیا نیز رونقی بیشتراز آلمان حاصل نکــرده بود بنابراین البرت تصمیم گرفت که دنباله تحصیل را رهـــا کندولی بستگان ثروتمندش تقبل نمودندکه مخارج تحصیل او را بپردازند بدین‌جهت او قصد کردکه در مدرسه پلی‌تکنیك زوریخ ادامه تحصیل دهد ولی در امتحان ورودی آن باآنکه زیادمشکل نبود موفق نشد ، بنابراین مجبور شد که در مدرسه غیر معروف ناحیه‌ای سویس واقع درشهرکوچك آرو(۲۰۶) درس بخواند. بالاخره در سال ۱۸۹۶ در مدرسه پلی‌تکنیك زوریخ‌پذیرفته شد ولی تعلیمات آنجا را کــه بیشتر کتابی و اغلب جنبه حفظی داشت او را راضی‌نمی‌نمود وی بعدها در این باره چنین مینویسد «این واقعاً یك معجزه است که تعلیمات جدیدانگیزه مقدس پژوهش علمی را بکلی از میان نبرده است» ، در عوض او مفتون تجــربیات‌آزمایشگاهی موجود در برنامه مدرسه شده‌بود .

اینشتین بعد از اخذ درجه مهندسی از مدرسه پلی‌تکنیك برخلاف نظر اولیه خود تصمیم گرفت شغل معلمی را انتخاب نمــاید و بدین‌سبب تبعیت سویس را پذیرفت ولی نتوانست که کرسی مناسبی بدست آورد و مجبور شد که دراداره صدور گــواهینامه اختراعــات در برن مشغول کار شود ، نزدیك بود کــه از بدســت‌آوردن این شغل‌نیز محروم‌شود زیرا مدیر آن اداره در صدد استخدام همکاری بود که بتواندرخــواستهای موجه را تشخــیص دهد و در

206- Aarau .

مصاحبه‌ای که باوی انجام داد پرسید که درباره‌صدور گواهی‌نامه چه اطلاعاتی دارد اینشتین با سادگی جواب داد هیچ ، و ممکن بود که بااین‌جواب تقاضای وی رد شود اما کوتاهی جواب و اقرار صادقانه وی در عدم اطلاع از موضوع‌باعث شد که مدیر بنگاه این جواب را ناشی از وضع مشکل داوطلب در مقابل خـود بداند وبالاخره پس‌از مذاکرات طولانی با وی فهمید که معلومات و اطلاعات داوطلب برای تصدی‌این شغل کفایت میکند .

در تصدی این شغل سرنـوشت اینشتین‌تثبیت شد . در فرصتهای مناسبی که ضمن انجام کار بدست میآورد درباره مسائلی که در فیزیك‌جدید مطرح شده بود تفکر می‌نمود ، ابتـدا توجه وی به‌ساختمان اتمی ماده و نظریه کوانتای‌پلانك معطوف گردید ، وی‌اولین کسی‌است که به‌اهمیت ناپیوستگیهای کوانتائی پی‌برده وآنرا در مطالعه انـرژی نورانی بـکار برد و سرانجام به‌بیان نظریه فوتون یا دانه‌های نورمنجر گردید و بدین‌ترتیب توانست عمل فوتو۔ الکتریك را توجیه نموده و قوانین آنرا بدست‌آورد ، همچنین او حـرکت ذرات کـوچك معلق در مایعات را که بحرکت براونی مشهوراست مطالعه کرد . ربرت‌براون(۲۰۷) گیـاه‌ شناس انگلیسی است که اولین‌بار این حرکات‌را مشاهده‌نموده بود . نتایج مطالعات وی درباره سه موضوع فوق در ۱۹۰۵ ضمن سه مقاله درنشریه آلمانی بنام (انالن در فیزیك) منتشر شد چهارمین مقاله که مفصل‌تر از بقیه بود در همان‌سال و در همان نشریه انتشار یافت ، این مقاله در حقیقت افکار گذشته‌را نقض کرده واساس تازه‌ای در جهان بنـا میکرد ، عنوان این مقـاله چنین بود «درباره الکترودینامیك اجسام درحال حرکت» از عنوان مقاله هیچ استنباط نمیشد که چنین انقلابی را همراه داشته باشد ، ولی دراین مقاله مطالب فوق‌العاده‌ای ملاحظه شد که برای خوانندگان تازگی داشت و در آن بهیچ‌مرجعی استناد نشده و مفهوم آن کاملا بکر بود و موضوع نسبیت را تشریح می‌نمود . باآنکه‌موضوع مقاله تازگی داشت ولی در همان موقع توجه فیزیکدانان را بخود جلب نکرد تا بالاخره‌در بین سالهای ۱۹۰۸ و ۱۹۰۹ موضوع مورد توجه دانشمندان فیزیك قرار گرفت و بشدت‌مورد بحث واقع شد ولی بهرحال باعث شدکه دانشـگاهها اینشتین را بشناسند و در ۱۹۰۹دانشگاه زوریخ به وی درجه دکترای افتخاری تفویض نمود و پس از چندی اقامت در پراك‌در سالهـای ۱۹۱۰ تـا ۱۹۱۲ استاد مدرسـه پلی‌تکنیك‌زوریخ‌شد درهمانجائی که‌تحصیل کرده‌بود . در سـال ۱۹۱۳ تـدریس در مـوسسه

207- Robert Brown .

قیصرویلهم برلن را پذیرفت و عضو اکادمی‌علوم پروس گردید، بزودی جنگ جهانی اول شروع شد ، اینشتین که تابعیت سویس را هنوزحفظ کرده بود در مورد جنگ رفتاری بیطرف داشت و در عین حال نسبت به امپراطوریهای‌مرکزی اروپا خشمگین بود بطوریکه خودش در این باره نوشته است «تصور میکنم که پیمان‌بستن باآلمان امروزی کار فوق‌العاده خطرناکی است» .

در سال ۱۹۱۷ گزارشی به‌اکادمی علوم پروس فرستاد بعنوان «ملاحظات کیهانی در باره نسبیت عمومی» . این مقاله توجه دانشمندان‌انگلیسی را جلب کرد و در ماه مارس ۱۹۱۷ از طرف انجمن منجمین انگلستان اعلام شد که در۲۹ مارس ۱۹۱۹ یك کسوف کامل اتفاق میافتد و ممکن است که با اندازه‌گیری انحراف شعاع‌نور یك ستاره که در مجاورت خورشید قرار دارد میتوان صحت و یا سقم‌نظریه اینشتین را تحقیق نمود .

در بحبوحه شدت جنگ بین‌الملل که‌ملتهای اروپا نسبت بهم نفرت و کینه شدید داشتند فکر این دانشمند بمنزله پلی لرزان برای‌وصول ارتباط بین‌المللی محسوب میشد و این پل آنقدر استحکام داشت که این ارتباط رابرقرار نماید .

تمام دانشمندان با بیصبری منتظر رسیدن‌روز موعود بودند تا به‌بینند این آزمایش نظریه جدید را تایید و یا رد خواهد کرد . و دوگروه‌مجهز فراهم شده بود تا در بهترین شرایط‌کسوف را رصد نموده و آزمایشهای لازم را انجام‌دهندیکی در سبرال (۲۰۸) در شمال برزیل ودیگری در جزیره پرنسیپ(۲۰۹) واقع در خلیج‌گینه . متاسفانه در روز موعود در جزیره پرنسیب هوا ابری بود و در آنجا فقط توانستنددر اواخر زمان کسوف از پنج ستاره نزدیك خورشید عکس‌برداری نمایند . بالاخره پس ازچندین بار مقابله کلیشه‌های اخذ شده در سبرال و پرنسیب و رصدخانه گرینویچ و انجام‌محاسبات طولانی محقق شد که شعاعهای نورانی که از نزدیکی خورشید عبور میکنند برطبق‌پیش‌بینی اینشتین که ضمن نظریه خود اظهار داشته بود منحرف میگردند و بدین ترتیب‌صحت نظریه نسبیت عمومی به‌اثبات رسید .

در اوائل نوامبر ۱۹۱۹ در موسسه سلطنتی‌بریتانیا یك جلسه مجلل و باشکوه تشکیل گردید و در آن منجمین و فیزیك‌دانان عالیمقام‌انگلیسی گرد آمده بودند و یك عکس بزرگ

208- Sobral .

209- Principe .

نیوتن نیز زینت‌بخش تالار جلسه بود ، در این‌جلسه نتیجه بررسی نظریه اینشتین اعلام می‌شد وبقراری که انتونیاوالنتین نوشته‌است ،دراین‌جلسه حالت عجیب و هیجان‌انگیزی وجود داشت بقسمی که یك فیلسوف حاضر در جلسه‌آنرا به‌اوج هیجان یك درام یونانی تشبیه میکند که در آنجا اجراکنندگان منتظر قضاوت‌تقدیرند» . بالاخره رئیس موسسه سلطنتی جلسه را افتتاح کرد و درباره نظریه اینشتین که‌عالیترین تراوش فکر بشر در تاریخ میباشد چنین گفت «موضوع کشف جزیره دورافتاده‌نیست بلکه موضوع کشف یك قاره عظیم از افکار جدید علمی است این بزرگترین کشف‌مربوط به‌جاذبه عمومی است که نیوتون اصول آنرا بیان کرده است» .

اینشتین درباره این لحظه افتخار بعدهاچنین مینویسد «نیوتن مرا ببخش ، تو در مورد قانون عمومی که درجهان حکمفرماست تنها راهی را پیدا کرده‌ای که در آن دوره حد اعلای امکان برای یك مرد تیزهوش و دارای‌نیروی خلاق بوده است ، مفهومی که تو ایجاد کرده‌ای هنوز فکر ما را در علم فیزیك رهبری‌میکند در حالیکه میدانیم از این ببعد هرگاه بخواهیم بمفهوم عمیق مجموعه ارتباطات یك‌مسئله پی ببریم باید بجای نتیجه فوری یك آزمایش چیزهای دیگری که خیلی دورتر ازوسعت دائره این آزمایش باشند جانشین سازیم»

اینشتین پس از کسب اشتهار مسافرتهای‌زیادی بکشورهای خارج کرد اما محل سکونت اصلی وی تا سال ۱۹۳۳ برلن بود ، در سال۱۹۲۲ بپاریس سفرکرد و پل‌پنلوه(۲۱۰) و پل لانژون از وی پذیرائی نمودند، در آنهنگام‌بتصدیق خود اینشتین از بین دانشمندانی که مفهوم نسبیت را درك میکردند این‌دونفر ممتازبودند .

بزودی در اثر سختگیری‌های نژادی رژیم ناسیونال سوسیالیست اینشتین ناچار شد که آلمان را ترك نماید، وی ابتدا درپاریس‌سکونت‌گزید و در کلژدوفرانس تدریس مینمود،سپس به بلژیك و بعدازآن به‌انگلستان رفت بالاخره به‌امریکا مهاجرت نمود و در آنجا بمدیریت مؤسسهٔ تحصیلات عالی پرینستون (۲۱۲) منصوب شد. در سال ۱۹٤۰ به ملیت امریکا درآمد .

210- Painlevé .

211- Langevin .

212- Princeton .

بدون تردید اینشتین بزرگترین عالم‌عصرمعاصراست، کارهایش در فیزیك ریاضی بسیار قابل‌ملاحظه‌است و در علوم معاصر کاملا ممتازمیباشد، بخصوص وی‌بواسطهٔ نظریه نسبت مابین زمان وفضا مشهوراست، ضمناً او سعی کرده‌است‌که‌نیروهای جاذبه و الکترومانتیك‌رابه‌تبعیت‌یك قانون واحد درآوردو او میگوید: «این نظـرقابل‌قبول نیست که در فضا دونوع ساختمان موجود باشد یکی بر اساس نیروی جاذبـه ودیگری بر اساس الکترومانتیك» ولی «نظریه وحدت میدان» وی با عدم‌موفقیت روبرو شـدبطوریکه خودش بعداً در آن تجدیدنظر کرده و نتایجی‌را که قبلا بدست‌آورده‌بود طرد نمودولی این طرد بمنزلهٔ رد اصل نظریه نمی‌باشد و هم‌اکنون مجـــدداً موضوع بـوسیله دانشمندان‌عالیقدری مانند کستادوبرگارد (۲۱۳) و ژان کارن(۲۱٤) تحت مطالعه و تعقیب‌است .

اینشتین صفات عالی انسانی را هم بحـدکمال داشت، وی مخالف بیعدالتی و طرفــدار صلح بود، همواره سعی کرده‌است که مظلومین‌را یاری نماید، با آنکه انفجارات اتمی در اثــر کارهای‌وی و بخـصوص با استفاده از فـرمول‌مشهورش که رابطهٔ مابین جرم و انـرژی را مشخص مینماید تحقق یافت ولی او همواره کوشیده‌است که طرحهای کنترل انرژی اتمی بـه مرحله عمل درآید .

اینشتین مردی ایدآلیست بود، وقتی ا.هانس. ریخن‌باخ (۲۱۵) استاد فلســفه دانشگاه کالیفرنیا از او پرسید که چطور نظریه نسبیت‌را بدست آورده‌ای؟ او در جواب گفت «چون قویاً بهماهنگی در جهان معتقد بودم به‌کشف‌نسبیت نائل آمدم» .

رفتارش ساده بود، معمولاً یك پیراهن گشاد کهنه می‌پوشید و روی‌آن کت سفید در بر کرده و یك شلوار بی‌اطو به‌پا می‌کرد و کفش‌راحتی می‌پوشید کههمیشه نو نبود. وی هنگامی احساس راحتی میکرد که یك پیــراهن گشادروی شانههایش آزاد افتاده‌باشد و با پاهــای برهنه کفش راحتی پوشیده باشد، لباس‌کهنه‌ای‌که مدتی آنرا پوشیده بود بر لباس نو ترجیح می‌داد .

آنچه در اولین برخورد با اینشتین جلب‌نظر میکرد بی‌ریائی و ساده‌پوشی غیرتصنعی وی

213- Costa de Beauregard .

214- Jean charton .

215- A. Hans Reichenbach .

بود، تقریباً ساده‌لوح بنظر می‌رسید، از نگـاه‌محجوبانه‌اش انسانیت وی آشکار می‌شد، اغلب درعالم دیگر سیر میکرد، نگاهش نگاه آدمی‌بود بی‌ریا و تکبر و مبرا از تکلفات مادی .

جهانی که اینشتین توصیف میکند یك جهان سینماتیك کروی بسته در حال تعادل‌است، یعنی که درآن تراکم فضائی ماده در همهٔ نقاط‌آن ثابت‌است و این ثابت‌بودن تراکم نه‌فقط در هرلحظه برقراراست بلکه با زمان هم تغییرناپذیراست .

تقریباً در همان هنگام که اینشتین مقاله خودرا تحت‌عنوان «ملاحظات کیـهانی درباره نظریه نسبیت عمومی» انتشار داد یعنی در۱۹۱۷یك منجم هلندی بنام دوسیته (۲۱۶) یك‌نمونه برای عالم ارائه میدهد که درآن تراکم مـاده‌صفراست درحالیکه درنمونهٔ جهـان سینماتیك اینشتین هیچ حرکتی جـز حرکت نسبی‌متصورنیست ولی در نمونه دوسیته یك ناظر میتواند یك جزء از جهان را «درحال فرار» به‌بیند. دراین نمونهٔ عالم بدون آنکه ذکری بمیان آمده باشد نظریه اتساع عالم خودبخود بیان‌شده‌است‌ولی ژ.ا. کارون اظهار داشته‌است که «یـك جهان تهی با حقیقت‌سازگار نیست». در۱۹۲۲ریاضی‌دان روسی ا.فریـدمن (۲۱۷) ثـابت کرده‌است که اگر فضای متجانس یعنی با تراکم‌فضائی ثابت را برای هر لحظه در نظربگیـریم معادلات اینشتین جوابهای غیر سینماتیك‌خواهدداشت. بدین ترتیب تراکم فضائی تابع زمـان بوده و با ازدیاد زمان تراکم کمتر می‌شود وبدین‌ترتیب دور شـدن‌سحابی‌ها قابل توجیـه می‌باشد .

بالاخره در سال ۱۹۲۹ هوبل محقق ساخت که سحابی‌ها درحال دورشـدن میباشند و سرعت دورشدن آنها متناسب با فاصله آنهـاتا زمین‌است .

نمونه‌های دیگری از جهان نیز ارائـه شده‌است که از میان آنها نمونهٔ مربوط به‌کشیش دانشمند بلژیکی ژرژ لومتر (۲۱۸) را میتوان‌نام برد و بالاخره نمونه‌های استوانه‌ای ونوسان کننده نیز پیشنهاد شده‌است .

تمام نمونه‌های پیشنهادی مربوط به عالم‌وهمچنین فرضیات کیهانی جدید توسط اوری

216- De Sitter .

217- E. Friedman .

218- Georges Lemaître .

شاتزمن (۲۱۹) استاد دانشکده علوم پاریس بادقت تمام مورد نقد و بررسی قرار گرفته‌است، وی بدون تردید اربین همهٔ علمای فیزیك‌نجومی به‌مسائل کیهانی تسلط بیشتری دارد .

نگارنده نیز مدتی از محضر درس این استاد بهره‌مند شده و رسالهٔ دکترای خودرا تحت عنوان «رابطه مابین مشخصات حرکت و سن‌ستارگان دوگانه» (۲۲۰) تحت‌نظر و راهنمائی ایشان تهیه نموده‌ام .

در همان حال که نظریه‌های کیهانی توسعه می‌یافت ابزار و روشهای رصد و مطالعات نجومی نیز تکمیل می‌شد و محصول بیشتری از کشفیات و تازه‌های نجومی را میسر می‌ساخت که دراینجا فهرست‌وار از چندتای آنها نام‌می‌بریم : یکی از آنها ساختن تاج‌نگار (۲۲۱) است که توسط برنارلیو (۲۲۲) (۱۸۹۷ـ۱۹۵۲) فرانسوی می‌باشد . با این دستگاه میتوان در روی تاج خورشید در غیراز مواقع کسوف‌نیز مطالعه نمود. درسال ۱۹۳۰ دانشمندآلمانی اشمیت (۲۲۳) یك تلسکوپ زیبا و عالی اختراع کرد بنام «تلسکوپ اشمیت» . ایجاد علم رادیو استرونومی و ساختن دستگاههای مربوط به‌آن که محققاً یکی از فنون اساسی نجوم معاصر میباشد. در سال ۱۹٤۸ یك تلسکوپ عظیم بادهانه‌ای بقطر ۵متر توسط‌اندره‌لالماند (۲۲٤) در مون‌پالومار (۲۲۵) بکار گذاشته شد. دردوربین‌ها و تلسکوپ‌ها سلولهای فوتوالکتریك بوسیله اندره لالماند کارگذاشتند وبدینوسیله قدرت آنهارا بطور قابل ملاحظه‌ای بالا برد . اختراع ساعتهای کوارتز و ساعتهای اتمی اندازه‌گیری زمان را با دقت بسیار میسر ساخت .

آندره دانژن مدیر رصدخانه پاریس یك‌دستگاه «اصطرلاب منشوری غیروابسته‌بشخص» (۲۲۶) ساخت . با این دستگاه میتوان با دقت‌بسیار زیاد طول و عرض جغرافیائی را بدست

219- Evry Schatzman .

220- Les propriétés cinématiques des étoiles doubles en fonction de leur âge.

221- Coronographe .

222- Bernard Liot .

223- Schmidt .

224- André Lallemand

225- Mont Palomar.

226 Astrolabe à prisme impersonnel .

آورد و از روی آن تغییر عرض جغرافیائی وتصحیح ساعت بدست می‌آید زیرا در این دستگاه خطاهای اندازه‌گیری مربوط به‌دستگاه و نیزمربوط به شخص ناظر تقریباً بطور کامل حذف می‌شود و علاوه برأین‌ازروی‌آن مختصات‌استوائی‌ستارگان با دقت کامل تعیین میشود. نگارنده از محضر درس این استاد نیز استفاده کرده وشش‌ماه تمام هم با دستگاه فوق‌الذکر به‌انجام رصـد مشغول بوده و نتایج رصدرا پس‌ازمحاسبه وتعیین جواب تسلیم نموده‌ام که در آرشیو رصدخانه موجوداست و در کاتالگهای منتشره‌ذکـر شده‌است .

با بکاربردن ماشینهای محاسبه الکترونیکی عملیات حساب برای منجمان بنحو رضایت بخشی ساده شده‌است و با بکار بردن موشکها وقمرهای مصنوعی برای اکتشافات نجومی امید می‌رود که بشر به کشفیات قابل‌ملاحظه تـری نائل شود .

خلاصه با تکمیل این فنون و وسائل و باکمك وسائل قدیمی که بطور قابل ملاحظه‌ای تکمیل شده‌اند کشفیات بسیار زیادی در نجوم انجام گـردید و با در نظرگرفتن این کشفیات نظریه‌های جدیدی پدیدآمد که فهرست بعضی از آنها بقرار زیراست :

کشف ستاره پلوتن (۲۲۷)، کشف میدان‌های مغناطیسی کیهانی و میدانهای مغناطیسی مابین سیارات، کشف یك ناحیه دور زمین بنام کمربند وان‌آلن(۲۲۸) که درآنجا ذرات اشعهٔ کیهانی بواسطه مانیتیسم زمین ضبط می‌شود ،کشف وجود مادهٔ خارج از کهکشان، توجیـه واکنشهای حرارتی داخل خورشید و ستارگان‌بوسیله ضمن توضیح واکنشهای هسته اتمی و تبدیل مواد با دورهٔ بت(۲۲۹) ویا بواسطـه واکنشهای زنجیری موسوم به پروتون–پرتون ،نظریه‌های جدید مربوط به مبدء منظومه شمسی‌مانند نظریه‌های ویزساکر (۲۳۰) و یا چاندرا سکهار(۲۳۱)، کشف انتشار امواج الکترو کسمیك با طول موج ۲۱ سانتیمتر که توسطئیدرژن خنثی حادث‌می‌شود وهم‌اکنون با بکاربردن‌آن‌وسیله یك دستگاه بسیار دقیق به بررسی کیهان می‌پردازند ، انـدازه‌گیـری مجدد ابعـاد وفـواصل سحابی‌هـای خـارج از کهکشان و

227- Pluton .

228- Van Allen .

229- Bethe

230- Weizsäcker .

231- Chandrasekhar .

بدینطریق یك‌بار درسال ۱۹۵۲ ابعاد کیهـان‌رادوبرابر قبل تخمین زده‌اند و در سال ۱۹۵۵ مجدداً این ابعاد به دو برابر تخمین‌قبلی ارزیابی شده‌است.

از این‌کشفیات که از سال ۱۹۰۰ ببعد انجام شده‌است معلوم میشود که شناسائی آسمان در این‌مدت و بخصوص در سالهای اخیر با سرعت‌بسیار زیاد ترقی کرده‌است . اما نباید فراموش کرد که این پیشرفتها نتیجه سعی و کـوشش‌دانشمندانی بوده‌است که از چند هزار سال قبل تاکنون‌زحمات طاقت‌فرسائی‌را متحمـل‌شده‌اند.

فهرست مندرجات

فصل اول : مثلثهای کروی

موضوع	صفحه

موضوع	صفحه

(فصل چهارم)
حرکت یومی

(فصل پنجم)
زمین

(فصل‌ششم)

روابط ماین مختصات محلی و بحث درعبور ستارگان ازارتفاع و یا سمتهای معین

موضوع	صفحه

(فصل هفتم)
حرکت ظاهری خورشید

(فصل هشتم)
زمان

موضوع	صفحه

فصل اول

مثلثات کروی

۱ ــ **مختصات قطبی یك محور** ــ برای مشخص کردن امتداد و جهت یك محور درفضا از نقطهٔ دلخواه o یکنستگاه مختصات متعامــد oxyz را رسم کرده و بردار واحــد $\overrightarrow{oA}$ را موازی و همجهت با محور مفروض انتخاب میکنیم. مختصات نقطهٔ A که بدینطریق بدست‌میآید جهت و امتداد این محور را بدون ابهام و بطور منحصربفرد در فضا مشخص مینماید. نقطه A را نقطهٔ حامل محور فوق‌الذکر نامند و مختصات نقطهٔ A در رابطهٔ زیر صدق‌میکند.

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

امتدادوجهت محور مفروض را بوسیلهٔ مختصات قطبی نقطهٔ A نیز میتوان مشخص کرد. فرض‌کنیم H تصویر قائم نقطهٔ A درصفحه xoy باشد و زاویه محور oH با محور ox را ψ نامیده و تغییرات ψ را از صفر تا °۳۶۰ در جهتی که محور oxمیتواند با زاویه کمتر از °۱۸۰ درجه بر oy منطبق شود در نظر میگیریم و زاویه محور oH را با بردار $\overrightarrow{oA}$ به θ نمایش داده و تغییرات آنرا اگر ارتفاع A مثبت باشد از صفر تا °۹۰+ منظور مینمائیم و اگر ارتفاعA منفی باشد تغییرات θ از صفر تا °۹۰ ــ خواهد بود (شکل۱) زوایای ψ و θ را که بدینطریق مشخص میشوند مختصات‌قطبی نقطه حاملA و یا مختصات قطبی محور مفروض‌نامند و اندازه‌های این دو زاویه برای تعیین‌جهت و امتداد محور موردنظر کافی است و محوریکه با یکدسته مقادیر ψ و θ مشخص میشود منحصربفرد خواهد بود. بین مختصات قطبی و کارترین نقطه A روابطزیر

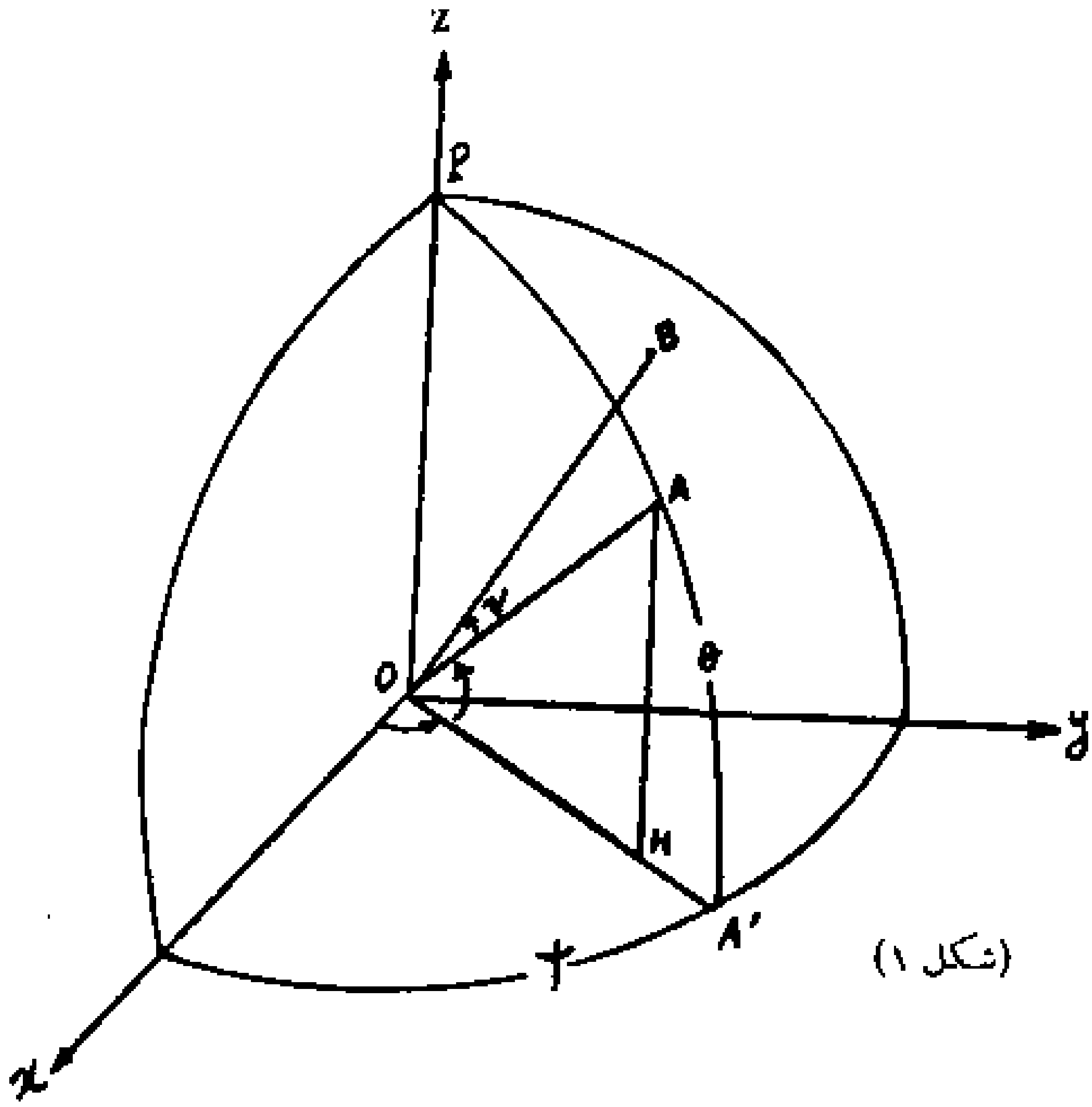
برقرار است:

$$\begin{cases} x = \cos\theta \cos\psi \\ y = \cos\theta \sin\psi \\ z = \sin\theta \end{cases}$$

واضح‌است‌که مختصات کارترین نقطه‌حامل A همان کسینوسهای زوایائی است که محور oA بترتیب با محورهای ox و oy و oz درست میکنند و بهمین‌جهت است‌که این مقادیر را کسینوسهای هادی‌محور مفروض مینامند.

۲ ـ کره سماوی ـ مکان نقطه A کره‌ایست بشعاع یك و بمرکز o که آنرا کره سماوی مینامند و نقاط مختلف سطح‌این کره نقاط حامل جهات مختلف فضاست و طول قوس دایره عظیمه مابین دونقطه حامل برابر است‌با زاویه‌مابین دوجهت مربوطبه‌آن‌نقاط حامل. استعمال کره‌سماوی درفضا نظیر بکاربردن دایره مثلثاتی درصفحه است و هردو برای تامین یکمنظور بکار میروند.

دایره عظیمه مقطع‌صفحه ox را باسطح کره دایره اصلی مینامند و نقطه M محل تقاطع این دایره را با محور ox مبدء اندازه‌گیری زاویه ψ اختیار میکنند. محور oz کره را در نقطه P قطع‌میکند که بقطب مثبت مختصات موسوم است (شکل۱) نیمدایره عظیمه‌ایکه صفحه‌آن بر oz گذشته وشامل نقطه A میباشد صفحه اصلی را در نقطه A' قطع میکند و



(شکل ۱)

مختصات قطبی‌نقطه A بدینطریق مشخص میشود. $\theta = \widehat{A'A} \qquad \psi = \widehat{MA}$

برای آنکه یکدستگاه مختصات قطبی بطور کامل مشخص شود کافی است که مشخصات‌زیر

در دست باشد:

اثر صفحه‌اصلی روی کره ـــ محل مبدء و همچنین جهت مثبت دوران روی این اثر ـــ قطب مثبت دستگاه.

حال اگر ناظری در مرکز دایرهٔ اصلی بقسمی بایستد که سرش بطرف قطب مثبت باشد و متحرکی که روی این دایره در جهت مثبت انتخابی حرکت میکند نگاه کند و حرکت متحرك را در جهت مثبت مثلثاتی به‌بیند دستگاه مختصات اختیارشده مستقیم است و در غیراینصورت دستگاه معکوس خواهد بود.

اگر A و B دونقطه حامل دوجهت مختلف فضا باشد و کسینوسهای هادی این دوجهت ترتیب $(x, y, z), (x', y', z')$ باشد و زاویه مابین این دوجهت را به V نمایش دهیم داریم:

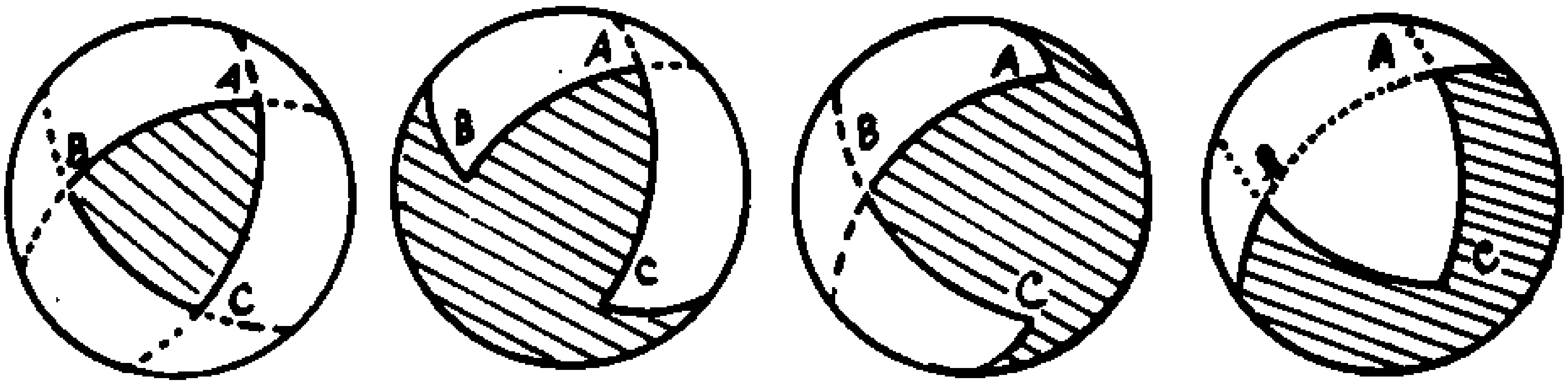
$$\cos V = \overrightarrow{OA} . \overrightarrow{OB} = xx' + yy' + zz'$$

فرض کنیم مختصات قطبی این‌دوجهت بترتیب $(\psi , \theta) , (\psi' , \theta')$ باشند از رابطه فوق حاصل میشود:

$$\cos V = \sin\theta \sin\theta' + \cos\theta \cos\theta' \cos(\psi' - \psi)$$

۴ ـــ مثلث کروی ـــ سه‌نقطه دلخواه A و B و C را روی سطح کرهٔ سماوی اختیار میکنیم و از هردونقطه آن یکدایرهٔ عظیمه که منحصربفرد است مرور میدهیم. سطح محدود بسه‌قوس‌دایرهٔ عظیمه که نقاط A و B و C را دو بدو بهم وصل میکنند بمثلث کروی موسوم است البته قوسها باید بجز نقاط‌فوق‌الذکر نقطه تقاطعی داشته باشند. سه‌نقطه مذکور را رؤس و سه‌قوس را اضلاع این مثلث نامند. چون هردو نقطه روی دایرهٔ عظیمه دوقوس از این دایره را مشخص مینماید بنابراین برای آنکه مثلث موردنظر کاملا مشخص باشد بایدتصریح شود که‌کدامیك ازاین دوقوس انتخاب شده است. ازطرفی پس‌از انتخاب سه‌قوس مورد نظر که نقاط A و B و C را دوبدو بهم وصل میکنند باید مشخص شود که کدامیك از دو سطح‌داخلی و یا خارجی که بوسیله قوسهای مزبور محدود میشود موردنظر میباشد.

بادرنظر گرفتن مطالب فوق معلوم میشود که از سه‌نقطه A و B و C روی سطح کره جمعاً ۸ مثلث کروی ایجاد میگردد. در هریك از اشکال چهارگانه زیر (شکل۲) هرکدام از قسمتهای هاشور زده و یا سفید یك مثلث کروی مربوط‌بسه نقطه ثابت A و B و C را مشخص مینمایند.



(شکل ۲)

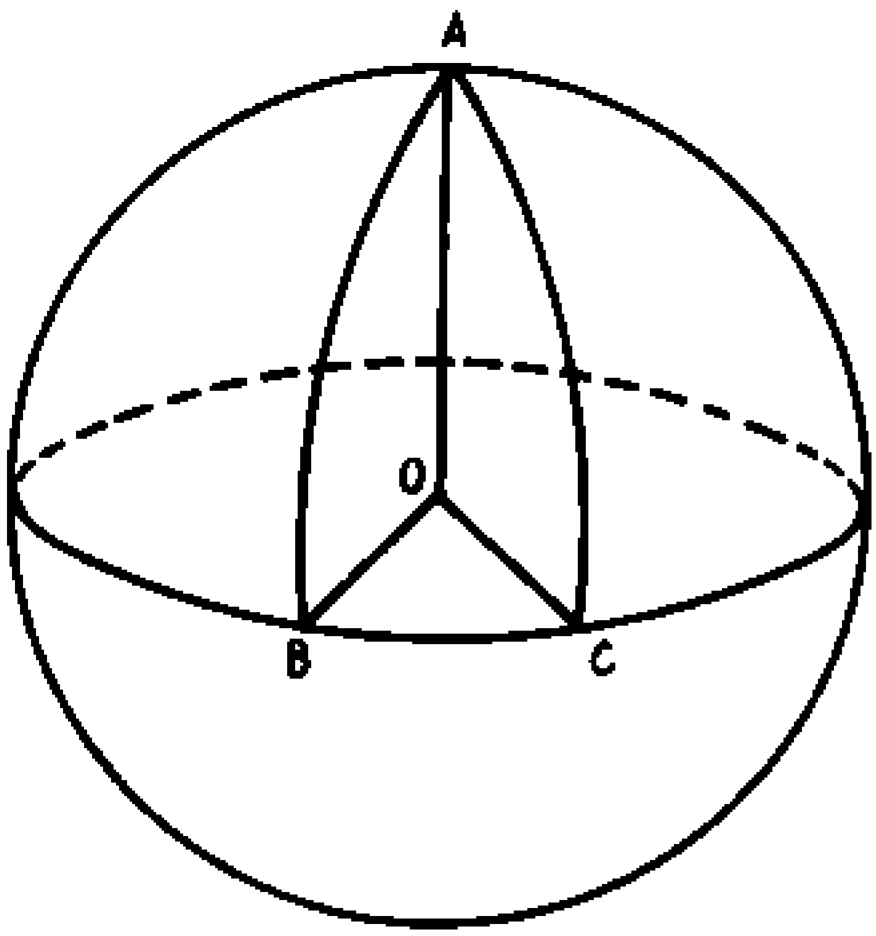
در دو مثلث از این ۸ مثلث اندازهٔ هریک از سه‌ضلع کمتر از °۱۸۰ میباشد (تصویر اول دست‌چپ‌از شکل۲) وازاین دوتاآنرا که‌مساحتش کمتراست مثلث ساده‌مربوطه بنقاط A و B و C گویند و هنگامیکه بطور مطلق از مثلث کروی ABC ذکری‌بمیان‌آید‌مقصود‌همین‌مثلث اخیراست‌و هرگاه مقصود یکی از ۷ مثلث دیگر باشد باید این منظور بطور صریح ذکر شود مثلا گفته شود «مثلث کروی ABC که ضلع BC آن بیش‌از! °۱۸۰ بوده و سطح آن بیش‌از نیمکره است». ازاین تعریف معلوم میشود که مقصود سطح هاشور زده از تصویر دوم دست چپ‌ازشکل۲میباشد.

اگر از نقطهٔ O مرکز کره سه‌خط به‌نقاط A , B , C وصل‌کنیم سه‌وجهی OABC حاصل میشود.

اضلاع مثلث ABC که همان قوسهای دوایر عظیمه محیط مثلث میباشند بترتیب عبارتند از وجوه سه‌وجهی OABC پس مجموع اضلاع مثلث کروی از چهار قائمه کمتر است. هرگاه از یکی از رؤس مثلا A، مماسهائی براضلاع AB و AC مثلث رسم‌کنیم زاویهٔ مابین این دومماس را زاویهٔ رأس A نامند و چون این دو مماس بترتیب در وجوه OAB و OAC بوده و برفصل مشترک این‌دو وجه یعنی OA عمود میباشند پس زاویهٔ A عبارتست‌از مسطحه‌فرجه OA بدین طریق هرمثلث کروی دارای سه‌زاویه میباشد که عبارتند از مسطحه‌های فرجه‌های سه‌وجهی مربوط بآن مثلث واضح‌استکه هر زاویه مثلث ساده از دوقائمه کمتر است‌بنابراین مجموع زوایای یك مثلث کمتر از ۶قائمه میباشد و بطوریکه‌بعداً ذکر خواهدشد هر زاویهٔ مثلث مکمل ضلع متناظر مثلث قطبی خود میباشد پس مجموع زوایای یك مثلث و اضلاع مثلث قطبی آن شش‌قائمه میگردد و چون مجموع اضلاع یك مثلث حداکثر از ٤قائمه کمتر است بنابراین مجموع زوایای

هرمثلث بیش از دو قائمه خواهد بود و درنتیجه معلوم میشود که مجموع زوایای هرمثلث مابین دو قائمه و شش قائمه میباشد.

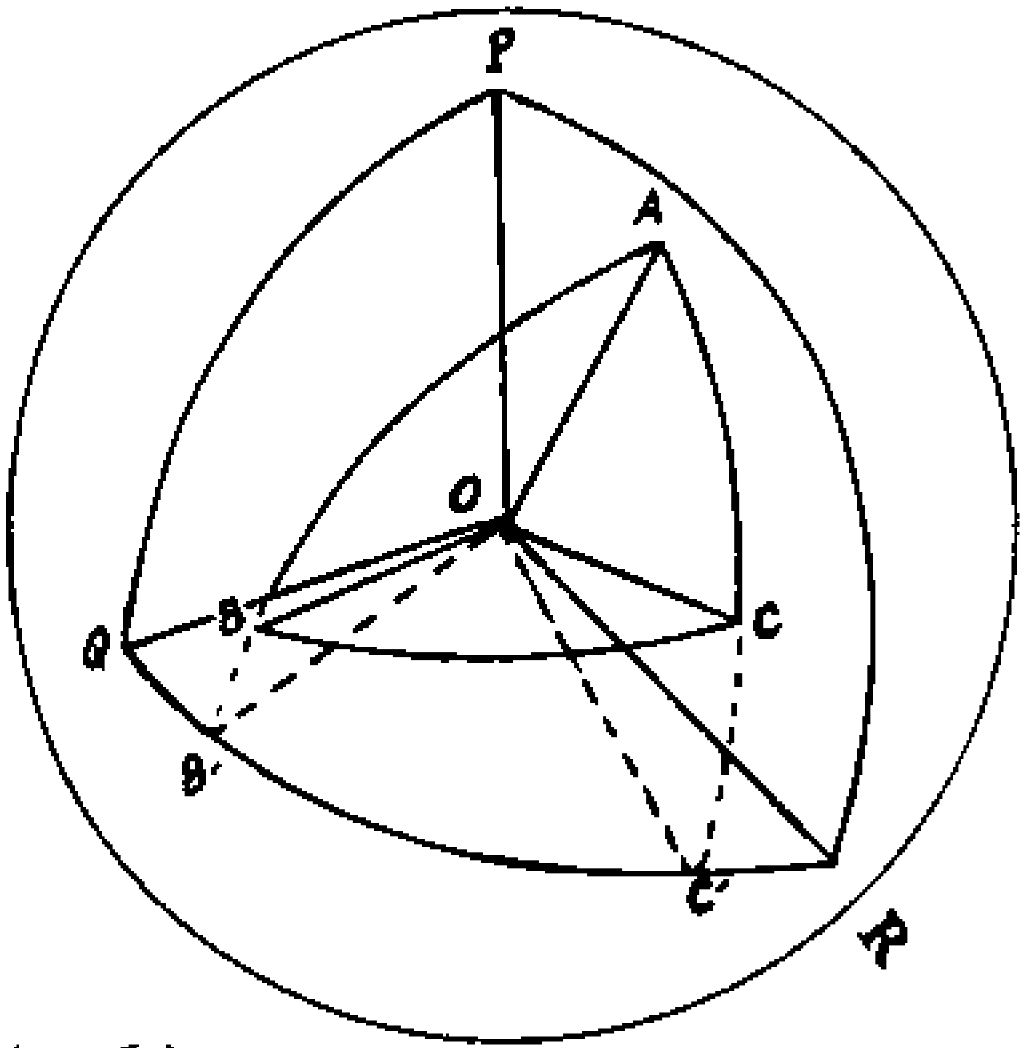
اگر یکی از زوایای‌مثلث کروی قائمه‌باشدآن مثلث را قائم‌الزاویه نامند و هـرگاه یکی از اضلاع مثلث قائمه باشد آنرا قائم‌الضلع گویند و اگر دو زاویهٔ مثلث‌قائمه باشد آنرا قائم‌الزاویتین نامند و در اینحالت دوضلع این مثلث نیز قائمه است یعنی این مثلث قائم‌الضلعین نیز میباشد زیرا در مثث قائم‌الزاویتین ABC که در آن زاویه‌های B و C قائمه‌اند دو وجه AOB و AOC بر وجه BOC عمودند پس فصل‌مشترك این‌دو وجه یعنی OA بر وجه BOC عمودخواهد بود بنابراین‌زاویای AOB،AOC قائمه‌اند یعنی اضلاع AC و AB مثلث‌هریك °۹۰میباشند (شکل ۳) و در اینحال زاویه BOC یعنی ضلع BC مسطحه‌فرجه OA میباشد پس در مثلث قائم‌الزاویتین اندازه ضلع غیر قائمه برابر است با زاویه مقابل خود و اگر این زاویه نیز °۹۰باشد ضلع مقابل بآن نیزقائمه‌خواهد بود ومثلث‌قائم‌الزوایا و قائم‌الاضلاع خواهد بود و چنین مثلثی ز تقاطع سه‌صفحه متعامد ماربر مرکز کره سماوی با این کره ایجاد میگردد ...



(شکل ۳)

٤ ــ **مثلث‌قطبی:** مثلث ABC را درنظر میگیریم وفرض‌کنیم P قطب دایرهٔ عظیمه BC بوده و در همان طرفی از صفحه BOC واقع‌باشد که رأس A قرار گرفته است پس زاویه AOP حاده است و بهمین‌طریق نقاط Q و R قطبهای دوایر AC و BC را بدست میآوریم بقسمی که‌Q ، B در یکطرف‌صفحه AOC بوده و R و C نیز یکطرف‌صفحه AOB واقع باشند. مثلث PQR را که بدین‌طریق بدست میآیـد قطبی مثلث ABC گـویند

(شکل ٤). حال ثابت میکنیم که‌عکس این مطلب نیز صادق است یعنی ABC قطبی PQR است‌زیرا بنا بفرض OQ و OR بترتیب برصفحات AOC و AOB عمودند پس فصل‌مشترك این صفحات یعنی OA برخطوط OQ و OR عمود بوده و نقطه A قطب دایرهٔ QR میباشد وچون زاویه AOP حاده است پس نقاط A و P دریکطرف صفحه QOP واقعند و این خاصیت برای نقاط C و B نیز برقرار است



(شکل ٤)

بنابراین مثلث ABC قطبی PQR خواهد بود اضلاع p , q , r از مثلث قطبی PQR را بترتیب متناظر زوایای A و B , C مثلث ABC نامند و بالعکس زوایای P , Q , R متناظر اضلاع a , b , c میباشند.

بین زوایا و اضلاع دو مثلث‌قطبی رابطهٔ مهم زیر برقرار است:

اضلاع مثلث‌قطبی مکمل زوایای متناظر خود در مثلث‌اصلی است و بالعکس. زیرا اگر AB و AC را متداد دهیم تا در نقاط B′ و C′ دایره QR را قطع‌کنند زاویهٔ B′OC′ مسطحه‌ٔفرجه A O خواهد بود یعنی قوس B′C′ برابر زاویه A میباشد و ضمنا OB′ بر OR و OC′ بر OQ عمودمیباشند وزاویه C′OR حاده استزیرا R , C′ دریکطرف صفحه AOB واقعند و OR بر این صفحه عمود است و بدلیل مشابه زاویه B′OQ حاده است و از مطالب‌فوق معلوم میشود که اگر زاویه QOR منفرجه باشد (مطابق شکل ٤) نقاط C′ و B′ در داخل این زاویه واقعند و بالعکس اگر QOR حاده باشند نقاط C′ و B′ درخارج قوس QR قرار دارند و در نتیجه میتوان نوشت:

$$QOR + B'OC' = (۹۰^\circ \pm C'OR) + (۹۰^\circ \mp C'OR) = ۱۸۰^\circ$$

یعنی ضلع QR از مثلث قطبی PQR مکمل زاویه A از مثلث ABC میباشد و همچنین است

بــرای سایر اضلاع پس قسمت اول قضیه ثابت میگردد و قسمت دوم قضیه نیز محقق است زیــرا خاصیت قطبی‌بودن متقابل است پس روابط زیر بین‌عناصر این دو مثلث برقرار است.

$$\begin{cases} p = \pi - A \\ q = \pi - B \\ r = \pi - C \end{cases} \qquad \begin{cases} P = \pi - a \\ Q = \pi - b \\ R = \pi - c \end{cases}$$

بـوسیله خاصیت فـوق میتوان از روی هر رابطه کـه مابین عناصر یـك مثلث وجـود داشته باشد رابطه دیگری را بلافاصله بـدست‌آورد.

فرض‌کنیم که رابطه زیر بین‌عناصر یك مثلث دلخواه مانند ABC موجود باشد.

$$f(a, b, c, A, B, C) = 0$$

این رابطه درباره عناصر مثلث PQR نیز صادق است و داریم:

$$f(p, q, r, P, Q, R) = 0$$

اگر در رابطه فوق بجای p, q, r, P, Q, R مقادیرشانــرا برحسب عناصر مثلث ABC قرار دهیم حاصل میشود:

$$f(\pi - A, \pi - B, \pi - C, \pi - a, \pi - b, \pi - c) = F(a, b, c, A, B, C) = 0$$

رابطهٔ اخیر را رابطهٔ متناظر قطبی رابطه* اول‌نامند و برای بدست‌آوردن آن کافی است که در رابطهٔ اول a را بــه $\pi - A$ ، b را بــه $\pi - B$ و .... و بالاخره C را به $\pi - c$ تبدیل‌کنیم و ضمنا متذکر میشود که همواره‌لازم نیست که رابطه متناظر قطبی از رابطهٔ اولیه متمایز باشد زیرا ممکن است که رابطهٔ موجود مابین عناصر یك مثلث بقسمی‌باشد کـه با تبدیل مقادیر مذکور این رابطه تغییر نکند.

۵ ــ زاویه مجسم و سطح مثلث کروی ــ هرگاه هرمی براس‌مرکز کره سطح‌کرهٔ سماوی را قطع کند مساحت قسمت قطع شده از سطح‌کره‌را زاویهٔ مجسم هرم مذکور نامند پس زاویهٔ مجسم هرم $OABC$ همان سطح مثلث کروی ABC است و زاویهٔ مجسم حول یکنقطه دلخواه فضا مانند O برابر 4π میباشد.

تعیین سطح مثلث کروی ــ هرگاه دونیم صفحهٔ محدود بقطر سطح کره را قطع‌کندقسمت

قطع‌شده را قاچ کروی نامند و زاویهٔ مسطحه فرجهٔ دونیم‌صفحه‌ها‌زاویهٔ‌قاچ کروی گویندواضح است که اگر زاویه قاچ کروی را بچند قسمت‌متساوی تقسیم کنیم قاچهای کروی حاصل قابل انطباق بوده و باهم مساوی خواهند بود پس‌سطح قاچ کروی متناسب با زاویه قاچ کروی است و سطح تمام کره را میتوان قاچ کروی‌با زاویه ۲π دانست و چون سطح کرهٔ‌ساوی برابر با ٤π است پس سطح قاچ کروی بزاویهٔ A واقع روی کرهٔ سماوی از رابطهٔ زیر بدست میآید.

$$\frac{S}{A}=\frac{٤\pi}{۲\pi} \quad \text{و یا} \quad S = 2A$$

حال اگر در کنج $OABC$ یالهای OA و OB و OC را امتداد دهیم تا در نقاط A' , B' , C' کره را قطع‌کنند (شکل٥) مثلث $A'B'C'$ قرینه ABC خواهد بود ومساحت آنها باهم برابر است. سطح مثلثABC را به σ نمایش میدهیم و بطوریکه ملاحظه میشود قاچ کروی برأس A که از تقاطع دونیم‌صفحه‌ACA' و ABA' بدست میآیدمجموع مساحات دو مثلث ABC و $A'BC$ میباشد و اگر مساحت مثلث‌اخیرالذکر را به $S_۱$ نمایش دهیم خواهیم داشت:

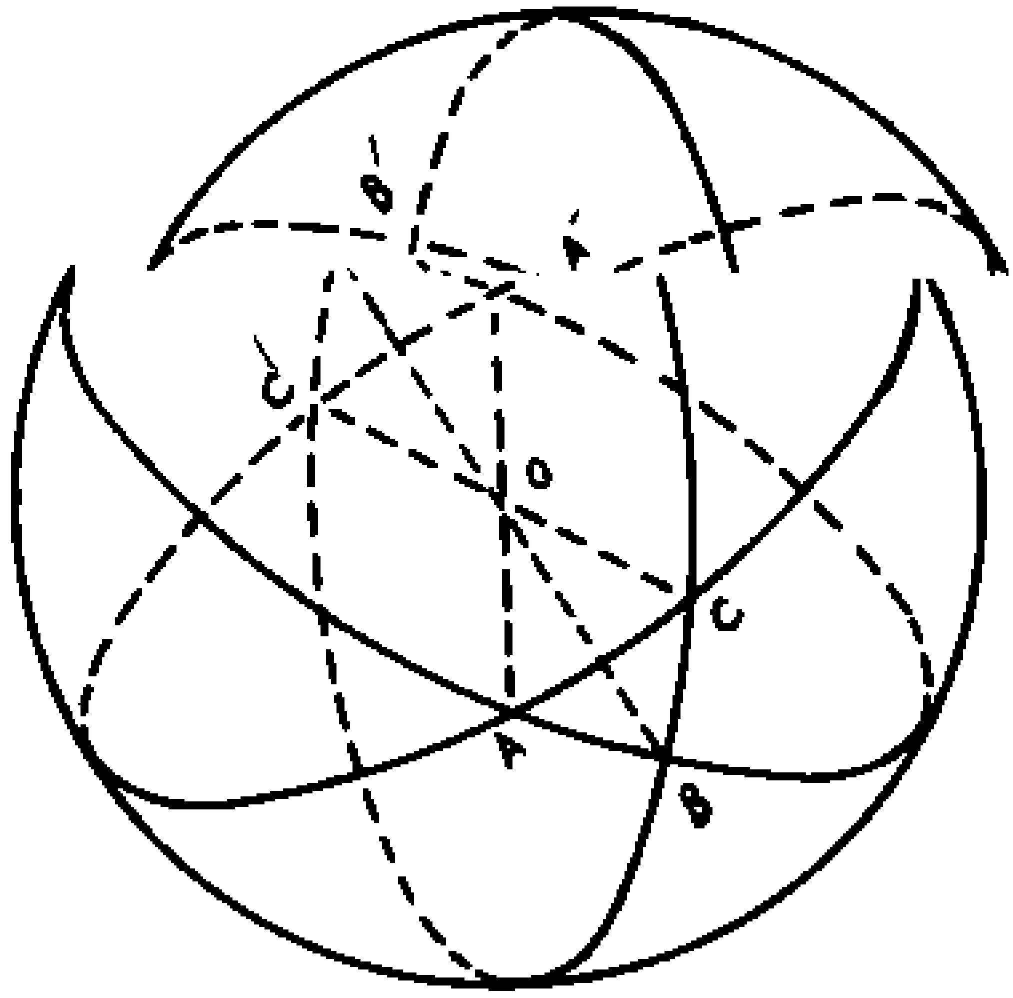
$$\sigma + S_۱ = 2A$$

و همچنین اگر سطح مثلث $C'AB$ را به $S_۲$ نمایش دهیم داریم:

$$\sigma + S_۲ = 2C$$

وسطح قاچ کروی که از تقاطع دونیم‌صفحه $BA'B'$, $BC'B'$ حاصل میشود شامل دو مثلث کروی است یکی $BA'C'$ که مساحت آنرا به $S_۳$ نمایش میدهیم و دیگری مثلث $A'B'C'$ که برابر با σ میباشد پس:

$$\sigma + S_۳ = 2B$$



(شکل ۵)

از جمع سه رابطهٔ فوق خواهیم داشت:

$$2\sigma = (A + B + C) - (\sigma + S_1 + S_2 + S_3)$$

ولی مجموع $\sigma + S_1 + S_2 + S_3$ سطح نیمکره واقع دریکطرف دایره عظیمه $AC\ A'\ C'$ میباشد که مساحت آن 2π است پس خواهیم داشت:

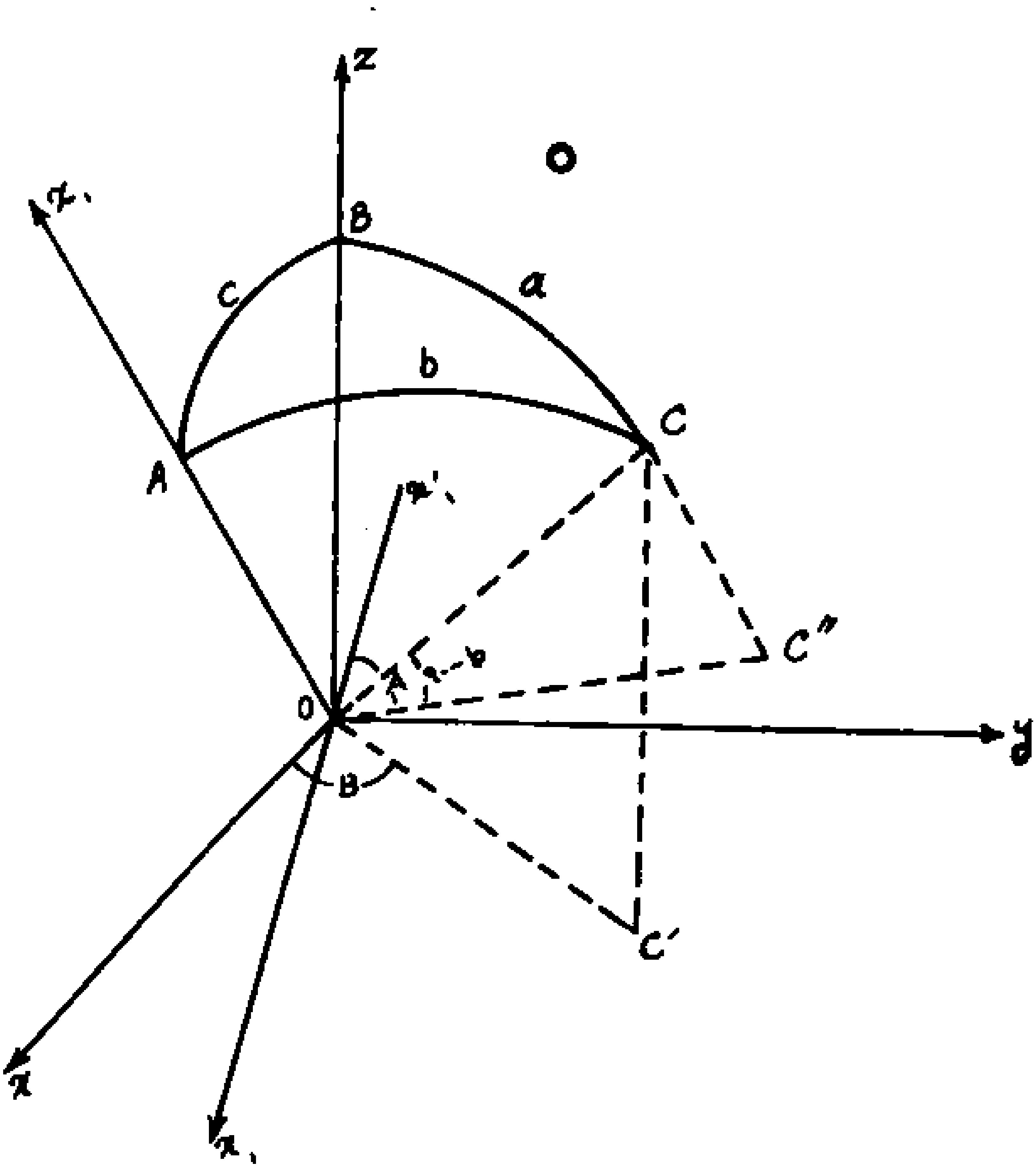
$$\sigma = A + B + C - \pi$$

٦ ــ روابط مرتبه اول مثلث کروی:

روابط‌مرتبه اول‌روابطی هستند که درآنهاخطوط مثلثاتی خود زوایا و اضلاع یك مثلث واردمیشوندواگر در رابطه‌ای‌خطوط‌مثلثاتی‌نصف‌زوایا و یانصف‌اضلاع‌وجود داشته باشدآن رابطه را مرتبه دوم نامند و بالاخره اگــر خطوط‌مثلثاتی ربع‌عناصر یك مثلث در رابطه‌ای دخالت داشته‌باشد آنرا رابطهٔ مرتبهٔ سوم نامند.

برای تعیین روابط مرتبه اول، مثلث‌کروی ABC را در نظر گرفته‌و یکدستگاه مختصات متعامد $Oxyz$ را بقسمی اختیار میکنیم که مبدء آن بر مرکز کرهٔ سماوی منطبق بوده و محور Oz در امتداد OB قــرار گرفته و صفحه xOz بر وجه OAB منطبق باشد (شکل ٦) حال نقطهٔ C' تصویر قائم نقطه C را روی صفحه xOy بدست میآوریم چــون

زاویه OC با Oz برابر قوس BC یعنی ضلع a است پس $\overline{OC'} = \sin a$ خط OC' در وجه BOC واقع است پس زاویهٔ x OC' مسطحه فرجه OB بوده و مقدار آن برابر B میباشد.



(شکل ۶)

پس مختصات نقطه C چنین‌است

$$C \begin{cases} x = \sin a \cos B \\ y = \sin a \sin B \\ z = \cos a \end{cases}$$

اگر صفحهٔ xOy را حول محور Oy در جهت مناسب باندازهٔ زاویهٔ c دوران دهیم وضع جدید محور oz ،که به Oz_1 نشان‌داده‌میشود از نقطه A خواهد گذشت و وضع جدید Ox بصورت Ox_1 درمیآیدو مختصات نقطه C رادر دستگاه مختصات جدید yz_1 ،Ox_1 بدست میآوریم و برای اینکار ابتدا نقطهٔ C'' تصویر قائم C راروی صفحه xOy_1 بدست میآوریم چون زاویه OC با OA برابر b است پس‌تصویر OC روی Oz مساوی cos b بوده و تصویر OC روی صفحه xOy یعنی $\overline{OC''}$ برابر sin b خواهد بود و از طرفی زاویه Ox'_1 که در امتداد Ox_1 قرار دارد با OC' مسطحه‌فرجه OA میباشد یعنی $x'_1OC'' = A$ پس زاویه OC' با Ox_1 مساوی $\pi - A$ بوده و زاویه OC'' با Oy برابر با $A - \frac{\pi}{2}$ میباشد و مختصات جدید C بصورت زیر بدست میآید:

$$C \begin{cases} x_1 = -\sin b \cos A \\ y = \sin b \sin A \\ z_1 = \cos b \end{cases}$$

و کسینوسهای هادی محورهای جدید را نسبت‌بمحورهای قدیم با درنظر گرفتن وضع دودستگاه بسهولت میتوان بدست آورد و نتیجه بصورت‌جدول زیر میباشد:

	Ox	Oy	Oz
Ox_1	cos c	۰	- sin c
Oy	۰	۱	۰
Oz_1	sin c	۰	cos c

پس مابین مختصات قدیم و جدیدهرنقطه روابط زیر بر قرار است:

$$\begin{cases} x = x_1 \cos c + z_1 \sin c \\ y = y \\ z = -x_1 \sin c + z_1 \cos c \end{cases}$$

اگر مختصات قدیم و جدید نقطه C را در روابطفوق قرار دهیم نتیجه بصورت زیر درمیآید:

$$(1) \quad \begin{cases} \sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \\ \sin a \sin B = \sin b \sin A \\ \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \end{cases}$$

روابط فوق سهرابطه اصلی مابین عناصر يك مثلث کروی میباشند و بدستگاه روابط گس (Gauss) موسوم است.

انتخاب دستگاه مختصات Oxyz نسبتبمثلث ABC کاملا اختیاری است مثلا میتوان دستگاه Oxyz را طوری اختیارکنیم که محور Oz برنقطه C بگذرد و صفحه BOC روی صفحه xOz منطبق باشد دراین وضع جدید در حقیقت نقطه C جانشین نقطه B و ونقطه B جانشین نقطه A ونقطهٔ A جانشیننقطه C شده است و اگر مانندآنچه قبلاذکر شد روابط مابین مختصات قدیم و جدید نقطه A را بنویسیم روابطی نظیر روابط (۱) بدست میآید که در آنها C و A،B بترتیب جانشین B و A، C شدهاندو همچنین c و b و a بترتیب جانشین b و a و c گردیدهاند پس باتبدیل دایرهای حروف A و B و C وحروف a و b و c در روابط (۱) روابط جدیدی بین عناصر مثلث بدست میآیند که شبیه همان روابط میباشند و این روابط را بترتیبزیر دستهبندی میکنیم و هر دسته را یکدستگاه مینامیم.

دستگاه I ــ باتبدیل دایرهای زاویا و اضلاع در رابطهٔ سوم دستگاه گس سهرابطهٔ زیر بدست میآید که بدستگاه I موسوم است

$$\mathrm{I} \quad \begin{cases} \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B \\ \cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \end{cases}$$

درهریك از روابط فوق چهارعنصر مثلث موجوداست سه‌ضلع و یك زاویه و هیچ رابطهٔ مرتبه‌اول دیگری نمیتوان یافت که شامل چهار عنصرمزبورباشد.

دستگاه II ــ روابط با تبدیل دایره‌ای از رابطه سوم دستگاه کسینوسها شماره ۱۱ بدست میاید بصورت زیر:

$$
\mathrm{II}\begin{cases} \sin b \sin C = \sin c \sin B \\ \sin c \sin A = \sin a \sin C \\ \sin a \sin B = \sin b \sin A \end{cases}
$$

این روابط بصورت نسبتهای زیر نوشته میشودو به‌نسبتهای سینوس موسومند.

$$
\mathrm{II}\left\{ \frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \right.
$$

هریك از روابط II شامل چهار عنصر است: دوضلع و زوایای مقابل با آن دوضلع.

دستگاه III ــ رابطهٔ اول دستگاه کس رابطه‌ایست مابین پنج‌عنصر از شش‌عنصر مثلث یعنی سه‌ضلع‌و دو زاویه و طرف چپ آن حاصلضرب سینوس ضلع a در کسینوس یکی از زوایای مجاور بآن ضلع یعنی B میباشد و جمله اول طرف راست حاصلضرب کسینوس ضلع‌مقابل باین زاویه یعنی b در سینوس ضلع سوم میباشدو جمله دوم حاصلضرب سینوس b در کسینوس ضلع سوم در کسینوس A میباشد اگر در طرف‌چپ کسینوس زاویه دیگر مجاور به‌ضلع a یعنی زاویه C را انتخاب کنیم بادرنظر گرفتن وضع متناظرباین تغییر در جملات طرف راست رابطه‌ای بصورت زیر بدست میآید:

$$
\sin a \cos C = \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A
$$

با تبدیل دایره‌ای دراین رابطه و رابطهٔ اول‌دستگاه کس چهار رابطهٔ دیگر بدست میآید و جمعاً شش رابطه میشوند که بروابط دستگاه III موسومند بصورت زیر:

$$\mathrm{III}\begin{cases} \sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \\ \sin b \cos C = \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos B \\ \sin c \cos A = \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos C \\ \sin a \cos C = \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A \\ \sin b \cos A = \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B \\ \sin c \cos B = \cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C \end{cases}$$

دستگاههای I و II و III ازهم مستقل نیستند و هررابطه ازیك دستگاه را میتوان از ترکیب دو رابطهٔ دیگر بدست آورد مثلا اگر $\cos b$ را مابین دو رابطهٔ اول و دوم دستگاه I حذف کنیم خواهیم داشت:

$$\cos a = \cos c\,(\cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B) + \sin b \sin c \cos A$$

و یا
$$\sin b \sin c \cos A = \cos a \sin^2 c - \sin c \cos c \sin a \cos B$$

و یا
$$\sin b \cos A = \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B$$

نتیجه حاصل بطوریکه ملاحظه میشود یکی ازروابط III میباشد.

دستگاه IV ــ اگر با روش فوق‌الذکر روابط دستگاهها را باهم ترکیب کنیم میتوانیم روابط جدیدی مابین عناصر مثلث بدست آوریم.یکی از این نوع ترکیبات روابط مهم دستگاه IV میباشد که بطریق زیر بدست میآیند:

روابط زیر را بترتیب از دستگاههای II و IIIدرنظر میگریم.

$$\sin b \cos C = \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos B$$
$$\sin b \sin C = \sin c \sin B$$

اگر این دو رابطهٔ را برهم تقسیم کنیم رابطهٔزیربدست میآید:

$$\operatorname{cotg} C = \frac{\sin a \operatorname{cotg} c - \cos a \cos B}{\sin B}$$

که آنرا بشکل زیر میتوان نوشت:

$$\cos a \cos B = \sin a \operatorname{cotg} c - \sin B \operatorname{cotg} C$$

طرف چپ حاصلضرب کسینوس یك ضلع‌مانند a در کسینوس زاویه مجاور آن B است و اگر بجای آن کسینوس زاویه مجاور دیگریعنی C را انتخاب کنیم بادرنظر گرفتن مقادیر متناظر در طرف راست رابطه دیگری بدست‌میآیدو با تبدیل دایره‌ای دراین دو رابطه جمعا شش رابطه بصورت زیر حاصل میشود که بدستگاه IV موسوم است:

$$\mathrm{IV}\begin{cases}\cos a \cos B = \sin a \operatorname{cotg} c - \sin B \operatorname{cotg} C\\ \cos b \cos C = \sin b \operatorname{cotg} a - \sin C \operatorname{cotg} A\\ \cos c \cos A = \sin c \operatorname{cotg} b - \sin A \operatorname{cotg} B\\ \cos a \cos C = \sin a \operatorname{cotg} b - \sin C \operatorname{cotg} B\\ \cos b \cos A = \sin b \operatorname{cotg} c - \sin A \operatorname{cotg} C\\ \cos c \cos B = \sin c \operatorname{cotg} a - \sin B \operatorname{cotg} A\end{cases}$$

هریك از روابط فوق شامل چهار عنصراست دوضلع و دو زاویه ولی یکی از این دو زاویه‌مابین دوضلع‌و دیگری‌مقابل‌یکی ازاضلاع‌میباشد و این موضوع وجه‌تمایز مابین دستگاه II و IV است.

دستگاه I مکرر و III مکرر ــ از هر یـك از روابـط دستگاهـهای فوق‌الذکـر میتوان روابط متناظر قطبی آنرا ساخت ولی باملاحظه وضع عناصر دستگاههای II و IV میتوان پیش‌بینی نمود که رابطهٔ متناظر با هررابطه از دستگاههای فوق معادل همان رابطه و یا معادل با رابطهٔ دیگر همان دستگاه خواهد بود زیرا دوضلع بدو زاویه و دو زاویه بدوضلع تبدیل میشود و نتیجه حاصل نیز رابطه‌ای مابین‌دوضلع و دو زاویه میباشد ولی از دستگاههای I و III روابط جدیدی ساخته میشود کـه بترتیب بـدستگاههای I مکرر و III مکرر موسومند بصورت زیر:

$$\text{مکرر}\ \mathrm{I}\begin{cases}\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \cos C \cos a\\ \cos B = -\cos C \cos A + \sin C \sin A \cos b\\ \cos C = -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c\end{cases}$$

هریك از روابط فوق شامل چهار عنصر است:سه زاویه و یك‌ضلع.

$$\text{III (مکرر)}\quad\left\{\begin{array}{l}\sin A\cos b=\cos B\sin C+\sin B\cos C\cos a\\ \sin B\cos c=\cos C\sin A+\sin C\cos A\cos b\\ \sin C\cos a=\cos A\sin B+\sin A\cos B\cos c\\ \sin A\cos c=\cos C\sin B+\sin C\cos B\cos a\\ \sin B\cos a=\cos A\sin C+\sin A\cos C\cos b\\ \sin C\cos b=\cos B\sin A+\sin B\cos A\cos c\end{array}\right.$$

هریك از این روابط شامل ٥ عنصر میباشند:سه زاویه و دوضلع.

دستگاه V یا فرمولهای کاینولی Cagnoli ـ فرمولهای کاینولی شامل هرشش عنصر مثلث میباشند و اغلب اوقات برای ساده‌کردن و یا تبدیل روابط بکار میروند و برای بدست‌آوردن آنهادو رابطهٔ زیررا از دستگاههای I و I مکرر در نظر میگیریم:

$$\left\{\begin{array}{l}\cos b=\cos c\cos a+\sin c\sin a\cos B\\ \cos B=-\cos C\cos A+\sin C\sin A\cos b\end{array}\right.$$

طرفین روابط فوق را بطور چپ و راست درهم‌ضرب میکنیم و حاصل میشود:

$$-\cos A\cos C\cos b+\cos^2 b\sin C\sin A=\cos B\cos c\cos a+\cos^2 B\sin c\sin a$$

و یا

$$(۱)\quad\left\{\begin{array}{l}\sin A\sin C-\cos A\cos C\cos b-\sin A\sin C\sin^2 b=\\ \sin a\sin c+\cos B\cos a\cos c-\sin a\sin b\sin^2 B\end{array}\right.$$

و اگر دو رابطه‌اول و دوم از روابط II را بطور چپ و راست درهم‌ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$\sin^2 b\sin A\sin C=\sin^2 B\sin a\sin c$$

بادرنظرگرفتن رابطهٔ فوق رابطه (۱) خلاصه‌شده و یکی از روابط کاینولی بدست میآید و با تبدیل دایره‌ای در آن دستگاه V حاصل میشود بصورت زیر:

$$\text{V}\quad\left\{\begin{array}{l}\sin a\sin c+\cos a\cos c\cos B=\sin A\sin C-\cos A\cos C\cos b\\ \sin b\sin a+\cos b\cos a\cos C=\sin B\sin A-\cos B\cos A\cos c\\ \sin c\sin b+\cos c\cos b\cos A=\sin C\sin B-\cos C\cos B\cos a\end{array}\right.$$

واضح است که دستگاه متقارن قطبی ایندستگاه عین همین دستگاه خواهد بود.

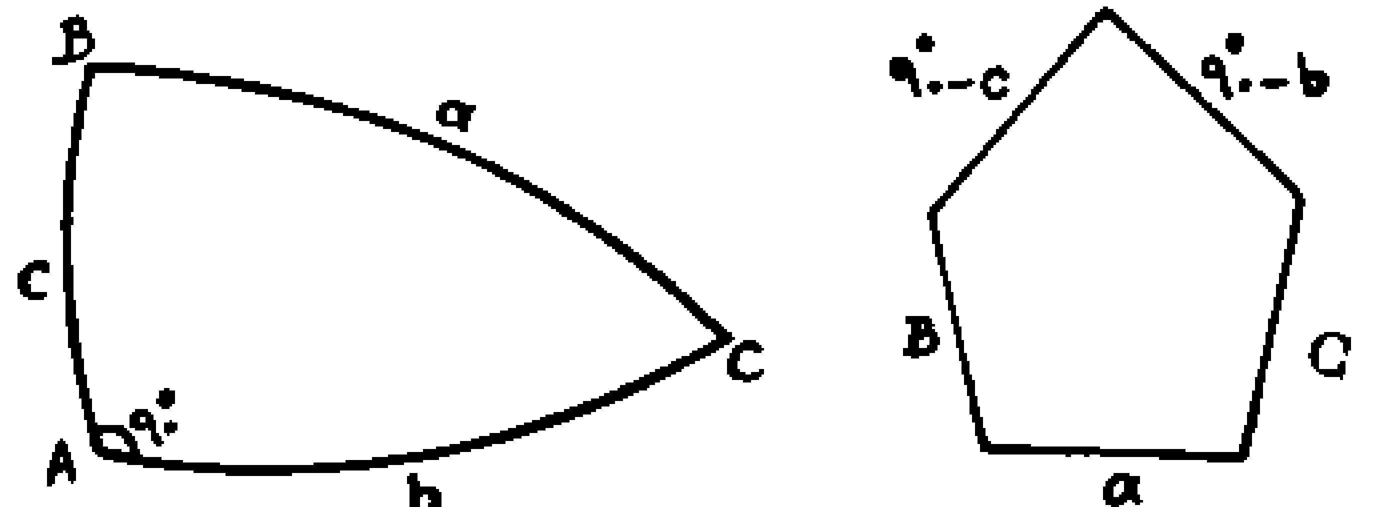
مشخصات دستگاههای مرتبه اول درجدول زیر خلاصه میشود و ازاین جدول میتوان در موقع لزوم رابطهٔ مورد نظر را انتخاب نمود .

دستگاهها	تعداد عناصر	مشخصات عناصر
I	٤	سه‌ضلع ویك‌زاویه
I مکرر	٤	سه‌زاویه و یك‌ضلع
II	٤	دوضلع و دو زاویه مقابل آنها
III	٥	سه ضلع و دو زاویه
III مکرر	٥	سه زاویه و دوضلع
IV	٤	دوضلع وزاویه مابین‌آن‌دوضلع وزاویه‌مقابل به‌یکی از آن دوضلع
V	٦	سه‌ضلع و سه‌زاویه

۷ـ مثلث قائم‌الزاویه و قائم‌الضلع ـ روابط‌مثلث قائم‌الزاویه از روی روابط مثلث عادی بادرنظر گرفتن آنکه یکی‌از زوایا ۹۰° میباشد بدست‌میآید‌مثلا اگر زاویهٔ A قائمه‌باشد بایددر هر رابطه قرار دهیم $\sin A = 1$, $\cos A = 0$ و بدینطریق عده‌ای از روابط حذف شده و ده رابطه بشرح زیر باقی میماند :

روابط‌مثلث قائم‌الزاویا $A = 90°$

رابطهٔ اول I مکرر و رابطهٔ اول I	$\cos a = \cos b \cos c = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} C$
رابطهٔ ششم IV و رابطهٔ دوم I مکرر	$\cos B = \cos b \sin C = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} a$
رابطهٔ دوم IV ورابطهٔ دوم III مکرر	$\cos C = \cos c \sin B = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} a$
رابطهٔ پنجم IV و رابطهٔ سوم II	$\sin b = \sin a \sin B = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} C$
رابطهٔ سوم IV ورابطهٔ دوم II	$\sin c = \sin a \sin C = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} B$



(شکل ۷)

برای نوشتن روابط فوق میتوان از قاعدهٔ ذهنی‌پنج‌ضلعی نپر استفاده کرد. (Neper)

قاعده ــ یك پنج‌ضلعی رسم میکنیم و یك‌ضلع آنرا a میناميم و دوضلع مجاور باین ضلع را همنام زوایای مجاور بضلع a در مثلث یعنی B و C اختیار میکنیم وضلع مقابل به B از پنج ضلعی را $90°-b$ و ضلع مقابل به C را به $90°-c$ نام‌گذاری میکنیم و ملاحظه میکنیم فرمولهای ده‌گانه فوق ازروی این پنج ضلعی بوسیله دستور زیر بدست میآید (شکل۷).

«کسینوس هرضلع‌برابراست‌با حاصلضرب‌سینوسهای اضلاع مقابل و یا با حاصلضرب کتانژانتهای اضلاع مجاور».

چون مثلث قطبی هر مثلث قائم‌الزاویه‌قائم‌الضلع میباشد پس برای بدست‌آوردن روابط مربوط بمثلث قائم‌الضلع کافی است کــه درروابط مربوط بمثلث قائم‌الزاویه بجای هرعنصر مقدارش‌را ازروی عناصر مثلث قطبی قرار دهیم‌تا روابط مثلث قائم‌الضلع حاصل شود درحقیقت باید روابط متناظر قطبی روابط مثلث قائم‌الزاویه‌را بنویسیم و نتیجه بصورت زیر است:

روابط مثلث قائم‌الضلع
$a = 90°$
$\sin a = 1$
$\cos a = 0$

$$\left\{\begin{array}{ll}
\cos A = -\cos B \cos C & = -\operatorname{cotg} b \operatorname{cotg} c \\
\sin B = \sin A \sin b & = \operatorname{tg} C \operatorname{cotg} c \\
\sin C = \sin A \sin c & = \operatorname{tg} B \operatorname{cotg} b \\
\cos b = \cos B \sin c & = -\operatorname{tg} C \operatorname{cotg} A \\
\cos c = \cos C \sin b & = -\operatorname{tg} B \operatorname{cotg} A
\end{array}\right.$$

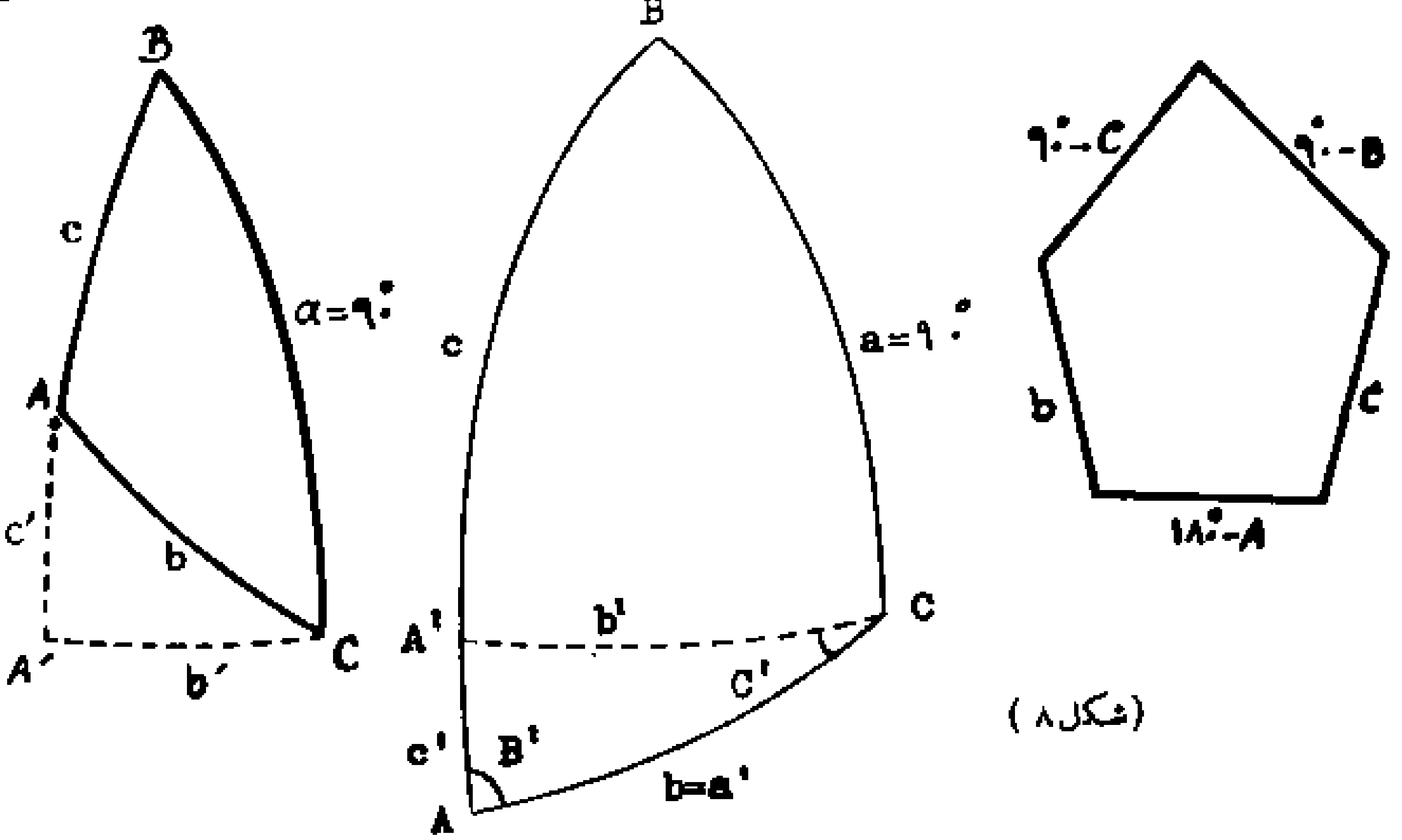
برای نوشتن روابط مثلث قائم‌الضلع هم‌میتوان از قاعدهٔ ذهنی پنج‌ضلعی نپر استفاده کرد ولی دراینحال اضلاع پنج‌ضلعی بدینصورت نام‌گذاری‌میشود یك‌ضلع‌را $180°-A$ نامندواضلاع‌مجاورآن ضلع‌راهم‌نام اضلاع مجاور زاویه A یعنی b و c و ضلع مقابل به b را $90°-B$ و ضلع مقابل به c را $90°-C$ میناميم (شکل۸) برای نوشتن روابط از همان دستور که برای مثلث قائم‌الزاویه ذکرشد استفاده‌میشود یعنی کسینوس‌هرضلع برابر است با حاصلضرب سینوسهای اضلاع مقابل و یا با حاصلضرب کتانژانتهای‌اضلاع مجاور.

هر گاه د رمثلث قائم‌الضلع ABC ($a = 90°$) روی ضلع C بمبدء B قوسی برابر $90°$ جداکنیم تا نقطهٔ ´A بدست آید و سپس قوس دایرهٔ عظیمــه A′C را رسم کنــیم مثلث A′BC که بدین شکل حاصل میشودقائم‌الضلعین است پس قائم‌الزاویتین نیز خواهد بود (شکل ۸) پس مثلث A A′ C قائم‌الزاویه‌میباشد ($A' = 90°$) اگر اضلاع و زوایای

این‌مثلث را بترتیب a' و b' و c' و A' و B' و C' بنامیم مقادیر این‌عناصر بسهولت ازروی‌عناصر مثلث قائم‌الضلع ABC بدست میآید بشرح زیر:

$$c < 90^\circ \begin{cases} B' = 180^\circ - A \\ C' = 90^\circ - C \\ a' = b \\ b' = B \\ c' = 90^\circ - c \end{cases} \qquad c > 90^\circ \begin{cases} B' = A \\ C' = C - 90^\circ \\ a' = b \\ b' = B \\ c' = c - 90^\circ \end{cases}$$

و کافی است که روابط مثلث قائم‌الزاویه $A'B'C'$ رابنویسیم تاروابط‌مابین عناصرمثلث قائم‌الضلع

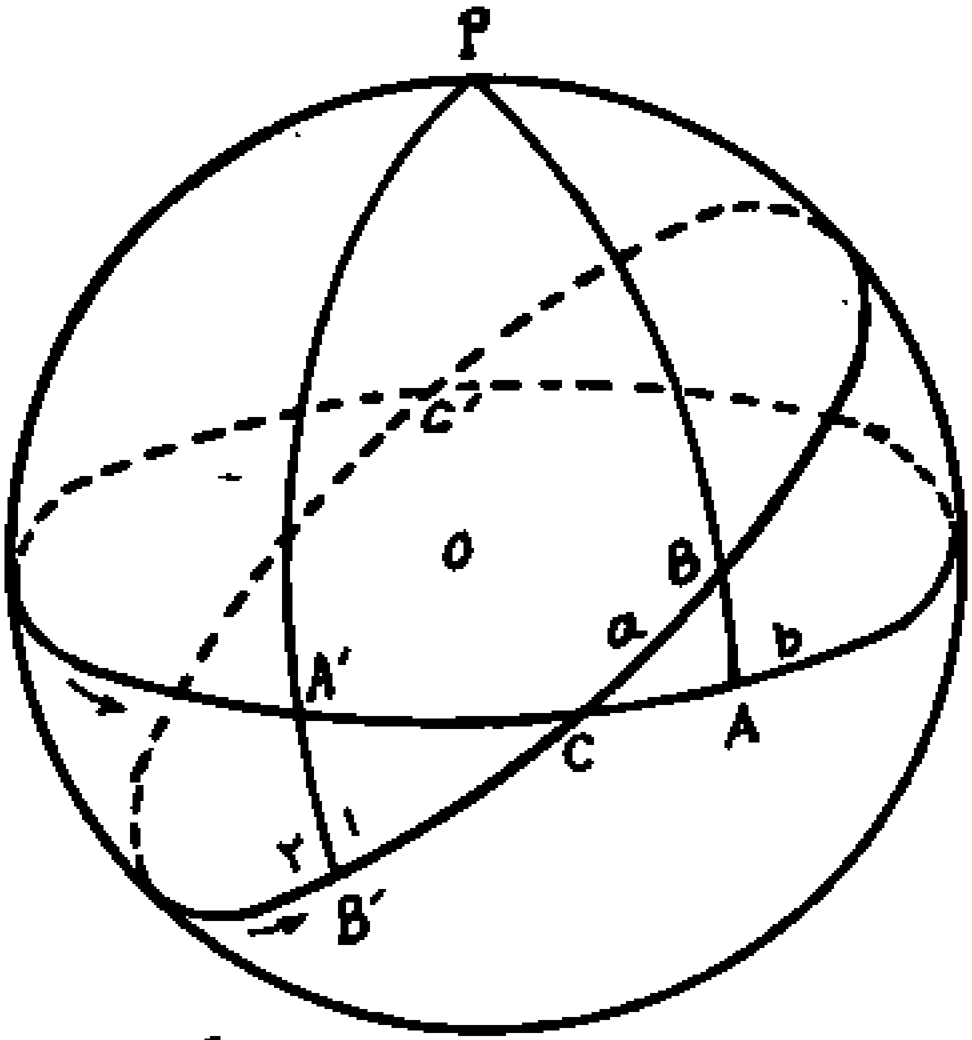


(شکل ۸)

ABC بدست آیدوبدین‌ترتیب‌فقط بافرا گرفتن روابط مثلث قائم‌الزاویه میتوان روابط مثلث قائم‌الضلع را نوشت و در عمل اغلب این طریقه‌بکار میرود.

تذکر مهم — در نجوم اغلب روابط مربوط‌بیك مثلث قائم‌الزاویه که بصورت زیر انتخاب میشود مورد استفاده قرار میگیرد (شکل۹) مثلث قائم‌الزاویه ABC را بقسمی در نظر میگیریم که ضلع CA آن روی دایره اصلی‌مختصات قرار گرفته و ضلع CB آن روی یك دایره عظیمه ثابت واقع است و این دایره بـادایره اصلی در نقطه ثابت C مشترك میباشند و ضلـع سوم آن BA متعلق است به‌نیمدایرهٔ عظیمهٔ متغیر که همواره از نقطه P قطب دایره اصلی میگذرد و طول اضلاع CA و CB این مثلث از مبدء C دریك جهت معین اندازه

گرفته میشود (مثلا در جهت مستقیم مثلثاتی‌مانند شکل ۹) و تا وقتیکه اندازه این اضلاع از ۱۸۰° کمتر است شکل ABC تشکیل یك مثلث ساده میدهد و روابط مثلث قائم‌الزاویه د ربارهٔ عناصر آن صادق است ولی اگر b برابر با ۱۸۰° گردد a نیز ۱۸۰° شده و شکل حاصل به‌قاچ کروی CC' تبدیل میگردد و اگـرهمچنانکه در مسائل نجومی مورد پیدا میکند اندازه b بیش از ۱۸۰° باشد یعنی نقطهٔ A درجهت منظور در شکل ۹ بنقطه A' منتقل گردد شکل $CA'B'$ که بدینطریق بدست میآید یك مثلث نمیباشد زیرا قوسهای CA' و CB' در نقطه C' متقاطر با C یکدیگر را قطع کرده‌انددر اینحال برای مسئلهٔ مورد نظر باید روابط مثلث سادهٔ $CA'B'$ را کداضلاع CA' و CB' آن بترتیب $۳۶۰^\circ - b$ و $۳۶۰^\circ - a$ میباشد بکار بریم زاویهٔ $B'_۱$ دراین مثلث مکمل زاویهٔ $B'_۲$ در شکل $CA'B'$ مفروض میباشد.



(شکل۹)

حال روابط مثلث قائم‌الزاویه را در بارهٔ عناصرشکل غیر مثلثی $CA'B'$ با درنظر گرفتن این‌دو شرط مینویسیم.

۱ ــ ضلع $A'\ B'$ را منفی منظور میکنیم

۲ ــ بجای زاویه $B'_۲$ مکمل آن $B'_۱$ را را قرار میدهیم و ملاحظه میکنیم که نتایج حاصل همان‌روابط مربوط بمثلث قائم‌الزاویه $CA'B'$ میباشد. شرط اول همواره در بارهٔ دستگاههای مختصات نجومی رعایت میشود پس در روابطیکه زاویه B' بکار نمیرود بدون اشکال میتوان‌عناصر شکل غیرمثلثی $CA'B'$ را عینا در روابط مثلث قائم‌الزاویه بکار برد و در روابطی‌که زاویه B' وارد میشود باید شرط دوم را همواره در نظر داشت.

۸ــ روابط مرتبهٔ دوم و سوم ــ همانطور که قبلا ذکر شد روابط مرتبهٔ دوم شامل خطوط مثلثاتی نصف عناصر مثلث میباشند و این‌روابط بر روابط مرتبه اول از دوجهت مزیت

دارند. یکی آنکه روابط مرتبه دوم قابل محاسبه لگاریتمی میباشند و علاوه‌براین برای محاسبه با ماشین حساب ضمن بکاربردن‌جداول مقادیر طبیعی خطوط مثلثاتی نیز مهیا هستند دوم آنکه این روابط شامل تانژانت‌زوایای مجهولند و بطوریکه بعداً ذکرخواهد شد در جداول خطوط مثلثاتی دقت تعیین زوایا از روی تانژانت نسبت به سینوس و کسینوس خیلی زیادتر است ولی روابط مرتبه اول برای‌حل‌وبحث مسائل نظری شایسته‌تر میباشند درحالیکه روابط مرتبه‌دوم غالباً برای تعیین جوابهای عددی مسائل مساعدتر بوده و نتایج حساب‌هم دقیق‌تر است. فرمولهای مهم این‌دسته‌عبارتند از فرمولهای بردا و فرمولهای‌دالامبر و نسبتهای نپر .

فرمولهای بردا : (Borda) – $\cos A$ را از رابطه اول دستگاه I بدست میآوریم.

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}$$

خواهیم داشت:

$$1 - \cos A = 2\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{\cos (b-c) - \cos a}{\sin b \sin c} = \frac{2\sin \frac{b-c+a}{2} \sin \frac{c-b+a}{2}}{\sin b \sin c}$$

$$1 + \cos A = 2\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{\cos a - \cos (b+c)}{\sin b \sin c} = \frac{2\sin \frac{a+b+c}{2} \sin \frac{b+c-a}{2}}{\sin b \sin c}$$

اکنون مطابق معمول قرادمیدهیم $a+b+c=2p$ و بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$\frac{a+b+c}{2} = p \qquad \frac{b-c+a}{2} = p-c$$

$$\frac{c-b+a}{2} = p-b \qquad \frac{b+c-a}{2} = p-a$$

$$\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{\sin (p-b) \sin (p-c)}{\sin b \sin c}$$

$$\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{\sin p \sin (p-a)}{\sin b \sin c}$$

و بتقسیم طرفین این روابط وجذرگرفتن ازطرفین آنها یکی از روابط بردا بدست میآید که با تبدیل دایره‌ای درآن دستگاه فرمولهای‌بردا بصورتهای زیر حاصل میشود.

فرمولهای بردا

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\frac{A}{۲} = \sqrt{\frac{\sin(p-b)\sin(p-c)}{\sin p \sin(p-a)}} = \sqrt{\frac{\cos(b-c)-\cos a}{\cos a-\cos(b+c)}} \\ \operatorname{tg}\frac{B}{۲} = \sqrt{\frac{\sin(p-c)\sin(p-a)}{\sin p \sin(p-b)}} = \sqrt{\frac{\cos(c-a)-\cos b}{\cos b-\cos(c+a)}} \\ \operatorname{tg}\frac{C}{۲} = \sqrt{\frac{\sin(p-a)\sin(p-b)}{\sin p \sin(p-c)}} = \sqrt{\frac{\cos(a-b)-\cos c}{\cos c-\cos(a+b)}} \end{cases}$$

ضمناً متذکر میگردد که چون هر زاویه مثلث‌کمتر از °۱۸۰درجه است پس نصف زوایا کمتر از °۹۰ بوده و تانژانت آنها مثبت است پس نتایج جذرها بدون ابهام در علامت بدست میآیند یعنی همه مثبت میباشند.

فرمولهای متناظر قطبی بردا ــ فرمولهای‌متناظر قطبی بردا در نجوم مورد استعمال ندارند معهذا برای کامل‌بودن موضوع این فرمولها رامینویسیم. مقدار متناظر قطبیp ۲ چنین است.

$$\pi - A + \pi - B + \pi - C = ۲\pi - (A+B+C) + \pi = ۲\pi - \sigma$$

پس فرمولهای متناظر قطبی بردا بصورت زیر درمیآیند:

فرمولهای متناظر قطبی بردا

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\frac{a}{۲} = \sqrt{\frac{\sin\frac{\sigma}{۲}\sin(A-\frac{\sigma}{۲})}{\sin(B-\frac{\sigma}{۲})\sin(C-\frac{\sigma}{۲})}} \\ \operatorname{tg}\frac{b}{۲} = \sqrt{\frac{\sin\frac{\sigma}{۲}\sin(B-\frac{\sigma}{۲})}{\sin(C-\frac{\sigma}{۲})\sin(A-\frac{\sigma}{۲})}} \\ \operatorname{tg}\frac{c}{۲} = \sqrt{\frac{\sin\frac{\sigma}{۲}\sin(C-\frac{\sigma}{۲})}{\sin(A-\frac{\sigma}{۲})\sin(B-\frac{\sigma}{۲})}} \end{cases}$$

میدانیم که در مثلثات مسطحه فرمولی نظیرفرمولهای فوق وجود ندارد و با معلوم بودن سه زاویه از یك مثلث آن مثلث مشخص نخواهدشد در صورتیکه در روی کره با داشتن سه زاویه فقط یك مثلث ساده مشخص میشود بشرط آنکه مجموع سه زاویه مفروض از °۱۸۰ بیشتر بوده و مقدار هریك از آنها کمتر از °۱۸۰ باشد.

فرمولهای دالامبر ــ از دستگاههای II ,III, III مکرر روابطی را استخراج میکنیم که در یکطرف شامل $\sin a$ ویا $\cos a$ بوده و در طرف دیگر شامل $\sin A$ ویا $\cos A$ باشند.

$$\left\{\begin{array}{l}
\sin a \sin B = \sin b \sin A \\
\sin a \sin C = \sin c \sin A \\
\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \\
\sin a \cos C = \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A \\
\cos B \sin C + \sin B \cos C \cos a = \sin A \cos b \\
\cos C \sin B + \sin C \cos B \cos a = \sin A \cos c
\end{array}\right.$$

به جمع ویا تفریق هردو رابطه مربوط بیك دستگاه شش رابطهٔ جدید بصورت زیر حاصل میشود.

$$(1)\quad \left\{\begin{array}{ll}
\sin a\,(\sin B \pm \sin C) & = \sin A\,(\sin b \pm \sin c) \\
\sin a\,(\cos B \pm \cos C) & = \pm(1 \mp \cos A)\sin(b \pm c) \\
(1 \pm \cos a)\sin(B \pm C) & = \pm \sin A\,(\cos b \pm \cos c)
\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l}
\sin\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}\sin\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2} = \sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{b+c}{2}\cos\frac{b-c}{2} \\
\sin\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}\sin\frac{B-C}{2}\cos\frac{B+C}{2} = \sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{b-c}{2}\cos\frac{b+c}{2} \\
\sin\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}\cos\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2} = \sin^2\frac{A}{2}\sin\frac{b+c}{2}\cos\frac{b+c}{2} \\
\sin\frac{a}{2}\cos\frac{a}{2}\sin\frac{B+C}{2}\sin\frac{B-C}{2} = \cos^2\frac{A}{2}\sin\frac{b-c}{2}\cos\frac{b-c}{2} \\
\cos^2\frac{a}{2}\sin\frac{B+C}{2}\cos\frac{B+C}{2} = \sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\cos\frac{b+c}{2}\cos\frac{b-c}{2} \\
\sin^2\frac{a}{2}\sin\frac{B-C}{2}\cos\frac{B-C}{2} = \sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}\sin\frac{b+c}{2}\sin\frac{b-c}{2}
\end{array}\right.$$

و قرار میدهیم:

$$\cos\frac{a}{2}\cos\frac{B+C}{2}=\beta \qquad \sin\frac{a}{2}\cos\frac{B-C}{2}=\alpha$$

$$\cos\frac{a}{2}\sin\frac{B+C}{2}=\delta \qquad \sin\frac{a}{2}\sin\frac{B-C}{2}=\gamma$$

$$\sin\frac{A}{2}\cos\frac{b+c}{2}=\beta' \qquad \sin\frac{A}{2}\sin\frac{b+c}{2}=\alpha'$$

$$\cos\frac{A}{2}\cos\frac{b-c}{2}=\delta' \qquad \cos\frac{A}{2}\sin\frac{b-c}{2}=\gamma'$$

بدین‌ترتیب روابط فوق بصورت زیر درمیآیند:

$$\beta\,\delta=\beta'\,\delta' \qquad \alpha\,\beta=\alpha'\,\beta' \qquad \alpha\,\delta=\alpha'\,\delta'$$

$$\alpha\,\gamma=\alpha'\,\gamma' \qquad \gamma\,\delta=\gamma'\,\delta' \qquad \beta\,\gamma=\beta'\,\gamma'$$

بضرب روابط اول و دوم با درنظر گرفتن رابطهٔ سوم حاصل میشود:

$$\alpha^2=\alpha'^2$$

و اگر بهمین‌ترتیب عمل کنیم خواهیم‌داشت:

$$\alpha^2=\alpha'^2 \;,\quad \beta^2=\beta'^2 \;,\quad \gamma^2=\gamma'^2 \;,\quad \delta^2=\delta'^2$$

و یا

$$\alpha=\pm\alpha' \;,\quad \beta=\pm\beta' \;,\quad \gamma=\pm\gamma' \;,\quad \delta=\pm\delta'$$

و دیده میشود که باید علامت + و ـ را برای همه یکسان اختیار نمود یعنی اگر $\alpha=\alpha'$ بگیریم از رابطه $\alpha\,\beta=\alpha'\,\beta'$ نتیجه‌میشود $\beta=\beta'$ و همچنین الی‌آخر بایـد برای همفروا بط + را اختیارنمائیم و ضمنا در مثلث ساده مقادیر α و α' همواره مثبت است پس معلوم میشود که برای تمام روابط فوق بایدعلامت + را اختیار کنیم و از روی این روابط فرمولهای زیر که بفرمولهای دالامبر معروفست بدست میآید:

فرمولهای دالامبر

$$\left\{\begin{array}{ll}
\dfrac{\sin\frac{b+c}{2}}{\sin\frac{a}{2}}=\dfrac{\cos\frac{B-C}{2}}{\sin\frac{A}{2}}, & \dfrac{\cos\frac{b+c}{2}}{\cos\frac{a}{2}}=\dfrac{\cos\frac{B+C}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \\[2ex]
\dfrac{\sin\frac{b-c}{2}}{\sin\frac{a}{2}}=\dfrac{\sin\frac{B-C}{2}}{\cos\frac{A}{2}}, & \dfrac{\cos\frac{b-c}{2}}{\cos\frac{a}{2}}=\dfrac{\sin\frac{B+C}{2}}{\cos\frac{A}{2}}
\end{array}\right.$$

هشت فرمول دیگر نیز از تبدیل دایره‌ای حروف‌بدست میآید این فرمولها هریك شامل هرشش عنصر میباشند و مورد استعمال آنها خیلی کم‌است.

نسبتهای نپر ــ اگر طرفین فرمولهای دالامبر را دو بد و برهم تقسیم کنیم فرمولهای جدیدی که هریك شامل پنج عنصر مثلث میباشندبدست میآید که به‌نسبتهای نپر موسومند.

نسبتهای نپر

$$\left\{\begin{array}{l}
\operatorname{tg}\dfrac{B-C}{2}=\operatorname{cotg}\dfrac{A}{2}\times\dfrac{\sin\frac{b-c}{2}}{\sin\frac{b+c}{2}} \\[2ex]
\operatorname{tg}\dfrac{B+C}{2}=\operatorname{cotg}\dfrac{A}{2}\times\dfrac{\cos\frac{b-c}{2}}{\cos\frac{b+c}{2}} \\[2ex]
\operatorname{tg}\dfrac{b-c}{2}=\operatorname{tg}\dfrac{a}{2}\times\dfrac{\sin\frac{B-C}{2}}{\sin\frac{B+C}{2}} \\[2ex]
\operatorname{tg}\dfrac{b+c}{2}=\operatorname{tg}\dfrac{a}{2}\times\dfrac{\cos\frac{B-C}{2}}{\cos\frac{B+C}{2}}
\end{array}\right.$$

هشت رابطه دیگر نظیر این روابط با تبدیل دایره‌ای حروف‌بدست میآید.

نسبتهای نپر رامیتوان مستقیماً نیزازتقسیم‌نمودن‌دوبدوی روابط (۱) بـدست آورد مثلا دو رابطهٔ اول نپر ازساده‌کردن روابط زیر بدست‌میآیند:

$$\frac{\sin B \pm \sin C}{\cos B + \cos C} = \frac{\sin A}{۱ - \cos A} \cdot \frac{\sin b \pm \sin c}{\sin (b+c)}$$

و دو رابطه اخیر نسبتهای نپر روابط متناظرقطبی روابط اول و دوم میباشند.
روابط اول و دوم نسبتهای نپر نظیر دستگاه III مکرر شامل سه زاویه و دوضلع میباشند و نسبتهای سوم و چهارم مانند دستگاه III شامل سه‌ضلع و دو زاویه میباشندو این روابط میتوانند جایگزیـن دستگاههای فوق‌الذکر گـردند.نسبتهای نپر عموما برای حل‌مثلث کروی بکار میروند.

فرمول سیمون‌لوییلیه (Simon L'Huillier) ــ فرمول سیمون‌لوییلیه یك فرمول مرتبه سوم است که درآن زاویهٔ مجسم دخالت میکندو اغلب اوقات برای تحقیق صحت جوابها در حل مثلث بکار میرود و برای بدست‌آوردن آن ازرابطه مربوط بهزاویه مجسم استفاده میکنیم.

$$\sigma = (A+B+C) - \pi$$

$$\cos\frac{\sigma}{۲} = \sin\frac{A+B+C}{۲} = \sin\frac{A}{۲}\cos\frac{B+C}{۲} + \sin\frac{B+C}{۲}\cos\frac{A}{۲}$$

و با استفاده از فرمولهای دالامبر طرف راست‌رابطهٔ فوق بصورت زیردرمیآید:

$$\cos\frac{\sigma}{۲} = \frac{۱}{\cos\frac{a}{۲}}\left(\sin^۲\frac{A}{۲}\cos\frac{b+c}{۲} + \cos^۲\frac{A}{۲}\cos\frac{b-c}{۲}\right)$$

$$= \frac{۱}{۲\cos\frac{a}{۲}}\left[(۱-\cos A)\cos\frac{b+c}{۲}(۱+\cos A)\cos\frac{b-c}{۲}\right]$$

$$= \frac{۴\cos^۲\frac{b}{۲}\cos^۲\frac{c}{۲} + \sin b \sin c \cos A}{۴\cos\frac{a}{۲}\cos\frac{b}{۲}\cos\frac{c}{۲}}$$

ولی از دستگاه I داریم:

$$\sin b \sin c \cos A = \cos a - \cos b \cos c$$

$$= \left[2\cos^2 \frac{a}{2} - 1 - \left(2\cos^2 \frac{b}{2} - 1\right)\left(2\cos^2 \frac{c}{2} - 1\right)\right]$$

$$= 2\left[\cos^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{b}{2} + \cos^2 \frac{c}{2} - 1 - 2\cos^2 \frac{b}{2} \cos^2 \frac{c}{2} \right]$$

پس خواهیم داشت:

$$\cos \frac{\sigma}{2} = \frac{\cos^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{b}{2} + \cos^2 \frac{c}{2} - 1}{2\cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2}}$$

و یا:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\sigma}{4} = \frac{1 - \cos \frac{\sigma}{2}}{1 + \cos \frac{\sigma}{2}} = \frac{2\cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2} - \left(\cos^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{b}{2} + \cos^2 \frac{c}{2}\right) + 1}{2\cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2} + \left(\cos^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{b}{2} + \cos^2 \frac{c}{2}\right) - 1}$$

و میدانیم که اگر $\frac{a+b+c}{2}$ را مساوی p اختیار کنیم اتحادهای زیر برقرار است:

$$2\cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2} - \cos^2 \frac{a}{2} - \cos^2 \frac{b}{2} - \cos^2 \frac{c}{2} + 1$$

$$= 4\sin \frac{p}{2} \sin \frac{p-a}{2} \sin \frac{p-b}{2} \sin \frac{p-c}{2}$$

$$2\cos \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} \cos \frac{c}{2} + \cos^2 \frac{a}{2} + \cos^2 \frac{b}{2} + \cos^2 \frac{c}{2} - 1$$

$$= 4\cos \frac{p}{2} \cos \frac{p-a}{2} \cos \frac{p-b}{2} \cos \frac{p-c}{2}$$

با استفاده از فرمولهای فوق رابطه زیر کـه‌به‌فرمول سیمون‌لویلیه موسوم است بدست میآید:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\sigma}{4} = \operatorname{tg} \frac{p}{2} \operatorname{tg} \frac{p-a}{2} \operatorname{tg} \frac{p-b}{2} \operatorname{tg} \frac{p-c}{2}$$

برای بدست آوردن اتحادهای فوق‌الذکر حاصلضرب زیر را از دو راه‌حساب‌میکنیم:

ازراه‌اول داریم

$$[\cos(b-c) - \cos a][\cos a - \cos(b+c)]$$

$$= [(\cos b \cos c + \sin b \sin c) - \cos a][\cos a - (\cos b \cos c - \sin b \sin c)]$$

$$= 2\cos a \cos b \cos c - \cos^2 b \cos^2 c + \sin^2 b \sin^2 c - \cos^2 a$$

$$= 2\cos a \cos b \cos c - \cos^2 b \cos^2 c + (1 - \cos^2 b)(1 - \cos^2 c) - \cos^2 a$$

$$= 2\cos a \cos b \cos c - \cos^2 a - \cos^2 b - \cos^2 c + 1$$

از طرف دیگر:

$$[\cos(b-c)-\cos a][\cos a-\cos(b+c)]$$

$$=4\sin\frac{b-c+a}{2}\sin\frac{c-b+a}{2}\sin\frac{b+c-a}{2}\sin\frac{a+b+c}{2}$$

و با قراردادن $p=\frac{a+b+c}{2}$ و مقایسهٔ نتیجه‌های دوطریقه فوق‌الذکر حاصل‌میشود.

$$2\cos a\cos b\cos c-\cos^2 a-\cos^2 b-\cos^2 c+1$$

$$=4\sin\frac{p}{2}\sin\frac{(p-a)}{2}\sin\frac{(p-b)}{2}\sin\frac{(p-c)}{2}$$

اتحاد دیگر نیز بهمین‌شکل بدست میآید و با بکاربردن این فرمولها در مورد قوسهای $\frac{a}{2}$ و $\frac{b}{2}$ و $\frac{c}{2}$ اتحادهای موردنظر حاصل میشوند.

۹ ـ **حل مثلث کروی** ـ هرگاه سه‌عنصر از یك مثلث کروی دردست باشد میتوان سه‌عنصر دیگر را از روی روابط مثلثات کروی تعیین‌نمود و این عمل را حل مثلث نامند و دراینجا طریقه حل کلیهٔ حالات ممکنه را ذکر میکنیم‌هرچند که بعضی از این حالات در نجوم مورد پیدا نمیکنند. بطور کلی‌شش حالت مختلف‌ممکن‌است وجود داشته باشد و این حالات برحسب معلومات مسئله عبارتنداز:

۱ ـ سه‌ضلع ـ ۲ ـ سه زاویه ـ ۳ ـ دوضلع و زاویه بین‌آنها ـ ٤ ـ دو زاویه و ضلع بین آنها ـ ٥ ـ دوضلع و زاویه مقابل بیکی‌ازآن دوضلع ـ ٦ ـ دو زاویه و ضلع مقابل بیکی از آن دو زاویه. هنگامیکه یك مسئله نجومی‌بحل یك مثلث کروی منجر میشود چون مجهولات موردنظر وجود خارجی دارند پس‌وجود جواب حتمی است و از حل مثلث لااقل یك جواب حاصل میشود و اگر در بعضی ازحالات دو جواب از حل مثلث بدست آید جواب اضافی را میتوان از روی وضع مفروضات مسئله‌مشخص کرده و حذف نمود. حالاتی از حل مثلث که در نجوم بسیار مورد استفاده قرارمیگیرد حالاتی است که درآن دو یا سه ضلع

معلومند و ما در هریك از این حالات یك نمونهٔعددی حل میکنیم.

اگر مثلث قائم‌الزاویه و یا قائم‌الضلع باشد با داشتن دوعنصردیگر میتوان مثلث راحل کرد و دراین حالات فرمولهای شماره ۷ برای‌حل مسئله کافی است و احتیاجی به‌تفصیل ندارد فقط در آخر این شماره جدولی شامل حالات‌ممکن و فرمولهائیکه درآن حالات قابل اجراست درج میکنیم و یك مثال عددی را نیز برای نمونه‌حل میکنیم.

باید توجه داشت که هر حسابگر هرچندکه بسیار دقیق‌هم باشد مبری از اشتباه نیست بنابراین باید هرحساب عددی را دوبار و درهربار بطریقه دیگر انجام داد و نتایج حاصله را مقابله نمود تا از صحت عمل اطمینان حاصل‌شود و یا لااقل صحت جوابهای مسئله را که از یکبار عمل بدست آمده است بوسیله یك رابطه‌دیگر که از روابط بکار رفته در اعمال قبل مستقل باشد تحقیق نمود مثلا هنگامیکه برای‌حل یك مثلث از نسبتهای نپر استفاده میشود طریقه اول تحقیق بخوبی قابل اجراست زیرادر نسبتهای نپر برای هر عنصر دو رابطه مستقل موجود است و باید برای تعیین هرعنصر هردورابطه را حساب نموده و جوابها را مقایسه کرد. در سایر موارد صحت جوابهای حاصله رامیتوان بوسیله فرمول سیمون‌لویلیه و یا نسبتهای سینوس یا فرمولهای کاینولی و یادالامبر تحقیق نمود و اینك طریقه حل حالات مختلف را بیان میکنیم.

حالت اول ــ سه‌ضلع a و b و c معلومند و مجهولات عبارتند از سه زاویه A و B و C (شکل ۱۰).

طریقه اول ــ از روی فرمولهای دستگاه I میتوان مسئله را حل نمود مثلا داریم

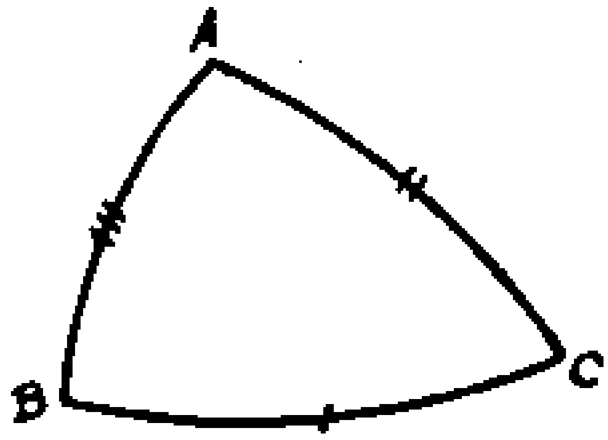
$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}$$

این طریقه اغلب در مواقعی بکار میرود که ازجداول مقادیر طبیعی خطوط مثلثاتی استفاده میشود وعملیات‌هم با ماشین‌حساب انجام میگیرد و در اینحال روابط را بصورت زیر که برای انجام حساب با ماشین مساعدتر است درمیآورند.

$$\cos A = \frac{2\cos a - \cos(b+c) - \cos(b-c)}{\cos(b-c) - \cos(b+c)}$$

$$\cos B = \frac{2\cos b - \cos(c+a) - \cos(c-a)}{\cos(c-a) - \cos(c+a)}$$

$$\cos C = \frac{2\cos c - \cos(a+b) - \cos(a-b)}{\cos(a-b) - \cos(a+b)}$$



(شکل ۱۰)

طریقه دوم ــ از فرمولهای بردا میتوان استفاده نمود این طریقه در مواقعی بکار میرود که ازجداول لگاریتمی خطوط‌مثلثاتی استفاده‌میشود و برای انجام عملیات ابتدا لگاریتم‌عبارت زیر را بدست میآورند.

$$P = \sqrt{\frac{\sin(p-a)\sin(p-b)\sin(p-c)}{\sin p}}$$

و با درنظر گرفتن فرمولهای بـردا زوایای‌مجهول از روابط زیر بدست میآیند.

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{P}{\sin(p-a)} \text{ و } \operatorname{tg}\frac{B}{2} = \frac{P}{\sin(p-b)} \text{ و } \operatorname{tg}\frac{C}{2} = \frac{P}{\sin(p-c)}$$

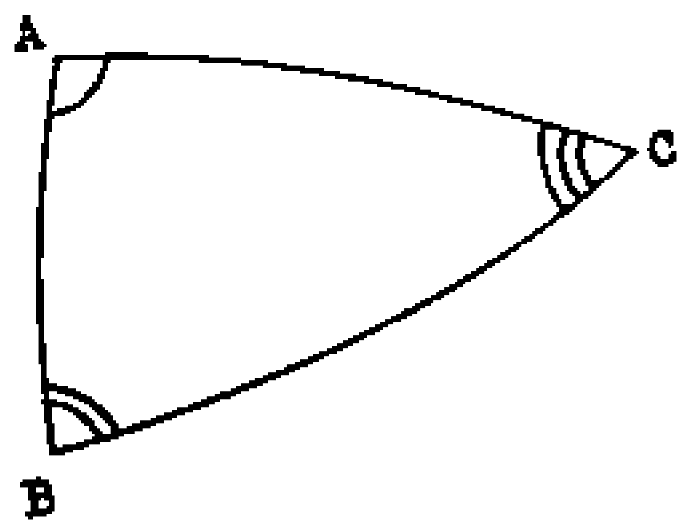
طریقه سوم ــ هنگامیکه از ماشین حساب‌و جـداول مقادیر طبیعی خـطوط مثلثاتی و جداول جذر استفاده میشود فرمولهای دیگربردا را بکار میبرند که برای یادآوری مجددا آنها را مینویسیم.

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\frac{A}{2} = \sqrt{\dfrac{\cos(b-c) - \cos a}{\cos a - \cos(b+c)}} \\ \operatorname{tg}\frac{B}{2} = \sqrt{\dfrac{\cos(c-a) - \cos b}{\cos b - \cos(c+a)}} \\ \operatorname{tg}\frac{C}{2} = \sqrt{\dfrac{\cos(a-b) - \cos c}{\cos c - \cos(a+b)}} \end{cases}$$

برای تحقیق صحت جوابها در حالت اول حل‌مثلث میتوان از نسبتهای سینوس ویا فرمول سیمون لویلیه استفاده نمود.

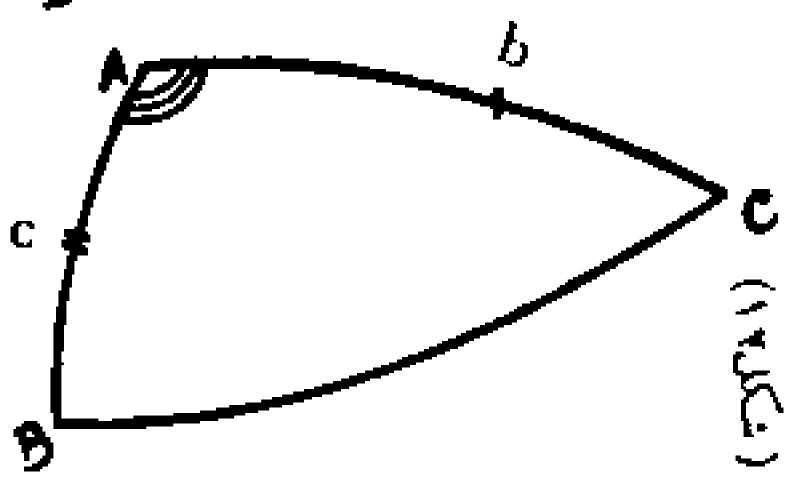
حالت دوم ــ معلومات عبارتند از A،B،C و مجهولات a و b و cمیباشند (شکل ۱۱).

این حالت متناظر قطبی حالت اول است و برای حل مثلث دراین حالت میتوان از دستگاه I مکرر و یا فرمولهای متناظر قطبی بردا استفاده‌کرد طریقه‌های عمل نظیر حالت اول است و برای تحقیق صحت جوابها نیز از نسبتهای‌سینوس و یا فرمول سیمون‌لویلیه استفاده میکنند این حالت در نجوم مورد پیدا نمیکند.



(شکل ۱۱)

حالت سوم ــ معلومات عبارتنداز b و c و A و **مجهولات** a و B و C میباشند (شکل ۱۲).



(شکل ۱۲)

طریقه اول ــ اگر فقط منظور تعیین ضلع سوم مثلث و یکی از زوایا باشد همچنانکه اغلب در نجوم اتفاق میافتد میتوان مسئله را بوسیله دستگاه گس حل کرد مثلا اگر منظور تعیین B , a باشد از دستگاه زیر استفاده میشود:

$$\begin{cases} \sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \\ \sin a \sin B = \sin b \sin A \\ \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \end{cases}$$

روابط فوق را بطرق مختلفی‌میتوان قابل محاسبهٔ لگاریتمی نمود یکی از این طریقه‌ها چنین است که قرار میدهیم:

$$\begin{cases} \sin b \cos A = m \sin M \\ \cos b = m \cos M \end{cases}$$

از روابط فوق میتوان M , m را از روی معلومات مسئله بدست آورد بصورت زیر:

$$\begin{cases} \text{tg } M = \cos A \text{ tg } b \\ m = \dfrac{\cos b}{\cos M} \end{cases}$$

و دستگاه گس با درنظر گرفتن روابط قراردادیفوق‌الذکر بشکل زیر درمیآید:

$$\begin{cases} \sin a \cos B = m \sin (c - M) \\ \sin a \sin B = \sin b \sin A \\ \cos a = m \cos (c - M) \end{cases}$$

پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \text{tg } B = \dfrac{\sin b \sin A}{m \sin (c - M)} \\ \text{tg } a = \dfrac{\text{tg } (c - M)}{\cos B} \quad \text{و یا} \quad \cos a = m \cos (c - M) \end{cases}$$

برای تحقیق صحت جواب مقدار a را از هردورابطه بدست آورده و نتایج را مقایسه میکنیم و ضمناً میتوان مقدار a و زاویه C را مطابق عمل فوق بدست آورد و برای اینکار کافی است که در روابط قراردادی مربوط بمقادیر M و m و همچنین در فرمولهای جواب مسئله حروف c و b و همچنین حروف B و C را جانشین یکدیگر نمائیم و روابط حاصل را حساب کنیم و بدینطریق هم‌مجهول سوم یعنی زاویه C بدست میآید و هم با مقایسه مقدار جدید a با مقداریکه از روابط قبل بدست آمده وسیله تحقیق عالی فراهم میشود.

طریقه دوم ـ اگر با ماشین حساب و جداول مقادیر طبیعی خطوط مثلثاتی عملیات انجام گیرد میتوان فرمولهای دستگاه گس رابهمان‌شکل که هستند بکار برده و مجهولات B و a را بدست آورد ولی بهتراست که حتی‌الامکان اعمال ضرب را کم‌کنیم و برای اینکار با استفاده از اتحادهای مثلثاتی دستگاه گس رابشکل زیر درمیآورند.

$$\begin{cases} ۲\sin a \sin B = \cos (b - A) - \cos (b + A) \\ ۲\sin a \cos B = \sin (b + c) - \sin (b - c) - \cos A [\sin (b + c) + \sin (b - c)] \\ ۲\cos a = \cos (b + c) + \cos (b - c) - \cos A [\cos (b + c) - \cos (b - c)] \end{cases}$$

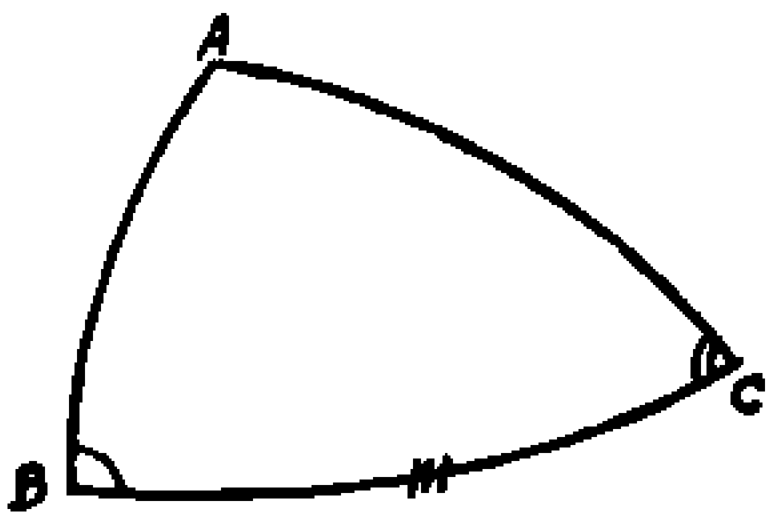
از تقسیم نمودن رابطه اول بر رابطهٔ دوم $\operatorname{tg} B$ و از روی آن B بدست میآید و مقدار a ازرابطهٔ سوم حاصل میشود و صحت جوابهارا میتوان در رابطهٔ اول تحقیق نمود.

طریقه سوم ــ هنگامیکه تعیین هرسهمجهول موردنظر باشد بهتر است که با استفاده از نسبتهای نپر مسئله را حل نمود و نسبتهای‌زیر را مینویسیم:

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\dfrac{B-C}{۲} = \operatorname{cotg}\dfrac{A}{۲} \times \dfrac{\sin\dfrac{b-c}{۲}}{\sin\dfrac{b+c}{۲}} \\[2ex] \operatorname{tg}\dfrac{B+C}{۲} = \operatorname{cotg}\dfrac{A}{۲} \times \dfrac{\cos\dfrac{b-c}{۲}}{\cos\dfrac{b+c}{۲}} \\[2ex] \operatorname{tg}\dfrac{a}{۲} = \operatorname{tg}\dfrac{b-c}{۲} \times \dfrac{\sin\dfrac{B+C}{۲}}{\sin\dfrac{B-C}{۲}} = \operatorname{tg}\dfrac{b+c}{۲} \times \dfrac{\cos\dfrac{B+C}{۲}}{\cos\dfrac{B-C}{۲}} \end{cases}$$

از روابط اول و دوم مقادیر $\dfrac{B-C}{۲}$ و $\dfrac{B+C}{۲}$ بدست میآیند که از مجموع وتفاضل آنها بترتیب B و C حاصل میشوند ومعادلهٔ سوم ضلع a را بوسیله دو رابطه بدست میدهد که از هردو رابطه آنرا تعیین نموده وبا مقابلهٔ نتایج صحت جوابها را تحقیق میکنیم.

حالت چهارم ــ معلومات عبارتند از B و C و ضلع بین آنها یعنی a (شکل ۱۳) این حالت متناظر قطبی حالت قبل است و نظیر همان حالت نیز حل میشود یعنی از روابط زیر که مناسب با مجهولات مسئله از دستگاه II و III مکرر و I مکرر انتخاب شده است مطابق با طریقه اول و دوم مجهولات b و A رامیتوان بدست آورد.



(شکل ۱۳)

$$\begin{cases} \sin b \sin A = \sin a \sin B \\ \sin A \cos b = \cos B \sin C + \sin B \cos C \cos a \\ \cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a \end{cases}$$

مجهول سوم یعنی c را میتوان از روی‌نسبتهای‌سینوس مربوط باین ضلع بدست آورد و یاآنکه مقادیر c و A را با روشی نظیر روش تعیین b و A حساب کرده واز مقدار جـدید A برای تحقیق‌صحت جواب استفاده نمود .

همچنین مطابق طریقه سوم حالت قبل‌میتوان با استفاده از نسبتهای نپر مسئله را حل کرد مراین حالت نسبتهای نپر را بصورت زیرنوشته‌و بکار میبرند .

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \dfrac{b+c}{۲} = \operatorname{tg} \dfrac{a}{۲} \times \dfrac{\cos \dfrac{B-C}{۲}}{\cos \dfrac{B+C}{۲}} \\[2ex] \operatorname{tg} \dfrac{b-c}{۲} = \operatorname{tg} \dfrac{a}{۲} \times \dfrac{\sin \dfrac{B-C}{۲}}{\sin \dfrac{B+C}{۲}} \\[2ex] \operatorname{tg} \dfrac{a}{۲} = \operatorname{cotg} \dfrac{B+C}{۲} \times \dfrac{\cos \dfrac{b-c}{۲}}{\cos \dfrac{b+c}{۲}} = \operatorname{cotg} \dfrac{B-C}{۲} \times \dfrac{\sin \dfrac{b-c}{۲}}{\sin \dfrac{b+c}{۲}} \end{cases}$$

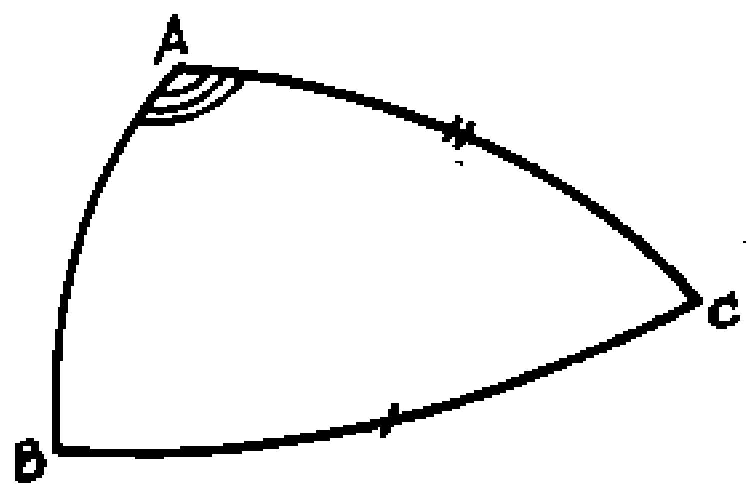
حالت پنجم ــ معلومات عبارتند از a و b و A و مجهولات c و B و C میباشند. شکل (١٤) .

طریقه اول ــ هنگامیکه‌دوضلع وزاویه‌مقابل بیکی از این دوضلع معلوم باشد از روی نسبتهای سینوس این عناصر میتوان زاویه مقابل‌بضلع دیگر را بلافاصله بدست آورد ودراین‌مورد داریم :

$$\sin B = \frac{\sin b \ \sin A}{\sin a}$$

اگر کسر طرف راست کوچکتر از واحدباشد برای زاویه B دومقدار بدست میآید کـه

مکملند یعنی با معلومات مسئله دو مثلث نتیجه میشود ولی درمورد مسائل نجومی همواره جواب واقعی را میتوان از وضع مسئله مشخص نمود و هنگامیکه مقدار B بدینطریق مشخص گردید از نسبتهای نیز برای تعیین c و C میتوان استفاده کرد و برای هریك ازاین دو عنصر دو فرمول جداگانه موجود است و برای حصول اطمینان مجهولات را ازهردو فرمول بدست آورده و نتایج را مقابله میکنیم :



شکل ۱٤

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\dfrac{c}{2} = \operatorname{tg}\dfrac{a+b}{2} \times \dfrac{\cos\dfrac{A+B}{2}}{\cos\dfrac{A-B}{2}} = \operatorname{tg}\dfrac{a-b}{2} \cdot \dfrac{\sin\dfrac{A+B}{2}}{\sin\dfrac{A-B}{2}} \\[2ex] \operatorname{tg}\dfrac{C}{2} = \operatorname{cotg}\dfrac{A+B}{2} \times \dfrac{\cos\dfrac{a-b}{2}}{\cos\dfrac{a+b}{2}} = \operatorname{cotg}\dfrac{A-B}{2} \cdot \dfrac{\sin\dfrac{a-b}{2}}{\sin\dfrac{a+b}{2}} \end{cases}$$

هنگامیکه مقدار B نزدیك به 90° باشد چون این‌زاویه طبق فرمول فوق‌الـذکر از روی سینوس آن مشخص شده است بطوریکه بعداً ذکرخواهیم کردنمیتوان مقدار آنرااز روی جداول بطور دقیق بدست آورد و ممکن است تصور شودکه بتوان مقدار B را بوسیله رابطهٔ دیگری بطور دقیقتر مشخص نمود ولی اینکار میسرنیست‌زیرا در اینحالت عدم دقت جواب مربوط بوضع فیزیکی مسئله است یعنی معلوماتیکه در مسائل‌نجومی مربوط از روی نتایج رصدها بدست میآیند قادر بتعیین دقیق جواب مسئله نمیباشند. برای توضیح این مطلب نمو زاویه مجهول B را برحسب نموهـای معلومات مسئله بـدست‌میآوریم و برای اینکار از طرفین رابطهٔ زیر دیفرانسیل میگیریم:

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A$$

داریم

$$\sin B \cos a \, da + \sin a \cos B \, dB = \sin A \cos b \, db + \sin b \cos A \, dA$$

$$dB = \frac{\sin A}{\sin a} \times \frac{\cos b}{\cos B} db + \frac{\sin b}{\sin a} \times \frac{\cos A}{\cos B} dA - \frac{\sin B}{\sin a} \times \frac{\cos a}{\cos B} da$$

ویا

$$dB = \frac{\sin B}{\sin b} \times \frac{\cos b}{\cos B} db + \frac{\sin B}{\sin A} \times \frac{\cos A}{\cos B} dA - \frac{\sin B}{\sin a} \times \frac{\cos a}{\cos B} da$$

ویا

$$dB = \operatorname{tg} B \left(\frac{db}{\operatorname{tg} b} + \frac{dA}{\operatorname{tg} A} - \frac{da}{\operatorname{tg} a} \right)$$

وبطوریکه میدانیم اگر درتابع‌پیوسته‌ای نموهای‌متغیرهای مطلق که‌برابربادیفرانسیل این متغیرها میباشند بسیار کوچك باشند دیفرانسیل تابع‌تقریبا برابر با نمو تابع است پس وقتیکه db و dA و da کوچك اشند dB محسوساً برابر با نمو B میباشد و ملاحظه میکنیم کهاگر مقدار B نزديك به ۹۰° باشد tg B بسیار بزرگ‌بوده و کوچکترین نمو معلومات b وA و a سبب نمو بسیار بزرگی در B میشود (بشرط آنکه‌مقدار متغیریکه نمو میدهیم بسیار نزديك به ۹۰° نباشد) پس کمترین خطا در اندازه‌گیری مقادیر b و A،و a باعث تغییر زیاد در مجهولات مسئله است و چون در رصد دقت اندازه‌گیری‌دارای حدی است و نمیتوان ازآن حد تجاوز نمود پس جواب مسئله اساساً دقیق نخواهد بود.

طریقه دوم ــ ممکن است که بخواهیم‌مقادیر c و C را بدست آوریم بدون آنکه قبلا B را حساب کرده باشیم برای اینکار دومعادلهٔ زیرا را که بترتیب از دستگاه V' و I انتخاب شده‌اند مینویسیم :

$$\begin{cases} \cos b \cos C = \sin b \operatorname{cotg} a - \operatorname{cotg} A \sin C \\ \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \end{cases}$$

برای آنکه روابط فوق قابل محاسبه لگاریتمی گردند قرار میدهیم:

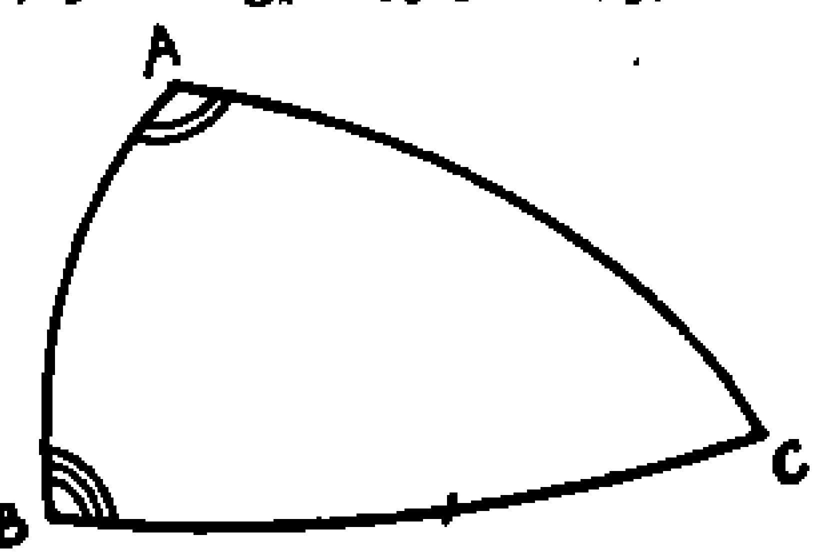
$$\begin{cases} \operatorname{tg} M = \cos b \operatorname{tg} A \\ \operatorname{tg} N = \cos A \operatorname{tg} b \end{cases}$$

و بدین ترتیب معادلات فوق بصورت زیر که‌قابل محاسبه لگاریتمی است درمیآید:

$$\sin(M + C) = \text{tg}\, b\, \text{cotg}\, a \sin M$$
$$\cos(c - N) = \cos a \cos N\, \text{séc}\, b$$

و از حل آنها مقادیر C و c حاصل میشوند و ضمنا متذکر میگردد که اگر B نزدیك °۹۰ باشد فرمولهای فوق برای تعیین دقیق مجهولات c و C مزیتی بــر طریقه اول ندارنــد و همانطوریکه قبلاً ذکر شد جواب مسئله اساساًدقیق نیست در حقیقت میتوان تحقیق نمود که در این حالت $\sin(M + C)$, $\cos(c - N)$نزدیك بواحد بوده و همان وضع عدم دقت تعیین جواب از روی جداول ظاهر میشود وهمچین اگر بخواهیم معادلات فوق را که اولی برحسب C و دومی برحسب c معادله مثلثاتی کلاسیك نوع اولند با روش $\text{tg}\frac{C}{2}$, $\text{tg}\frac{c}{2}$ نیز حل کنیم هرچند که جوابها وسیله تانژانت مشخص میشوند و ظاهراً عدم‌دقت تعین جواب از روی جداول‌منتفی میگردد ولی‌مبین معادلات‌درجه دومی که برحسب $\text{tg}\frac{c}{2}$, $\text{tg}\frac{C}{2}$ بدست میآیند بصفر نزدیك بوده و مقدار آن با تعداد کمی ارقام‌معنی‌دار مشخص میگردد و تقریب حاصله از جذر آن زیاد میشودبنا براین‌از این راه هم جوابهای دقیق بدست نخواهدآمد.

حالت ششم ــ مفروضات عبارتند از a و A و B و مجهولات b و c و C میباشند این حالت متناظر قطبی حالت پنجم است و مانندهمان حالت حل میشود یعنی ابتدا b رابوسیلهٔ نسبتهای سینوس بدست میآورند و در نتیجه برای b دو مقدار مکمل حاصل میشود و جواب واقعی را از وضع مفروضات مسئله مشخص‌مینمایند و سپس مقادیر c و C را بوسیلهٔ نسبتهای نیز بدست میآورند. این حالت در نجوم‌خیلی بندرت اتفاق میافتد (شکل ۱۵).



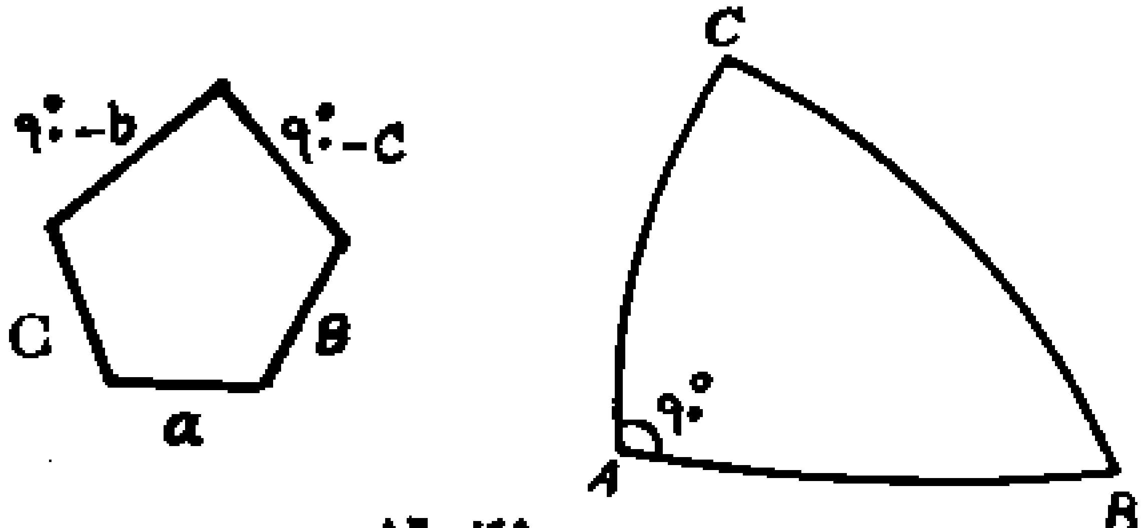
(شکل ۱۵)

حل مثلث قائم‌الزاویه و مثلث قائم‌الضلع:

برای حل مثلث قائم‌الزاویه روابط مورد لزوم در هر حالت را میتوان از روی قاعدهٔ ذهنی پنج‌ضلعی نیز نوشت و در اینجا جدولی شامل روابط مزبور در هر حالت را مینویسیم و برای حل مثلث قائم‌الضلع در هر حالت از حالت نظیر

آن در مثلث قائم‌الزاویه میتوان استفاده کردزیرا بطوریکه قبلاذکر شدروابط مثلث‌قائم‌الضلع متناظر قطبی روابط مثلث قائم‌الزاویه است ویاممکن است روابط مربوط بحالت مورد نظر را از روی قاعده ذهنی پنج ضلعی نپر نوشت و همچنین ممکن است این مثلث را بیك مثلث قائم‌الزاویه‌مربوط نمود و همچنانکه در بند شماره ۷ ذکر گردید حل مثلث قائم‌الضلع را از روی حــل‌مثلث قائم‌الزاویه مذکور بدست آورد.

فرمولهای مربوط بحل مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = ۹۰$)درحالات مختلف (شکل ۱۶)



شکل ۱۶

حالت اول ــ مفروضات b و c مجهولات a و B و C میباشند.

$$\operatorname{cotg} B = \operatorname{cotg} b \sin c$$

$$\operatorname{cotg} C = \operatorname{cotg} c \sin b$$

$$\operatorname{cotg} a = \operatorname{cotg} c \cos B = \operatorname{cotg} b \cos C$$

رابطه آخر برای تحقیق است.

حالت دوم ــ مفروضات B و C ومجهولات a و b و c میباشند.

$$\cos a = \operatorname{cotg} B \operatorname{cotg} C \quad \text{یا} \quad \operatorname{tg} \frac{a}{۲} = \sqrt{\frac{-\cos(B+C)}{\cos(B-C)}}$$

$$\operatorname{tg} b = \cos C \operatorname{tg} a$$

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{cas} B \operatorname{tg} a$$

$$\cos a = \operatorname{cas} b \cos c$$ برای تحقیق صحت جوابها

حالت سوم ــ مفروضات c و B ومجهولات a و b و C میباشند.

$$\operatorname{cotg} a = \operatorname{cotg} c \cos B$$

$$\operatorname{tg} b = \sin c \operatorname{tg} B$$

$$\operatorname{cotg} C = \cos a \operatorname{tg} B$$

$$\cos C = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} a$$ برای تحقیق

حالت چهارم ــ مفروضات c و a مجهولات b و B و C

$$\cos B = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} a$$ یا $$\operatorname{tg}\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{\sin(a-c)}{\sin(a+c)}}$$

$$\operatorname{tg} b = \sin c \operatorname{tg} B$$

$$\operatorname{cotg} C = \cos a \operatorname{tg} B$$

برای تحقیق $$\cos B = \cos b \sin C$$

حالت پنجم: مفروضات b و B مجهولات a و c و C

$$\sin c = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} B$$ ویا $$\operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{c}{2}\right) = \sqrt{\frac{\sin(B-b)}{\sin(B+b)}}$$

محاسبه a و C مانند حالت اول.

حالت ششم ــ مفروضات a و B مجهولات b و c و C

$$\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos B$$

$$\operatorname{tg} b = \sin c \operatorname{tg} B$$

$$\operatorname{cotg} C = \cos a \operatorname{tg} B$$

برای تحقیق $$\sin b = \operatorname{tg} c \operatorname{cotg} C$$

چند نمونهٔ عددی از حل مثلث

مثال ۱ ــ حـــل مثلث در حــالت اول معلومات عبارتند از:

$$\begin{cases} a = ٧٤^\circ \text{ و } ٣٥' \text{ و } ٤٢''/٥ \\ b = ٣٧^\circ \text{ و } ٤١' \text{ و } ٢١''/٤ \\ c = ٤٩^\circ \text{ و } ٢٣' \text{ و } ٣١''/١ \end{cases}$$

حل ــ فرمولهای مورد عمل :

$$P = \sqrt{\frac{\sin(p-a)\sin(p-b)\sin(p-c)}{\sin p}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{A}{٢} = \frac{P}{\sin(p-a)} \qquad \operatorname{tg}\frac{B}{٢} = \frac{P}{\sin(p-b)} \qquad \operatorname{tg}\frac{C}{٢} = \frac{P}{\sin(p-c)}$$

$a = ٧٤^\circ$ و $٣٥'$ و $٤٢''/٥$
$b = ٣٧^\circ$ و $٤١'$ و $٢١''/٤$
$c = ٤٩^\circ$ و $٢٣'$ و $٣١''/١$

$٢p = ١٦١^\circ$ و $٤٠'$ و $٣٥''/٠$
$p = ٨٠^\circ$ و $٥٠'$ و $١٧''/٥$

$p - a = ٦^\circ$ و $١٤'$ و $٣٥''/٠$
$p - b = ٤٣^\circ$ و $٨'$ و $٥٦''/١$
$p - c = ٣١^\circ$ و $٢٦'$ و $٤٦''/٤$

$p = ٨٠^\circ$ و $٥٠'$ و $١٧''/٥$

عملیات اصلی

$\log\sin(p-a) = \bar{١}/٠٣٦٤١,٧$

$\log\sin(p-b) = \bar{١}/٨٣٤٩٩,١$

$\log\sin(p-c) = \bar{١}/٧١٧٤٢,٢$

$\operatorname{colog}\sin p = ٠/٠٠٥٥٧,٤$

$٢\log P = \bar{٢}/٥٩٤٤٠,٤$

عملیات فرعی

$\log\sin ٦^\circ$ و $١٤'$ و $= \bar{١}/٠٣٥٧٤$ $D = ١١٦$

$٣٠''$	٥٨
٥	٩,٦٦

$\log\sin ٤٣^\circ$ و $٨'$ و $= \bar{١}/٨٣٤٨٦$ $D = ١٤$

$٥٠''$	١١,٧
٦	١,٤٠
٠/١	٠,٠٢

log sin ۳۱° و ۲۶′ = ۱̄/۷۱۷۲۶   D = ۲۱

۴۰″   ۱۴,۰

۶   ۲,۱۰

۰/۴   ۰,۱۴

---

log sin ۸۰° و ۵۰′ = ۱̄/۹۹۴۴۲   D = ۲

۱۰″   ۰,۳۳

۷   ۰,۲۲

۰/۵   ۰,۰۲

log sin p = ۱̄/۹۹۴۴۲,۶

---

log tg A/۲ = ۰/۲۶۰۷۸,۵

log tg ۶۱° و ۱۵′ = ۰/۲۶۰۷۳   D = ۳۰

۵,۵

۱۰″   ۵

۱″   ۰/۵

A/۲ = ۶۱° و ۱۵′ و ۱۱″

---

log tg B/۲ = ۱̄/۴۶۲۲۱,۱

log tg ۱۶° و ۹′ = ۱̄/۴۶۱۷۷   D = ۴۷

۴۴,۱

۵۰″   ۳۹,۲

۴,۹

۶″   ۴,۷

۰,۲

۰/۳   ۰,۲۳۵

B/۲ = ۱۶° و ۹′ و ۵۶″/۳

---

log P = ۱̄/۲۹۷۲۰,۲

colog sin (p − a) = ۰/۹۶۳۵۸,۳

log tg A/۲ = ۰/۲۶۰۷۸,۵

A = ۱۲۲° و ۳۰′ و ۲۲″

---

log P = ۱̄/۲۹۷۲۰,۲

colog sin (p − b) = ۰/۱۶۵۰۰,۹

log tg B/۲ = ۱̄/۴۶۲۲۱,۱

B = ۳۲° و ۱۹′ و ۵۲″/۶

---

log P = ۱̄/۲۹۷۲۰,۲

colog sin (p − c) = ۰/۲۸۲۵۷,۸

log tg C/۲ = ۱̄/۵۷۹۷۸

C/۲ = ۲۰° و ۴۸′ و ۲۳″/۶

C = ۴۱° و ۳۶′ و ۴۷″/۲

تحقیق توسط نسبتهای سینوس

log sin a = ۱̄/۹۸۴۱۱,۱

colog sin A = ۰/۰۷۳۹۹,۹

مجموع = ۰/۰۵۸۱۱,۰

log tg C/۲ = ۱̄/۵۷۹۷۸

log ۲۰° و ۴۸′ = ۱̄/۵۷۹۶۳ D = ۳۸

	۱۵	
۱۰″	۱۲,۷	
	۲,۳	
۳″	۱,۹۰	
	۰,۴۰	
۰/۶″	۰,۳۸	

log sin ۷۴° و ۳۵′ = ۱̄/۹۸۴۰۹ D = ۳

۴۰″	۲
۲	۰,۱

log sin ۱۲۲° و ۳۰′ و ۲۲″ = log sin ۵۷° و ۲۹′ و ۳۸″

log sin ۵۷° و ۲۹′ = ۱̄/۹۲۵۹۵ D = ۸

۳۰″	۴
۸	۱,۰۶

log sin A = ۱̄/۹۲۶۰۰,۱

log sin ۳۷° و ۴۱′ = ۱̄/۷۸۶۲۵ D = ۱۷

۲۰″	۵,۷
۱	۰,۲۸
۰/۴	۰,۱۱

log sin ۳۲° و ۱۹′ = ۱̄/۷۲۸۰۳ D = ۲۰

۵۰″	۱۶,۷
۲	۰,۶۷
۰/۶″	۰,۲

log sin B = ۱̄/۷۲۸۲۰,۶

---

log sin b = ۱̄/۷۸۶۳۱,۱

colog sin B = ۰/۲۷۱۷۹,۴

مجموع = ۰/۰۵۸۱۰,۵

log sin c = ۱̄/۸۸۰۳۴,۷

colog sin C = ۰/۱۷۷۷۷

مجموع = ۰/۰۵۸۱۱,۷

جواب

A = ۱۲۲° و ۳۰′ و ۲۲″

B = ۳۲° و ۱۹′ و ۵۳″

C = ۴۱° و ۳۶′ و ۲۷″

log sin ۴۹° و ۲۳′ = $\bar{۱}$/۸۸۰۲۹ D=۱۱

۳۰″ ۵,۵

۱ ۰,۱۸

log sin ۴۱° و ۳۶′ = $\bar{۱}$/۸۲۲۱۲ D=۱۴

۴۰″ ۹,۳

۷ ۱,۶۳

۰/۲ ۰,۰۵

log sin C = $\bar{۱}$/۸۲۲۲۳,۰

در حل مسئله فوق عملیات فرعی هم برای نمونه‌نوشته شده است تا روش عمل بطور کامل نشان داده شود.

مثال ۴ : مفروضات عبارتند از: b و c و A و مجهولات a و B میباشند.

b = ۶۱° و ۴۶′ و ۹/۱″

c = ۴۳° و ۵۹′ و ۱۷/۶″

A = ۵۶° و ۲۱′ و ۲۹/۳″

فرمولهای مورد استفاده:

$$\mathrm{tg}\, M = \mathrm{tg}\, b \cos A \qquad \mathrm{tg}\, B = \frac{\sin b \sin A}{m \sin (c - M)}$$

$$m = \cos b\ \mathrm{s\acute{e}c}\, M \qquad \cos a = m \cos (c - M) \ \text{و} \ \mathrm{tg}\, a = \mathrm{tg}\, (c - M)\ \mathrm{s\acute{e}c}\, B$$

log cos b = $\bar{۱}$/۶۷۴۸۸,۴

log séc M = ۰/۱۵۷۴۳,۶

log m = $\bar{۱}$/۸۳۲۳۲,۰

log tg b = ۰/۲۷۰۱۱,۶

log cos A = $\bar{۱}$/۷۴۳۵۰,۸

log tg M = ۰/۰۱۳۶۲,۴

M = ۴۵° و ۵۳′ و ۵۳″/۹

c − M = −۱° و ۵۴′ و ۳۶″/۳

$\log \operatorname{tg} (c - M) = \bar{٢}/٥٢٣٠٩٫٨$

$\log \sec B = ١/٥١٠٤٢٫٠$

$\log \operatorname{tg} a = ٠/٠٣٣٥١٫٨$

$a = ٤٧^\circ$ و $١٢'$ و $٣١''/٩$

$\log \sin b = \bar{١}/٩٤٥٠٠٫١$

$\log \sin A = \bar{١}/٩٢٠٣٩٫٤$

$\operatorname{colog} m = ٠/١٦٧٦٨$

$\operatorname{colog} \sin (c-M) = ١/٥١٠٢١٫٧\ n$

$\log \operatorname{tg} B = ١/٤٧٧١٤٫٢\ n$

$B = ٩١^\circ$ و $٤٦'$ و $٩''$

تحقیق

$\log \sin b = \bar{١}/٩٤٥٠٠٫١$

$\log \sin A = \bar{١}/٨٦٥٣٩٫٤$

جمع $= \bar{١}/٨٦٥٣٩٫٥$

$\log \sin a = \bar{١}/٨٦٥٥٩٫٨$

$\log \sin B = \bar{١}/٩٩٩٧٩$

جمع $= \bar{١}/٨٦٥٣٨٫٨$ ،

جواب

$a = ٤٧^\circ$ و $١٢'$ و $٣٢''$

$B = ٩١^\circ$ و $٤٦'$ و $٩''$

مثال ۳ ــ مطلوبست حل مثلث قائم‌الزاویه $A\ B\ C$ $(A = ٩٠^\circ)$ با مفروضات زیر

$a = ٤٥^\circ$ و $٢٩'$ و $٣٧''$

$b = ٣٢^\circ$ و $٣٤'$ و $٢٩''$

حل ــ فرمولهای مورد لزوم عبارتند:

$$\operatorname{tg} \frac{C}{٢} = \sqrt{\frac{\sin (a - b)}{\sin (a + b)}}$$

$$\operatorname{tg} c = \sin b \operatorname{tg} C$$

$$\operatorname{cotg} B = \cos a \operatorname{tg} C$$

$$\log \sin (a - b) = \bar{1}/۳٤۹٤۱,۳$$
$$\text{colog} \sin (a + b) = ۰/۰۰۹٤۸,۷$$

$$۲ \log \text{tg} \frac{C}{۲} = \bar{1}/۳٥۸۸۰,۰$$

$$\log \text{tg} \frac{C}{۲} = \bar{1}/٦۷۹٤۰,۰$$

$$\frac{C}{۲} = ۲٥^\circ \text{ و } ۳۲' \text{ و } ٥٦''/۲$$
$$C = ٥۱^\circ \text{ و } ٥' \text{ و } ٥۲''/٤$$

تحقیق صحت جوابها از رابطه

$$\cos C = \cos c \sin B$$

$$\log \cos c = \bar{1}/۹۲۰۰٤,۷$$
$$\log \sin B = \bar{1}/۸۷۷۹۱,۳$$

مجموع $= \bar{1}/۷۹۷۹٦,۰$

$$\log \cos C = \bar{1}/۷۹۷۹٥,۱$$

$$a - b = ۱۲^\circ \text{ و } ٥٥' \text{ و } ۸''$$
$$a + b = ۷۸^\circ \text{ و } ٤' \text{ و } ٦''$$

$$\log \sin b = \bar{1}/۷۳۱۱۰,۷$$
$$\log \text{tg } c = ۰/۰۹۳۱٤,۷$$

$$\log \text{tg } c = \bar{1}/۸۲٤۲٥,٤$$

$$c = ۳۳^\circ \text{ و } ٤۲' \text{ و } ۳۹''/٤$$

$$\log \cos a = \bar{1}/۸٤٥۷۱,۰$$
$$\log \text{tg } C = ۰/۰۹۳۱٤,۷$$

$$\log \text{cotg } B = \bar{1}/۹۳۸۸٥,۷$$

$$B = ٤۹^\circ \text{ و } ۱' \text{ و } ۱۲''/۳$$

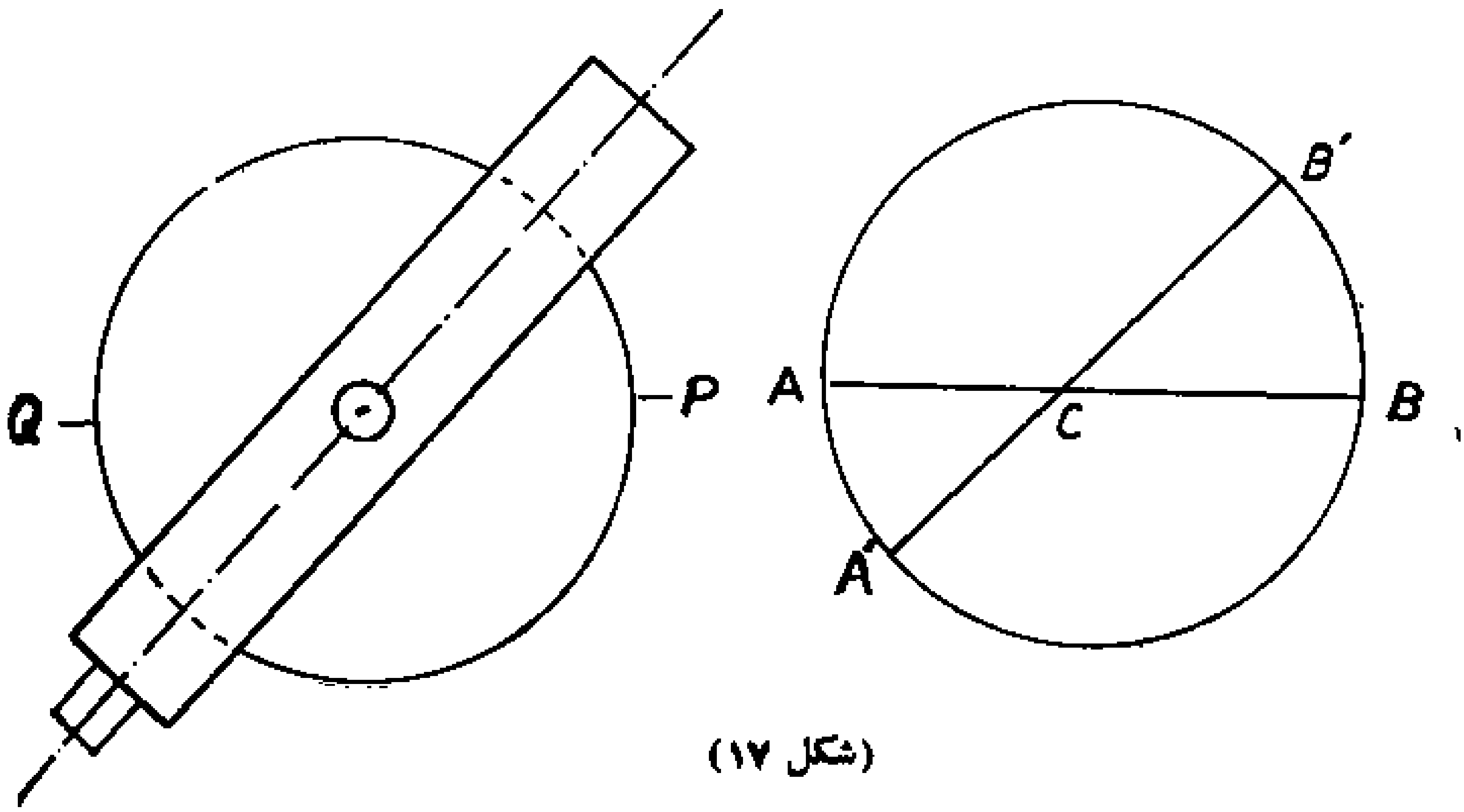
جواب

$$B = ٤۹^\circ \text{ و } ۱' \text{ و } ۱۲''$$
$$C = ٥۱^\circ \text{ و } ٥' \text{ و } ٥۲''$$
$$c = ۳۳^\circ \text{ و } ٤۲' \text{ و } ۳۹''$$

فصل دوم

اندازه‌گیری زوایا و جداول مثلثاتی و مختصات‌دیفرانسیل .

۱۰ ـ اندازه‌گیری زوایا ـ فرض کنیم یك اسباب اندازه‌گیری زوایا داشته باشیم مانند یك دوربین که برای تعیین مختصات یك ستاره‌ویا زوایای مابین شعاع دید اشیاء و نقاط دور واقع برسطح زمین بکار میرود. این دوربین‌حول محوری که عمود بر محور دوربین میباشد دوران میکند و محور دوران بوسیلـه دومیله‌استوانه‌ای که بدوطرف دوربین متصل شده‌وروی دو تکیه‌گاه ثابت دوران میکند مشخص میشود ودایره مدرجی که صفحه‌آن عمود برمحوردوران است به دوربین متصل شده است و اتصال آن به‌دوربین باید طوری باشد که مرکز دایره مدرج روی محور دوران قرار گیرد ولی اینکاربطور کامل و دقیق عملی نیست و عموما مرکز واقعی این دایره در خارج محور ولی خیلی نزدیك‌بآن‌قرار دارد و دو نشانه ثابت P و Q' که متصل



(شکل ۱۷)

به بدنه دستگاه می‌باشند درمقابل دوانتهای‌یکقطر این دایره قرار گرفته و در موقع دوران دوربین حول محوردوران درجات‌این دایره جلونشانه‌های ثابت عبور میکنند ودرهر وضع‌که‌دوربین

قرار گیرد میتوان شماره درجه‌ایرا که درمقابل‌نشانه‌ها قرار گرفته است خواند (شکل ۱۷) و چون مرکز دایره کاملاً روی محوردوران قرارنگرفته است پس خط مستقیم PQ نسبت به دایره متحرك در وضعیت‌های مختلف این‌دایره همواره‌بطور دقیق قطر دایره نمی‌باشد.

حال فرض میکنم که دوربین مقداری‌دوران کرده و بخواهیم اندازه این‌دوران را بدست آوریم گیریم A و B نقاطی از محیط دایره‌باشند که قبل از دوران درمقابل نشانه‌های P و Q واقع بوده اند و نقاط جدید محیط دایره راکه‌مقابل نشانه‌ها قرار میگیرند بترتیب A' و B' می‌نامیم واضح‌است که مقدار دوران دوربین‌زاویه مابین خطوط AB و $A'B'$ میباشدواز روی قضایای هندسی میدانیم که‌مقدار این زاویه نصف مجموع قوسهای $\widehat{BB'}$ و $\widehat{AA'}$ میباشدو اندازه هریك از این دوقوس‌ازتفاضل اعداد تقسیمات مربوط به نقاط B و B' و نقاط A و A' حاصل میشود و بدین طریق عیب عدم‌انطباق مرکزدایره برمحوردوران جبران میشود درحقیقت اگر مرکز دایره برمحور دوران‌واقع‌بود خطوط AB و $A'B'$ درهمه‌حال قطردایره‌بوده و مقدار دوران بوسیله هریك از دوقوس $\widehat{BB'}$ و $\widehat{AA'}$ که باهم مساوی بودند مشخص می‌گردید ولی انطباق مرکز دایره بطور کاملاً دقیق برمحور دوران عملاً ممکن نیست بنابراین‌قوسهای $\widehat{BB'}$ و $\widehat{AA'}$ دقیقاً مساوی باهم نیستند وهریك از آنها نمیتواند مستقلاً مقدار دوران را تعیین نماید و برای‌رفع این محظوربه‌طریقه‌فوق‌الذکرمتوسل شده و بوسیله قرائت درجات در مقابل دونشانه مقدار دوران را معین میکنند.

تبصره — در اسبابهای دقیق اندازه‌گیری‌مقدار دوران راباخواندن درجات درمقابل‌چهار یا شش نشانه تعیین میکنند و این نشانه‌ها اگرچهار عدد باشند درمقابل رؤس يك مربع واگر شش عدد باشند درمقابل رؤس يك شش ضلعی‌منتظم محاط در دایره مدرج واقعند واضح‌است که درهرحال هردونشانه متقابل دقیقاً در امتدادیکقطر قرار نمی‌گیرند ولی معدل قوسهائی که در جلو هر دو نشانه متقابل دوران میکنندبرابر مقدار دوران میباشد پس در مورد چهار نشانه نیز معدل چهار قوس و همچنین درمورد شش نشانه هم معدل شش قوس برابر با مقدار دوران خواهد بود علت افزودن نقاط‌نشانه حذف خطاهائی است که ممکن است در

مدرج کردن دایره‌پیش آمده‌باشد یعنی‌ممکن‌است‌دربعضی از قسمتهای محیط دایره تقسیمات کمی بیشتر و در قسمتهای‌دیگر اندکی کمتر از مقدارواقعی درجه‌بندی شده باشد و با معدل گیری‌بین تفاضل‌های درجات قرائت‌شده مربوطبهم نشانه خطاهای فوق یکدیگر را خنثی نموده و تا حد امکان نتیجه حاصل دقیق میباشد وضمناً متذکرمیگردد که اندازه یك‌ثانیه روی محیط‌دایره‌ای بقطر یکمتر برابر با ٤/٢میکرون است پس درمواقعی که بخواهند مقدار زوایا را تا اعشار ثانیه‌بدست آورنددرمقابل نشانه‌ها میکرسکپ‌های‌میکرومتردار قرارمیدهند تا اندازه درجات تا اعشار ثانیه خوانده شود.

اینك واحدهای مختلف قوس دایره و یا زاویه را یادآوری میکنیم :

الف ــ رادیان : قوسی از دایره راکه طول آن برابرباشعاع‌آن‌دایره‌باشدواحداندازه گیری قوس‌انتخاب کرده وآنرا رادیان نامند بنابراین اندازه محیط هر دایره ۲π رادیان میباشد و داریم $۲ \pi = ٦/۲۸۳ ۱۸۵ ۳۰۷ ۲$

هنگامیکه دریك عبارت قوس ویا زاویه‌ای وارد شود بنا بفرض و قرارداد مقدار آن برحسب واحد فوق بیان میشود یعنی بادرنظرگرفتن این موضوع روابط شامل قوسهارا نوشته و بکا رمیبرند و ضمناً جداولی از خطوط مثلثاتی‌زوایا وجوددارند که درآنهامقدار زاویه‌برحسب واحد رادیان است اما چون این واحد از تقسیم‌محیط دایره بر عدد صحیح بدست نمی‌آید ناچار برای مدرج کردن دایره و اندازه‌گیری‌عملی زوایا واحدهای دیگری انتخاب کرده‌اند که اساس آنها بر تقسیم صحیح محیط دایره قرار دارد مانند درجه و گراد و ساعت.

درجه ــ عبارتست از $\frac{۱}{۳٦۰}$ محیط دایره و اجزاء آن عبارتست از دقیقه و آن $\frac{۱}{٦۰}$ درجه است و ثانیه که $\frac{۱}{٦۰}$دقیقه میباشد و اجزاء ثانیه‌برحسب کسر اعشاری بیان میشود درقدیم ثالثه و رابعه هم متداول بوده است که بترتیب هریك $\frac{۱}{٦۰}$ واحد ماقبل خود میباشد ولی فعلاً متروك شده اند و روشن است که اگر اجزاء درجه نیزبرحسب کسر اعشاری بیان شود خیلی بهتر است و عملیات حساب‌روی قوسهاخیلی آسان‌ترمیشودولی در نجوم هنوز اجزاء اعشاری درجه رایج نشده و علت آن اینستکه اغلب دستگاهها وابزارنجومی رصدخانه‌های‌کنونی‌جهان بااجزاءدقیقه‌و ثانیه مدرج شده‌اند وتغییروتبدیل تمام دستگاههاممکن نیست ثانیاً کلیه مدارك نجومی که شامل

نتایج رصدهای انجام گرفته از قدیم‌الایام تاکنون میباشد عموماً برحسب تقسیم‌بندی فوق‌الذکر تنظیم شده اند و تصحیح و تبدیل‌تمام این‌مدارک‌هم‌بسیار مشکل‌است معهذا استعمال دایره‌های مدرج با اجزاء اعشاری درجه در تپوگرافی بی‌اندازه رایج شده‌است و برای‌محاسبات مربوط بآنها نیز جداولی تهیه و چاپ کرده اند که‌درآنها اندازه قوس برحسب درجه و اجزاء اعشاری آن بیان شده است مانند جدول خطوط‌مثلثاتی دانژن (Danjon)

برای تبدیل درجات و دقیقه‌های یك‌قوس‌به ثانیه از جداولی نظیر جدول I آخراین کتاب استفاده مینمایند.

اندازه‌های اجزاء درجه برحسب رادیان عبارتند از :

$$1^{\circ} = \frac{\pi}{180} = 0/017\ 453\ 292\ 5 \quad \text{رادیان}$$

$$1' = \frac{\pi}{10800} = 0/000\ 290\ 888\ 209 \quad \text{رادیان}$$

$$1'' = \frac{\pi}{648000} = 0/000\ 004\ 848\ 136\ 81 \quad \text{رادیان}$$

همواره باید بخاطر داشته باشیم که هر درجه تقریباً ۱۷ هزارم رادیان و هر دقیقه تقریباً ۳ دههزارم رادیان و هر ثانیه تقریباً ۵میلیونیم‌رادیان میباشد. مقدار یك رادیان برحسب درجه و اجزاء آن چنین است :

$$\text{رادیان } 1 = \frac{180^{\circ}}{\pi} = 57^{\circ}/295\ 779\ 513 = 57^{\circ}\ \text{و}\ 17'\ \text{و}\ 44''/806\ 25$$

$$\text{رادیان } 1 = \frac{10800'}{\pi} = 3437'/746\ 770\ 78$$

$$\text{رادیان } 1 = \frac{648000''}{\pi} = 206\ 264''/806\ 25$$

لازم است که مقادیر تقریبی این اعداد راهمیشه بخاطر داشته‌باشیم‌زیرا مورد استعمال‌بسیار دارد و هنگامیکه مقدارزاویه‌ای برحسب رادیان‌دردست باشدوبخواهیم‌مقدارتقریبی آنرابرحسب درجه و یا دقیقه ویا ثانیه بیان کنیم کافی است‌که مقدار مفروض را بترتیب دراعداد‌۵۷°/۳۰

۳۴۳۷/۷′ و ۲۰۶۲۶۵″ ضرب کنیم ودر مواردیکه اندازهٔقوس‌درحدود یك‌رادیان‌است حداکثر تقریب نتایجی که‌باروش‌فوق بدست میآیند درحالت اول کمتر از ۱۶″ و در حالت‌دوم کمتراز ۳/۲″ و در حالت سوم کمتر از ۰/۲″ میباشند.

برای تبدیل واحد درجه به واحد رادیان‌و بالعکس از جداولی نظیر جداول II آخر این کتاب استفاده میکنند.

ساعت ــ محیط دایره را به ۲۴ قسمت مساوی تقسیم کرده و هر قسمت را یکساعت‌میگویند ودر اینجا ساعت واحد اندازه‌گیری قوس‌میباشدنه واحد اندازه‌گیری زمان و نباید آنها را باهم مخلوط نمود وهمچنین اگر مقدار قوس متغیری‌برحسب این‌واحد بیان شود نباید تصور کرد که کمیت مورد نظر تغییراتش متناسب با زمان است.

اجزاء ساعت عبارتست از دقیقه ساعت که‌برابر است با $\frac{۱}{۶۰}$ ساعت و ثانیه ساعت که برابر با $\frac{۱}{۶۰}$دقیقه میباشد و برای‌آنکه اجزاء ساعت بـااجزاء درجه بعلت همنام بودن اشتباه نشونـد دقیقه را با حرف m و ثانیه را با حرف s نمایش‌میدهند تا با علامات ′ و ″ که بترتیب علامات دقیقه و ثانیهٔ درجه میباشند کاملاً متفاوت باشند و ساعت را نیز با حرف h نمایش میدهند و داریم :

$$۱^h = \frac{۳۶۰^\circ}{۲۴} = ۱۵^\circ = ۰/۲۶۱\ ۷۹۹\ ۳۸۷\ ۸ \quad \text{رادیان}$$

$$۱^m = \frac{۱۵^\circ}{۶۰} = ۱۵' = ۰/۰۰۴\ ۳۶۳\ ۳۲۳\ ۱ \quad \text{رادیان}$$

$$۱^s = \frac{۱۵'}{۶۰} = ۱۵'' = ۰/۰۰۰\ ۰۷۲\ ۷۲۲\ ۰ \quad \text{رادیان}$$

وبالعکس

$$۱^\circ = \frac{۱^h}{۶۰} = ۴^m$$

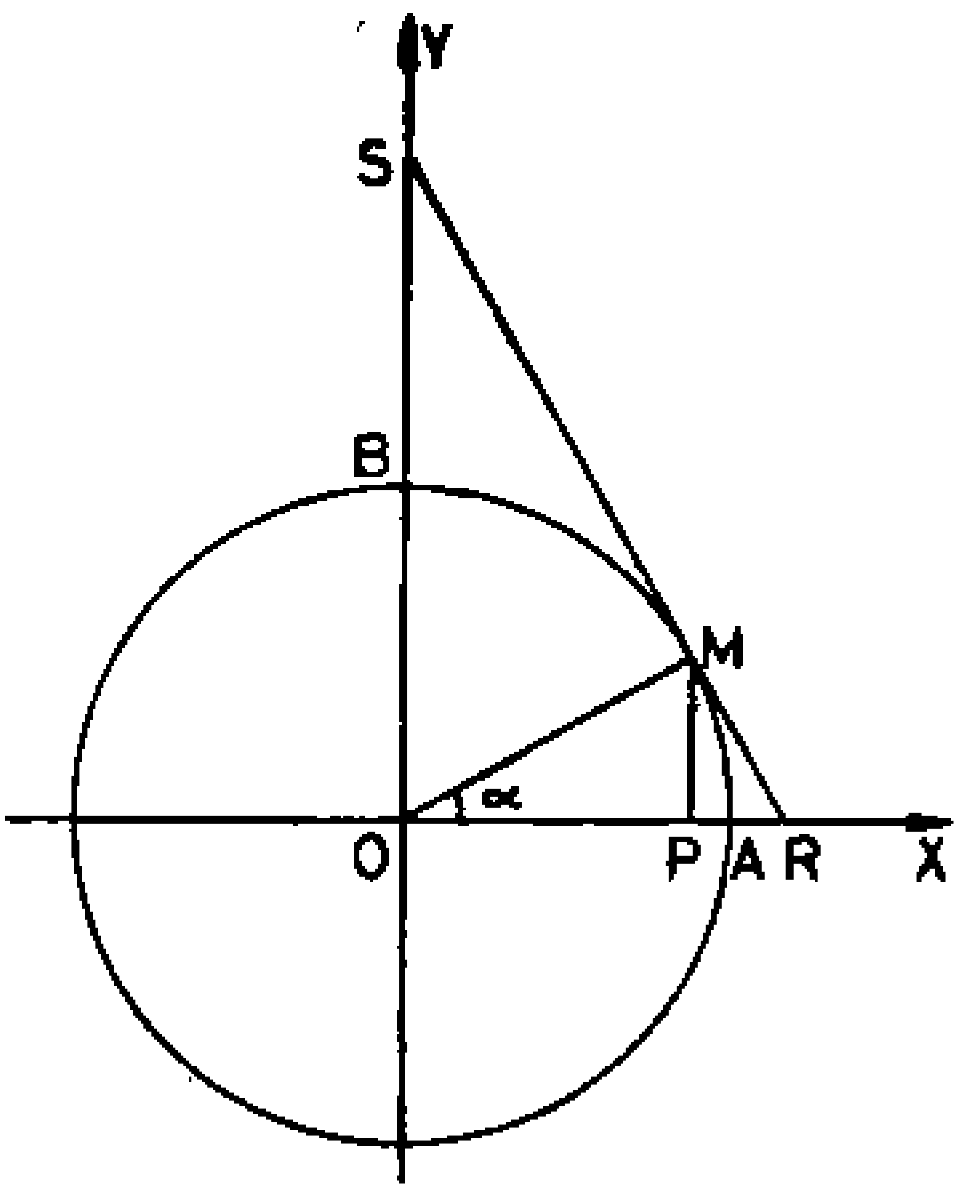
$$۱' = \frac{۴^m}{۶۰} = ۴^s$$

$$۱'' = \frac{۴^s}{۶۰} = ۰/۰۶۶۷^s \qquad ۰^\circ/۰۱ = ۲/۴^s$$

درعمل برای تبدیل واحدهای ساعت و درجه از جداولی که قبلاً حساب شده است استفاده میکنند (جداول III وIV آخر کتاب نمونه* خلاصه‌ای از جداول مذکور میباشد) .

گراد ــ محیط دایره را به ۴۰۰ قسمت مساوی تقسیم نموده وهرقسمت را یك گراد میگویند اجزاء گراد اعشاری است وبرای انجام عملیات حسا ب بسیار ساده میباشد ولی این واحد در نجوم استعمال نمیشود .

۱۱ ــ توابع مثلثاتی و جداول مثلثاتی ــ تعاریف خطوط مثلثاتی در کتابهای مثلثات ذکر شده ودراینجا احتیاجی به تکرارآن نیست اما دراغلب کتابهای مثلثات از ذکر دوخط مثلثاتی سکانت و کسکانت خودداری میکنند و چون در فرمولهای نجوم اغلب این دوخط مثلثاتی واردمیشوند بنابراین تعریف آنها را یادآوری میکنیم. دردایره مثلثاتی (شکل ۱۸) از نقطه M انتهای قوس AM مماسی بردایره رسم میکنیم تادر نقاط R و S بترتیب محورهای متعامد OA و OB را قطع کند مقادیرجبری $\overline{OR}$ و $\overline{OS}$ را بترتیب sécante , cosécante قوس α نامند و از تشابه مثلث‌های



(شکل ۱۸)

OMP , OMR حاصل‌میشود $séc\ \alpha = \frac{۱}{\cos \alpha}$ وهمچنین از تشابه مثلث‌های OMS و OMP خواهیم داشت

$$cos\acute{e}c\ \alpha = \frac{۱}{\sin \alpha}$$

امروزه درمیان حسابگـران نجومـی استعمـال جـداول لگاریتمـی خطوط مثلثاتی تقریباً متروك شده است زیرا بـا استعمـال ماشینهای الکتریکی و استفاده از جداول مقادیر طبیعی خطوط مثلثاتی مقدارزیادی در وقت صرفه‌جوئی‌میکنند (۱) بدینجهت‌جداول مثلثاتی که دراین اواخر منتشر شـده‌اند یا فقط برحسب مقادیر طبیعی خطوط مثلثاتی‌تنظیم شده اند ویا آنکه علاوه بر لگاریتم‌خطوط‌مثلثاتی شامل جداول مقادیـر طبیعی خطوط‌مثلثاتی نیز میباشند. ضمناً چون باماشین عملیات جمع‌وتفریق‌سریعتر از عملیات ضرب و تقسیم انجام میگیرد بنابراین قواعد و روشهایی که‌سابقاً برای تبدیل روابط و فرمولها بصورت‌حاصلضرب و تقسیم‌بکارمیرفت برای حسابگران حرفه‌ای ارزش‌خودرا ازدست داده‌اند و حسابگران عملیات خودرا روی فرمولها بهمان صورت که میباشدانجام میدهند وحتی اغلب اوقات‌سعی میکنندکه روابط‌حاصلضرب رابصورت‌حاصلجمع‌درآورده‌وبکار برند مثلاً فرمولهای زیر نزد حسابگران مذکور همواره مورد استفاده قرار میگیرد :

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} \cos (a - b) - \frac{1}{2} \cos (a + b)$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} \cos (a + b) + \frac{1}{2} \cos (a - b)$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} \sin (a + b) + \frac{1}{2} \sin (a - b)$$

$$\cos a \sin b = \frac{1}{2} \sin (a + b) - \frac{1}{2} \sin (a - b)$$

---

(۱) بطوریکه بعداً ذکر خواهد شد در عملیات باتعداد اعشار مساوی دقت حساب از روی جـداول لگاریتمی اغلب بیشتر از دقت حساب از روی جداول‌مقادیر طبیعی است و گاهی عکس آن اتفاق میافتدولی باید درنظر داشت که میتوان با ماشین حساب‌عملیات‌با ۷ رقم اعشار را خیلی سریعتر از عملیات جداول لگاریتمی تا ۵ رقم اعشار انجام داد و در اینجا است‌که مزیت واقعی جداول مقادیر طبیعی خطوط مثلثاتی درمورد عملیات باماشین بطور وضوح محقق میگردد.

میدانیم که بسط توابع مثلثاتی برحسب توانهای‌صحیح قوس که بواحد رادیان بیان شده باشد بصورت زیر است :

بازاء جمیع مقادیر x
$$\sin x = \frac{x}{۱!} - \frac{x^{۳}}{۳!} + \frac{x^{۵}}{۵!} - \cdots$$

بازاء جمیع مقادیر x
$$\cos x = ۱ - \frac{x^{۲}}{۲!} + \frac{x^{۴}}{۴!} - \cdots$$

بازاء مقادیر $-\frac{\pi}{۲} < x < \frac{\pi}{۲}$
$$\operatorname{tg} x = x + \frac{x^{۳}}{۳} + \frac{۲x^{۵}}{۱۵} + \frac{۱۷x^{۷}}{۳۱۵} + \cdots$$

(بسط اخیر را میتوان از تقسیم نمودن بسط $\sin x$ برسط $\cos x$ بدست آورد).

هرگاه قوس x بینهایت کوچك باشد ازروابط فوق معلوم میشود که تفاضل مقادیر $\frac{\sin x}{x}$ و $\frac{\operatorname{tg} x}{x}$ و $\cos x$ از واحـد بینهایت کوچك‌هائی از مرتبه دوم‌اند و مقادیر $x - \sin x$ و $\operatorname{tg} x - x$ بینهایت کوچکهائی از مرتبه سوم میباشد و بهمین دلیل است کـه هنگامیکه قوس x کوچك باشد آنرا بجـای $\sin x$ و یـا $\operatorname{tg} x$ قرار میدهند و همچنین وقتی x کوچك باشد بجای $\cos x$ واحد میگذارند ولی درحالت اخیر مقدار تقـریب بیش از حالت قبل است زیرا تفاضل $۱ - \cos x$ بینهایت کوچکی از مرتبه دوم میباشد.

بسط $\sin x$ یك‌سری متناوب است و بطوریکه میدانیم اگر از جمله دوم ببعد این سری صرفنظر شود حد اکثر قدر مطلق خطای حاصله‌ازقدر مطلق جمله دوم یعنی $\left|\frac{x^{۳}}{۶}\right|$ کوچکتر است و علامت خطا نیز همان علامت این جمله است یعنی خطا هم‌علامت با $-\frac{x^{۳}}{۶}$ میباشد پس اگر x قوس کوچك مثبتی بـاشد و بجـای $\sin x$ مقدار x گـذاشته شود اولاً[۲] نتیجه را زیـاد

قوس برحسب رادیان بیان خواهد شد و برای آنکه مقدار قوس را برحسب ثانیه بدست آوریم کافی است که نتیجه را در ۲۰۶۲۶۵ ضرب کنیم مثلاً اگر $\sin x = ۰/۰۰۱۳۹۱۷$ باشدداریم

$$x = ۰/۰۰۱۳۹۱۷ \times ۲۰۶۲۶۵ = ۲۸۷''/۰۵۹$$

نتیجه حاصل تا ۰/۰۰۱ ثانیه صحیح است یعنی حداکثر اشتباه از ۰/۰۰۱ ثانیه کمتراست زیرا چون مقدار قوس کمتر از نصف ′۱۰ میباشد پس‌حداکثراشتباه‌حاصل ازجانشین‌ساختن x و sin x کمتر از ۰/۰۰۰۵ ثانیه میباشد وازطرفی در تبدیل مقدار x از رادیان به ثانیه چون مقدار x کمتر از ۰/۰۰۱۵ رادیان است پس اشتباه حاصل از انتخاب مضرب ۲۰۶۲۶۵ بجای مقدار واقعی یك رادیان کمتر از $۰/۰۰۰۳'' = ۰/۲'' \times ۰/۰۰۱۵$ خواهد بود پس حداکثر اشتباه جمعاً کمتر از ″۰/۰۰۱ میباشد. اگر از یك جدول مقادیر طبیعی خطوط مثلثاتی با۷رقم اعشار مقدار x را استخراج کنیم مقدار ″۲۸۷/۰۶ بدست میآید ولی دراینجا با روش فوق بدون انترپولاسین درجدول مقدار دقیقتر آنرابدست آوردیم وما دراغلب موارد این طریقه جانشینی را بکار میبریم.

در تعیین حد اکثر اشتباه که ذکر شد فرض کردیم که مقدار مفروض sin x بدون خطا داده شده است و اگر چنین نباشد باید خطای مربوط بآنرا نیز در محاسبه حداکثر اشتباه درنظر گرفت مثلاً اگر عدد مفروض sin x مقدار تقریبی آن تا $\frac{۱}{۲} \times ۱۰^{-۷}$ باشد اشتباه حاصل ازاین خطا در عمل ضرب فوق‌الذکر خود در حدود ″۰/۰۱ خواهدبود بنابراین حداکثراشتباه در جواب حاصل کمتر از″۰/۰۱ نخواهد بود پس‌مقدار x تا ۰/۰۱ تقریب برابر ″۲۸۷/۰۶ میباشد.

درنجوم اغلب سینوس و یا تانژانت قوسهای کوچك را برحسب درجه و دقیقه و ثانیه بیان‌میکنند یعنی‌آنهارادر ۲۰۶۲۶۵ ضرب‌کرده‌و نتیجه حاصل را مقدار سینوس ویا تانژانت قوس مفروض برحسب واحد درجه نامند و بطور کلی هر عدد کوچك راممکن است برحسب واحد درجه بیان کرد مثلاً اختلاف منظر متوسط ماه عبارتست از :

$$\varpi = ۵۷' \text{ و } ۲''/۷۰ = ۳۴۲۲''/۷۰$$

و داریم :

$$\sin \varpi = ۰/۰۱۶۵۹۲۹$$

اگر عدد کوچك ۰/۰۱۶۵۹۲۹ رادیان درنظر گرفته ومقدار آنرا برحسب واحددرجه بدست آوریم یعنی آنرا در۲۰۶۲۶۵ ضرب‌کنیم حاصل‌میشود ۳۴۲۲/۵۴ و بنابقراردادمینویسیم

$$\sin \omega = ۳۴۲۲''/۵۴$$

واضح است که ۳۴۲۲''/۵۴ مقدار ω تا ۰/۰۱'' تقریب نمی‌باشد وبا مراجعه بجـدول مذکوردرصفحه۵۴ دیده میشودکه چون مقدارقوس‌از۴/۴'' و ۴۹' زیادتر است پس حداکثر تقریب از ۰/۱'' متجاوز خواهد بود و بطوریکه ملاحظه میشود اختلاف آن با مقدار واقعی ω برابراست با ۰/۱۶'' و میتوان نوشت:

$$\sin \omega = ۳۴۲۲''/۵۴ \simeq \omega - ۰''/۱۶$$

پس اگر سینوس قوسی را برحسب واحددرجه بیان کنیم همواره مابین مقـدار حاصل و مقدار واقعی قوس برحسب واحد درجه اختلافی موجود است که هرچه قوس بزرگتر شود این اختلاف زیادتر خواهد شد حال اگر تفاضل $x - \sin x$ را بازاء مقادیر مختلفه x داشته باشیم باداشتن x مقدار $\sin x$ بدست میآید و بالعکس بـا معلوم ودن $\sin x$ میتوان مقدار x را مشخص نمود. تفاضل مذکور را از روی بسط سینوس برای مقادیر مختلف x حساب کرده و در جدولی تنظیم میکنند باکمك این جدول بازاء هر مقدار x میتوان $\sin x$ را بدست آورد و بالعکس، جدول شماره V در آخر کتاب برای همین منظور تنظیم شده‌است. بهمین طریق‌جدول تفاضـل $\operatorname{tg} x - x$ تنظیم میگردد (جدول شماره VI آخر کتاب) . مثلاً برای تعیین اختلاف منظر متوسط ماه هنگامیکه بدانیم $\sin \omega = ۳۴۲۲''/۵۴$ چون مقدار قوس نیز درحدود ۳۴۲۲'' پس اختلاف مربوط باین مقدار x را در جدول تعیین میکنیم در جدول V درمقابل ۳۴۰۰ مقدار ۰/۱۵۴ برای $x - \sin x$ تعیین شده و با استفاده از تناسب مقدار متناظر با ۳۴۲۲'' تا دورقم اعشار معادل ۰/۱۶'' تعیین میشود وبدینطریق مقدار ω بدست میآید

$$\omega = ۳۴۲۲''/۵۴ + ۰''/۱۶ = ۳۴۲۲''/۷۰$$

تبصره ــ هنگامیکه یك فرمول شامل قوای صحیح مقدار کوچکی مانند a باشد و مقدار a را برحسب واحد درجه داشته باشیم و بخواهیم نتیجهٔ حاصل را نیز برحسب همان واحد درجه بدست آوریم دراین رابطه نمیتوان مستقیماً مقدار a را برحسب واحد درجه قرار داد زیرا بنا بقرارداد فرمول مزبور برحسب کمیت a باواحداصلی رادیان نوشته شده است بنابراین باید ابتدا مقدار a را بواحد اصلی تبدیل نموده و عملیات رابطه رابرروی آن اجـرا نمود و نتیجه حاصل را در ۲۰۶۲۶۵ ضرب نمود تا مقدار آن برحسب‌واحددرجه بدست آیداین عمل‌را میتوان بادرنظر گرفتن روابط زیر بصورت ساده‌تری انجام داد در روابط زیر مقدار a برحسب واحد درجه بصورت (a'') نشان داده شده است و داریم:

$$a = \frac{(a'')}{206265} \qquad\qquad a^n = \left[\frac{(a'')}{206265}\right]^n$$

$$\left[(a^n)''\right] = \frac{(a'')^n\, 206265}{206265^n} = (a'')\left[\frac{(a'')}{206265}\right]^{n-1} = (a'')\, a^{n-1}$$

یعنی برای بدست آوردن a^n برحسب واحد درجه کافی است مقدار واقعی a^{n-1} را در مقدار a برحسب‌درجه ضرب نمود و همچنین برای بیان مکعب a برحسب واحد درجه کافی است کـه مجذورآنرا در مقدار a برحسب درجه ضرب نمود. مطالب فوق درباره واحد ساعت نیز قابل اجرااست

مثال ــ مطلوبست تعیین مقدار sin a برحسب واحددرجه‌بفرض آنکه $a = 0/0165937$

داریم

$$(a'') = 0/0165937 \times 206265 = 3422''/70$$

$$\sin a = a - \frac{a^3}{6} + \cdots$$

اگر در سری فوق ازجمله سوم ببعد صرفنظر کنیم حداکثر تقریب کوچکتر است از $\frac{a^5}{24}$

$$\frac{a^5}{24} < \frac{(0/02)^5}{24} < 2\times 10^{-10} < 5'' \times 10^{-5} < 0''/001$$

پس اگر از جمله سوم ببعد صرفنظر کنیم حداکثر اشتباه حاصل از ۰/۰۰۱ ثانیه کمتر خواهد بود و خواهیم داشت :

$$\sin a = a - \frac{a^3}{6} = (a'')\left(1 - \frac{a^2}{6}\right) = 3422''/70\left[1 - \frac{(0/01659)^2}{6}\right]$$

$$\sin 3422''/70 = 3422/70\,(1 - 0/000046) = 3422/70 - 0''/16$$

$$\sin 3422''/70 = 3422''/54$$

نتیجه فوق را میتوان از روی جدول V بدست‌آورد زیرا مقدار $\sin x - x$ درازاء $3422''$ برابر با $-0''/16$ میباشد .

۱۳ ــ بکاربردن جداول‌خطوط مثلثاتی ــ طریقه بکار بردن جداول خطوط مثلثاتی روشن است واحتیاجی بتوضیح ندارد فقط یادآور میشویم که درجداول لگاریتمی‌خطوط مثلثاتی برای تعیین لگاریتم سینوس و لگاریتم تانژانت‌قوسهای کوچك طریقه خاص بکاربرده میشود تا مقدار تقریب درجواب حاصله از یکواحد در رقم آخر اعشار جداول مورد مراجعه بیشتر نباشد یعنی نمیتوان مقادیر فوق رابرای قوسهای کوچك مانند سایرین از روی تناسب در اختلاف بین اعداد متوالی ستون مربوطه جداول بدست آورد درصورتیکه درجداول مقادیرطبیعی خطوط مثلثاتی برای تانژانت و سکانت قوسهای نزدیك به 90° این اشکال موجود است و با طریقه خاص باید عمل شود و در هر حال طریقهٔ بکار بردن هر جدول درخود آن جدول شرح داده شده است که‌باید قبل از بکار بردن آن جدول مفاد آنرا درنظر گرفت.

در جداول مثلثاتی عموماً مقادیر طبیعی خطوط مثلثاتی یا لگاریتم آنها را با تقریب کمتر یا مساوی با نصف آخرین رقم اعشار تعیین شده جــدول درج مینمایند مثلا در جــدول پنج‌رقمی دوپوی لگاریتم خطوط مثلثاتی قوسهای با اختلاف یکدقیقه را با حد اکثر تقریب $\frac{1}{2}\times 10^{-5}$ ثبت کرده‌اند ولی در بعضی جداول با تعبیه‌های مخصوصی حداکثر تقریب را کمتر میکنند مثلا درجدول ۷ رقم اعشاری زیر حداکثر تقریب ربع واحد آخرین رقم بیان شده جدول است.

Schrön, Gauthier - Villars, Tables de Logarithmes à 7 décimales.

در این جدول هنگامیکه رقم هشتم اعشار ۵ تا ۹ باشد قسمتهای اعشاری بعد از هفتمین رقم را حذف نموده و یکواحد به رقم هفتم افزوده و آنرا در جدول مینویسند و زیررقم هفتم یك‌خط کوچك میکشند، (۰۰۵۲۸۵۷) و اگر رقم هشتم صفر تا ٤ باشد پس‌از حذف قسمتهای اعشاری بعد ازاین رقم آنرا در جدول بدون هیچگونه علامتی مینویسند پس اگرعددی در جدول بدون‌علامت باشد ۰/۲۵ بآخرین رقم اعشارش میافزائیم و اگر باعلامت اشد ۰/۲۵ از آخرین رقم اعشار کم میکنیم نتایج حاصل مقدار مطلوب تا ربع واحد آخرین رقم جدول خواهد بود.

حال فرض کنیم که مثلا لگاریتم یکی از خطوط مثلثاتی و یا خط مثلثاتی قوس با تقریبی معادل با حد اکثر تقریب جدول مورد استفاده داده شده باشد و از روی‌جدول مقدار آن قوس‌را طبق معمول جدول بدست آوریم نتیجه حاصل جواب تقریبی قوس مجهول میباشد و حداکثر اشتباه آنرا به ε نمایش میدهیم برای‌آنکه میزان دقت جواب حاصل را بدانیم باید ε رابشناسیم برای اینکار توابع زیر را درنظر میگیریم :

$y_1 = \sin x$ ، $y_2 = \log \sin x$ ، $y_3 = \operatorname{tg} x$ ، $y_4 = \log \operatorname{tg} x$ و غیره

اگر جداول مورد عمل ٦ رقم اعشاری باشد حداکثر خطای توابع فوق $\delta y = \frac{1}{2}\times 10^{-6}$ میباشد و ε مقداری است که اگر متغییر باندازه آن نمو کند حداکثر نمو تابع از δy کمتر خواهد بود و چون δy کوچك است پس میتوان بجای آن دیفرانسیل توابع را

قرار داد و خواهیم داشت:

$$\delta y_1 = \varepsilon_1 \cos x \quad \text{و} \quad \delta y_2 = \varepsilon_2 \,\text{séc}^2 x$$

$$\delta y_3 = \varepsilon_3 \log e \,\text{cotg}\, x \quad \text{و} \quad \delta y_4 = 2\varepsilon_4 \log e \,\text{coséc}\, 2x$$

و از روابط فوق حاصل میشود:

$$\varepsilon_1 = \delta y_1 \,\text{séc}\, x \quad \text{و} \quad \varepsilon_2 = \delta y_2 \cos^2 x$$

$$\varepsilon_3 = \delta y_3 L_{10} \,\text{tg}\, x \quad \text{و} \quad \varepsilon_4 = \frac{\delta y_4}{2} L_{10} \sin 2x$$

و حد اکثر مقادیر δy_1 و δy_2 و ... برابر است با $\frac{1}{2}10^{-6}$ که چون آنرا برحسب واحد درجه بیان کنیم خواهیم داشت.

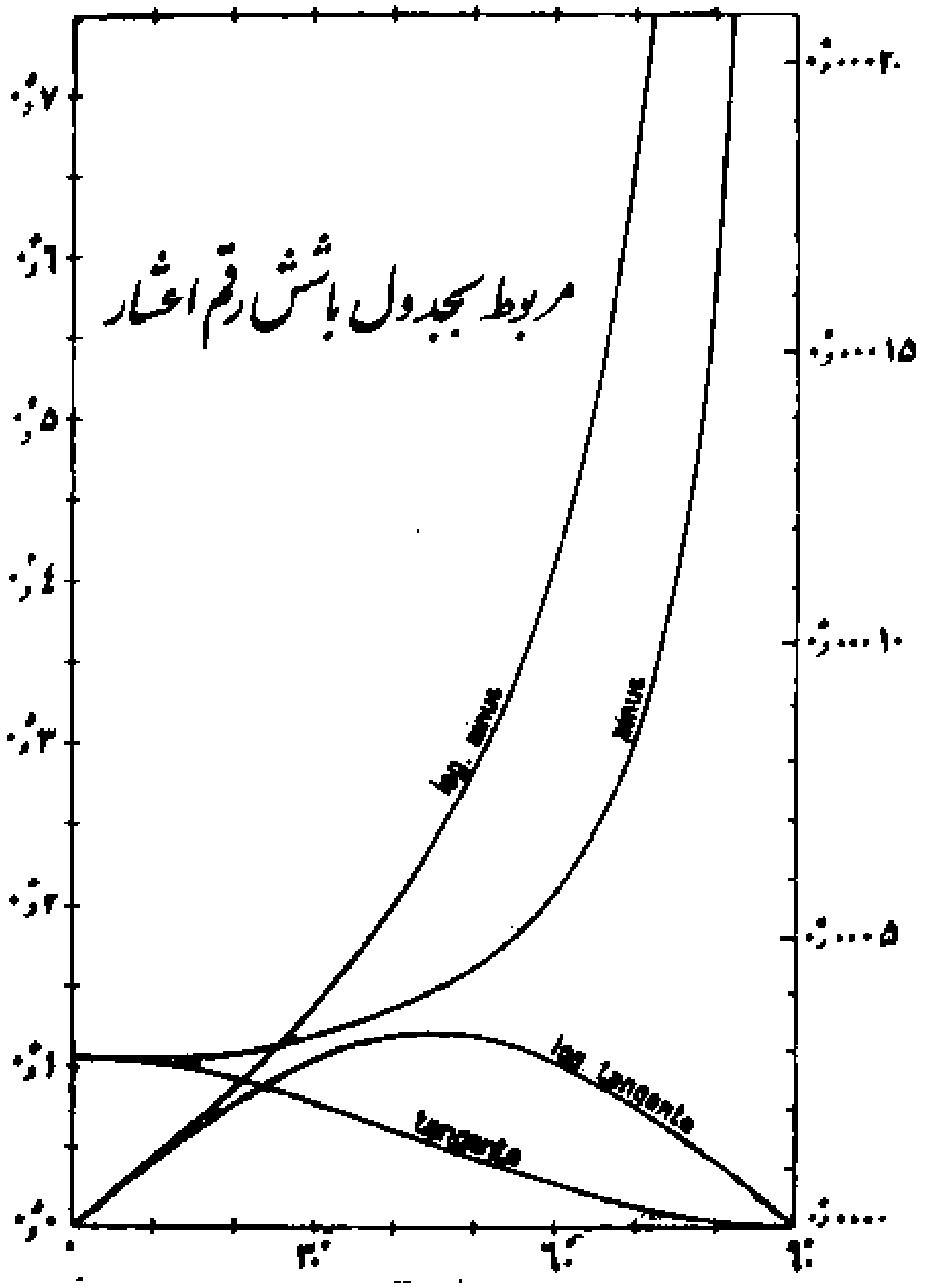
$$\delta y = \frac{206265}{2} \times 10^{-6} = 0/103$$

پس حد اکثر تقریب در مورد جداول شش‌رقمی بشرح زیر است:

برای مقادیر طبیعی	$\sin x$	$\varepsilon_1 = 0/103 \,\text{séc}\, x$
برای مقادیر	$\log \sin x$	$\varepsilon_2 = 0/237 \,\text{tg}\, x$
برای مقادیر طبیعی	$\text{tg} \sin x$	$\varepsilon_3 = 0/103 \cos^2 x$
برای مقادیر	$\log \text{tg}\, x$	$\varepsilon_4 = 0/119 \sin 2x$

اگر جداول ۴ یا ۵ و یا ۷ و یا ۸ رقمی باشد باید مقادیر فوق را بترتیب در ۱۰۰ و یا ۱۰ و یا 10^{-1} و یا 10^{-2} ضرب کنیم.

در شکل (۱۹) منحنی‌های نمایش تغییرات توابع ε_1 و ε_2 و ε_3 و ε_4 برحسب x رسم شده است



(شکل ۱۹)

از روی شکل ملاحظه میکنیم که اگر سینوس و یا تانژانت زاویه‌ای مفروض باشد برای زوایای بسیار کوچك از جداول لگاریتمی جواب دقیق‌تر از جواب جداول مقادیر طبیعی بدست میآید ولی دراینجا بادرنظر گرفتن مقدار زاویه که با سینوس ویا تانژانت آن تقریباً برابر است میتوان مقدار دقیق‌تر زاویه را باضرب کردن سینوس و یا تانژانت آن در ۲۰۶۲۶۵ بدست آورد و بخصوص با استفاده از جداول V و VI که قبلاً ذکر شده میتوان مقدار دقیقتر آن قوس را تعیین کرد بالاخره در مورد سینوس هنگامیکه قوس کمتر از ۴۴َ و ۲۵° باشد دقت جداول لگاریتمی بیشتر از جداول مقادیر طبیعی نظیر خود (یعنی باتعداد اعشار مساوی) میباشد و از ۴۴َ و ۲۵° تا ۹۰° برعکس دقت جداول مقادیر طبیعی بیشتر از جداول لگاریتمی متناظر میباشد درمورد تانژانت عیناً مطلب فوق صادق است فقط مقدار حدفاصل قوس ۲۸َ و ۲۳° میباشد ولی بطوریکه درشکل دیده میشود در تمام فاصله از صفر درجه تا ۹۰ درجه تعیین زاویه ازروی تانژانت دقیقتر از محاسبه آن از روی سینوس میباشد واضح است که نتایج فوق‌الذکر با فرض مساوی بودن تعداد ارقام اعشار معلومات مسئله بدست آمده‌است نه‌تعداد ارقام معنی‌دار آنها .

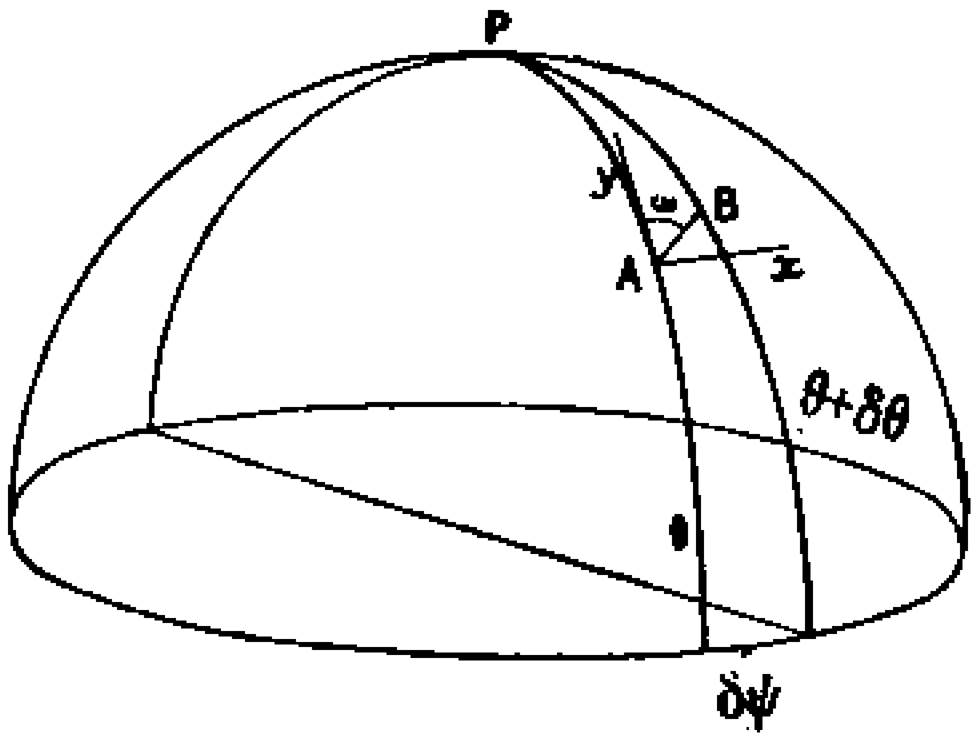
از روی فرمولهای مربوط به سینوس و تانژانت و منحنی‌های مربوط به حد اکثر خطای آنها میتوان فرمولها و منحنی‌های مربوط بحداکثر خطا را در مورد کسینوس و کتانژانت بلافاصله بدست آورد زیرا بطوریکه میدانیم کسینوس و کتانژانت هرزاویه برابراست با سینوس و تانژانت متمم آن زاویه بنابراین کافی است که در فرمولهای فوق x را به $90° - x$ تبدیل کنیم تا فرمولهای نظیر برای کسینوس و کتانژانت x بدست آید و شکل منحنی‌های حاصل عیناً نظیر منحنی‌های (شکل ۱۹) میباشد بشرط آنکه تقسیم‌بندی محور x را معکوس کنیم یعنی بجای صفر درجه °۹۰ گذاشته و بجای °۹۰ صفر قرار دهیم.

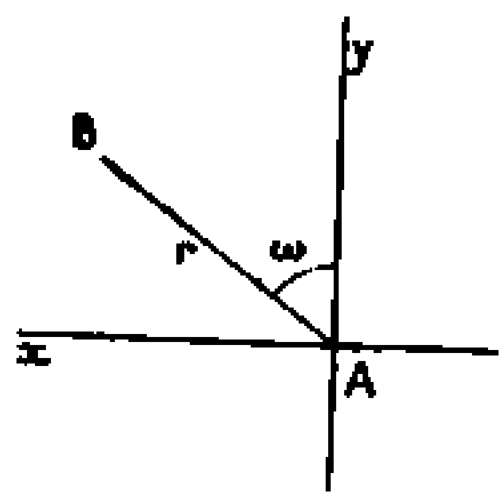
هرگاه بخواهیم ازروی جداول مثلثاتی قوسی را تعیین کنیم که مقدار آن تا یکدقیقه تقریب صحیح باشد یعنی حداکثر اشتباه یکدقیقه باشد کافی است که ازجداول چهار رقمی اعشار استفاده نمائیم واگر مقصود تعیین قوس تایك ثانیه تقریب باشد جداول شش رقمی اعشار لازم خواهد بود و بالاخره اگر بخواهیم حداکثر اشتباه ″۰/۰۱ باشد جداول هشت رقم اعشار مورد نیاز خواهد بود و در جداول پنج رقمی حداکثر اشتباه تاحدود ۱۰ ثانیه و در هفت رقمی تا ″۰/۱ میرسد و بدین ترتیب ملاحظه میشود که جداول با تعداد ارقام زوج اعشار بر جداول با ارقام اعشار فرد مزیت دارند معهذا جداول با ارقام فرد اعشار در قرن نوزدهم و حتی درحال حاضر نیز بسیار متداول بوده و مورد علاقه عموم قرار دارند علت این موضوع محاسن فرعی نظیر راحتی فرم و سهولت چاپ و غیره میباشد.

۱۴ ـ مختصات دیفرانسیل ـ هنگامیکه عناصر یك مثلث متغیر باشند میتوانیم روابطی مابین نموهای بینهایت کوچك این‌عناصر بوسیله دیفرانسیل گیری از روابط اصلی بدست آوریم، اما در نجوم بندرت تمام عناصر یك مثلث تغییر میکند بدینجهت روابط کلی مابین عناصر کمتر مورد استفاده میباشد و ما در اینجا روابطی را که مابین مختصات دو نقطه بسیار نزدیك کره سماوی وجود دارد بدست میآوریم این روابط در عمل بسیار مهم بوده و مورد استعمال بیشمار دارند.

دو نقطه A و B از سطح کره را بوسیله دایره عظیمه‌ای بهم وصل میکنیم و فرض میکنیم

که این دو نقطه بقدری بهم نزدیك باشند که مربع قوس AB قابل صرفنظر کردن باشد اگر مختصات قطبی نقطه A را بـه ψ و θ نمایش دهیم مختصات نقطه B عبارتند از : $(\theta + \delta\theta, \psi + \delta\psi)$ مقادیر $\delta\psi$ و $\delta\theta$ را مختصات دیفرانسیل نقطه B نسبت به نقطه A نامند (شکل ۲۰) زاویه $\delta\theta$ همیشه کوچك است و بستگی بمکان نقطه A روی کره ندارد و $\delta\psi$ نیز همواره کوچك است مگر آنکه نقطه A نزدیك به قطب باشد زیرا اگر دو نیمدایره که بر قطبین دایره اصلی میگذرند بقسمی درنظر بگیریم که زاویه مابین آنهـا کوچك نبوده و مقدار قابل ملاحظه‌ای باشد.





(شکل ۲۰)

روی این‌دودایـره میتوان دو نقطه بینهـایت نـزدیك در مجاورت قطب انتخـاب مود بطوریکه فاصله مابین آنـها بینهایت کوچك باشددراینحال ملاحظه میشود کـه اختـلاف مقدار ψ این دو نقطـه یعنی $\delta\psi$ کـوچك نمیباشد. موضع نقطه B را نسبت به A بطریق زیر نیز میتوان مشخص نمود. A را بـه B بوسیله یك خط مستقیم وصل کرده و قرار میدهیم

$$\overline{AB} = r, \widehat{PAV} = \omega$$

چون‌بنابفرض مربع‌قوس $\widehat{AB}$ قابل صرفنظر کردن میباشدپس‌میتوان r را طول قوس AB دانست دراین‌حال طول وتر و قوس AB که دوبینهایت‌کوچك معادل‌اند برابر میباشند زیرا داریم

$$\overline{AB} = ۲\sin\frac{\widehat{AB}}{۲} = ۲\left(\frac{\widehat{AB}}{۲} - \frac{۱}{۳!}\frac{\widehat{AB}^{۳}}{۸} + \cdots\right)$$

و بنابفرض $\widehat{AB}$ بینهایت کوچك است بقسمی که $\widehat{AB}^{۲}$ قابل صرفنظر کـردن میباشد پس بطریق اولی توانهای بالاتر $\widehat{AB}$ قابل صرفنظر کردن خواهند بود پس خواهیم داشت

$$\overline{AB} = \widehat{AB} = r$$

اگر r و ω معلوم باشد موضع نقطهٔ B از روی موضع نقطه A روی کره مشخص خواهد شد. ω را زاویهٔ موضع B نسبت به A گویند و آنرا ازصفر تا ۳٦۰° درجهت مثبت مثلثاتی‌اندازه میگیرندومبدء اندازه‌گیری این زاویه محور مماس بر دایره PA است وجهت این‌محور را بسمت قطب مثبت دایرهٔ اصلی میگیرند و جهت مثبت مثلثاتی روی سطح داخلی کره درنظر گرفته میشود یعنی جهت مثبت دوران برای ناظری که در مرکز کره قرار گرفته و بصفحه مماس بـر کره در نقطه A نگاه میکند.

حال دو محور مختصات متعامد Ax،Ay را در صفحه مماس بر کره چنان رسم میکنیم که محور Ax موازی با صفحه دایرهٔ اصلی مختصات بوده و جهت آن بطرف جهت مثبت دوران‌روی دایره اصلی باشد و محور Ay را مماس بر دایرهٔ عظیمه AP اختیار کرده وجهت‌آنرا بسمت P یعنی قطب مثبت مختصات‌میگیریم. اگر دستگاه مختصات کروی مورد نظـرمستقیم باشد دستگاه مختصات Axy برای ناظریکه ازمرکز کره بنقطه A نگاه میکند مطابق وضعی کەدر (شکل ۲۰) نشان داده شده است خواهد بود.

چون بنا بفرض مربع فاصله AB قابل صرفنظر کردن است پس فاصله نقطه B از صفحه مماس برکره در نقطه A نیز قابل صرفنظر کردن خواهد بود زیرا اگـر مختصات نقطه A نسبت‌بیکدستگاه مختصات متعامد $OXYZ$ که مبدا آن مرکز کره است $X.$, $Y.$, $Z.$ باشد معادله‌صفحه مماس بر کره در نقطه A عبارتست از

$$XX_0+YY_0+ZZ_0=1$$

و فاصله نقطه $B\begin{vmatrix}X_0+\delta X\\ Y_0+\delta Y\\ Z_0+\delta Z\end{vmatrix}$ از این صفحه عبارتست از

$$h=|X_0\delta X+Y_0\delta Y+Z_0\delta Z|$$

ولی چون نقطه B روی کره است پس خواهیم داشت

$$(X_0+\delta X)^2+(Y_0+\delta Y)^2+(Z_0+\delta Z)^2=1$$

و از آن حاصل میشود

$$-2(X_0\delta X+Y_0\delta Y+Z_0\delta Z)=\delta X^2+\delta Y^2+\delta Z^2=AB^2$$

و یا

$$h=\frac{AB^2}{2}$$

و چون AB^2 قابل صرفنظر کردن است پس h نیز صرفنظر کردنی است یعنی درحقیقت نقطه B را میتوان روی صفحه مماس نقطه A دانست و موضع آن بوسیله مختصاتش یعنی x و y مشخص میگردد و داریم:

$$x=r\sin\omega\ ,\ y=r\cos\omega$$

پس میتوان x و y و یا ω و r را نیز مختصات دیفرانسیل نقطه B نسبت بـه نقطه A دانست و حسن آن اینست که این مقادیر توسط دوربین نجومی ویا دوربین عـکاسی ستارگـان مستقیماً قابل اندازه‌گیری میباشند و اکنون خواهیم دید که چگونه میتوان ازروی آنهامختصات دیفرانسیل $\delta\psi$ و $\delta\theta$ را بدست آورد. یکی از موارد استعمال مسئله فوق اینستکـه میتوان مختصات یك ستاره متحرك مانند سیاره و یا دنباله‌دار را بمختصات یك ستاره ثابت نـزدیك بآن مربوط نموده‌واز روی مختصات ستاره ثابت‌که معلوم‌است مختصات ستاره متحرك را در لحظه رصد بدست آورد ویا آنکه مختصات ستاره ثابت نامعلوم را از روی مختصات ستاره ثـابت معلوم تعیین نمود علاوه‌براین‌مورد استعمال موارد استعمال متعدد دیگر نیز دارد که درموقع‌خودبدان اشاره خواهیم کرد. برای حل مسئله فوق روابط زیر را بترتیب ازدستگاه III مکرر و II انتخاب میکنیم.

$$\cos a\sin B=\cos A\sin C+\sin A\cos C\cos b$$

$$\sin a\sin B=\sin b\sin A$$

طرفین رابطه اول را در $\sin b$ و طرفین رابطه دوم را در $-\cos b$ ضرب کرده و باهم جمع میکنیم و حاصل میشود:

$$\sin B \sin (b - a) = \sin b \cos A \sin C - \sin A \sin b \cos b (1 - \cos C)$$

و یا

$$(1) \quad \sin (b - a) = \sin c \left(\cos A - \sin A \cos b \operatorname{tg} \frac{C}{2}\right)$$

حال مثلث کروی PAB را درنظر گرفته و طول قوس $\widehat{AB}$ را به r نمایش میدهیم.
پس اضلاع و زوایای مثلث عبارتند از :

$$a = \frac{\pi}{2} - (\theta + \delta\theta) \qquad A = \omega$$

$$b = \frac{\pi}{2} - \theta \qquad B = B$$

$$p = r \qquad P = \delta\psi$$

برای بدست آوردن $\delta\psi$ از روی معلومات θ , ω , r رابطه زیر را از دستگاه IV انتخاب میکنیم :

$$(2) \quad \sin \theta \cos \omega = \cos \theta \operatorname{cotg} r - \sin\omega \operatorname{cotg} \delta\psi$$

و رابطه (۱) را درباره مثلث PAB بکارمیبریم بفرض‌آنکه راس P را بجای C منظور نموده باشیم بدین ترتیب روابط زیر بترتیب ازمعادلات (۲) و (۱) بدست میآید:

$$(3) \begin{cases} \operatorname{tg} \delta\psi = \dfrac{\sin r \sin \omega}{\cos r \cos \theta - \sin r \cos \omega \sin \theta} \\[2ex] \sin \delta\theta = \sin r \left(\cos \omega - \sin \omega \sin \theta \operatorname{tg} \dfrac{\delta\psi}{2}\right) \end{cases}$$

روابط دستگاه (۳) بازاء جمیع مقادیر $\delta\theta$, $\delta\psi$ خواه کوچك و یا بزرگ صحیح میباشند و میتوان این روابط را برای هردونقطه دلخواه A وB سطح کره بکار برد هرچند که مربع‌فاصله این‌دونقطه صرفنظر کردنی نباشد.

هرگاه مربع فاصله AB یعنی r قابل صرفنظرکردن باشد میتوان نوشت:

$$\sin r \sin \omega = r \sin \omega = x$$

$$\sin r \cos \omega = r \cos \omega = y$$

$$\cos r = ۱$$

ودراین‌حال خواهیم داشت:

$$(٤)\quad \begin{cases} \cos\theta \operatorname{tg}\delta\psi = \dfrac{x}{۱ - y \operatorname{tg}\theta} \\[2ex] \sin\delta\theta = y - x\sin\theta \operatorname{tg}\dfrac{\delta\psi}{۲} \end{cases}$$

فرمولهای دستگاه (٤) هنگامیکه $r^۲$ صرفنظر کردنی باشد قابل استعمال میباشند حتی اگر نقطه A بسیار نزدیك بقطب باشد و اگر بخواهیم x و y را برحسب $\delta\theta$ و $\delta\psi$ بدست آوریم کافی است که دستگاه معادلات فوق را حل کنیم و از حل آن خواهیم داشت.

$$(٤)\text{مکرر}\quad \begin{cases} x = \cos\theta \operatorname{tg}\delta\psi \dfrac{۱ - \operatorname{tg}\theta \sin\delta\theta}{۱ + \sin^۲\theta \operatorname{tg}\delta\psi \operatorname{tg}\dfrac{\delta\psi}{۲}} \\[3ex] y = \dfrac{\sin\delta\theta + \sin\theta\cos\theta \operatorname{tg}\delta\psi \operatorname{tg}\dfrac{\delta\psi}{۲}}{۱ + \sin^۲\theta \operatorname{tg}\delta\psi \operatorname{tg}\dfrac{\delta\psi}{۲}} \end{cases}$$

روابط فوق نیز بازاء جمیع نقاط کره صادق است فقط بشرط‌آنکه $r^۲$ یعنی مربع فاصله AB صرفنظر کردنی باشد ودر رابطه (٤) و (٤)مکرر همواره میتوان بجای $\sin\delta\theta$ مقدار $\delta\theta$را قرار دهیم و اگر نقطه A نزدیك بقطب‌نباشدبجای $\operatorname{tg}\delta\psi$ همچنین $\operatorname{tg}\dfrac{\delta\psi}{۲}$ نیز میتوان‌بترتیب $\delta\psi$ و $\dfrac{\delta\psi}{۲}$ قرار دهیم ودراین حالت جملات مرتبه دوم برحسب x و y و $\delta\psi$ و $\delta\theta$ قابل صرفنظر کردن خواهند بود و روابط (٤) و (٤) مکرر بصورت روابط دستگاه (٥) درمیآیدواین دستگاه موارد استعمال بسیار دارد:

$$(\text{٥})\quad \begin{cases} \delta\psi \cos\theta = x = r\sin\omega \\ \delta\theta = y = r\cos\omega \end{cases}$$

روابط (٥) بسیار مهم میباشند و میتوان‌آنها را مستقیما نیز بطرز ساده‌تری بدست‌آورد بدینطریق که درمثلث PAB نسبتهای سینوس رامینویسیم :

$$\sin \widehat{APB} \sin \widehat{PB} = \sin \widehat{AB} \sin \omega$$

و یـا

$$\sin \delta\psi \cos(\theta + \delta\theta) = \sin r \sin \omega$$

هنگامیکه $\delta\theta$ و $\delta\psi$ کوچك باشند خواهیم‌داشت:

$$\delta\psi \cos\theta = r \sin\omega = x$$

که همان رابطه اول است و از رابطه :

$$\cos \widehat{PB} = \cos r \cos \widehat{PA} + \sin r \sin \widehat{PA} \cos\omega$$

حاصل میشود :

$$\sin(\theta + \delta\theta) = \sin\theta + r\cos\theta\cos\omega$$

و یا :

$$\sin\theta + \delta\theta \cos\theta = \sin\theta + r\cos\theta\cos\omega$$

و بالاخره خواهیم داشت :

$$\delta\theta = r\cos\omega = y$$

مثال ۱ ــ مختصات قطبی ستاره‌ای عبارتست از $\theta = \text{٤٥}^\circ$ و $\text{٣١}'$ و $\text{٤٣}''$ و $\psi = \text{١٥}^h$ و ١٢^m و ٤/٣١^s و ستاره دیگری نزدیك آن‌قراردارد و بوسیله رصد مقادیر r و ω چنین‌بدست آمده $r = \text{٢١٧}''/\text{٣}$ و $\omega = \text{٢٣٨}^\circ$ و $\text{٨}'/\text{٢}$ مطلوبست مختصات قطبی ستاره دیگر.

حل ــ ستاره مفروض نزدیك قطب نبوده‌و $\delta\psi$ کوچك است و داریم :

$$(r^2)'' = r''r = \text{٢١٧}''/\text{٣} \times \text{٢١٧/٣} \times \text{٥} \times \text{١٠}^{-6} \# \text{٠}''/\text{٢}$$

و چون حداکثر تقریب وقتیکه بجای $\sin r$ مقدار r گذاردیم کمتر از $\frac{r^3}{6}$ بوده‌و وقتی بجای $\cos r$ واحد قرار دهیم خطا کمتر از $\frac{r^2}{4}$ میباشد پس اگر بخواهیم جواب را تا $\text{٠}''/\text{١}$ تقریب بدست آوریم میتوانیم فرمولهای (٥) را بدون اشکا لبکار بریم و داریم:

$\log r$ = ۲/۳۳۷۰۶

$\log \sin \omega$ = $\bar{۱}$/۹۸۸۴۸ n

$\log x$ = ۲/۳۲۵۵۴ n

$\mathrm{colg} \cos \theta$ = ۰/۱۵۴۵۶

$\log \delta\psi$ = ۲/۴۸۰۱۰ n

$\delta\psi$ = − ۳۰۲″/۱

$\delta\psi$ = − ۲۰^{s}/۱۴

x = − ۲۱۱″/۷

$$\begin{cases} \delta\psi = \dfrac{r \sin \omega}{\cos \theta} = \dfrac{x}{\cos \theta} \\ \delta\theta = r \cos \omega = y \end{cases}$$

$\log r$ = ۲/۳۳۷۰۶

$\log \cos \omega$ = $\bar{۱}$/۳۵۶۵۵

$\log \delta\theta$ = ۱/۶۹۳۶۱

$y = \delta\theta$ = ۴۹″/۳۹

مختصات مطلوب :
θ = ۴۵° و ۳۲′ و ۳۲″/۴
ψ = ۱۵^{h} و ۱۱^{m} و ۳۳^{s}/۱۷

مثال ۳ ــ فرض کنیم ψوrوω همان مقادیرمسئله قبل بوده ولی ۲″/۵۸ و ۵۹′ و ۸۸° = θ باشد .

حل ــ دراین مسئله ستارهAبسیار نزدیک‌بقطب‌است بنابراین بایدازفرمولهای رابطه(۴) استفاده نمود.دراین مسئله x و y همان مقادیر مسئله قبل میباشند و داریم:

$$\log x = ۲/۳۲۰۰۵۴ \quad n$$

$$\log \sin \theta = \bar{۱}/۹۹۹۹۳$$

$$\log \operatorname{tg}\frac{\delta\psi}{۲} = \bar{۲}/۴۷۳۶۴ \quad n$$

$$\log x \sin\theta \operatorname{tg}\frac{\delta\psi}{۲} = ۰/۷۹۹۱۱$$

$$x \sin\theta \operatorname{tg}\frac{\delta\psi}{۲} = ۶''/۳۰$$

$$y - x\sin\theta \operatorname{tg}\frac{\delta\psi}{۲} = ۴۳''/۰۹$$

$$\sin \delta\theta = \delta\theta = ۴۳''/۱$$

$$\log y = ۱/۶۹۳۶۱$$

$$\log \operatorname{tg} \theta = ۱/۷۵۷۸۶$$

$$\log y \operatorname{tg} \theta = ۳/۴۵۱۴۷$$

$$y \operatorname{tg} \theta = ۲۸۲۸''$$

$$۱ - y \operatorname{tg} = ۲۰۳۴۳۷''$$

$$\log x = ۲/۳۲۰۰۵۴ \quad n$$

$$\operatorname{colog}(۱ - y\operatorname{tg}) = \bar{۶}/۶۹۱۵۷$$

$$\operatorname{colog} \cos \theta = ۱/۷۵۷۹۳$$

$$\log \operatorname{tg} \delta\psi = \bar{۲}/۷۷۵۰۴ \quad n$$

$$\delta\psi = -۳^{\circ} \text{ و } ۲۴' \text{ و } ۳۳''/۰$$

$$\frac{\delta\psi}{۲} = -۱^{\circ} \text{ و } ۴۲' \text{ و } ۱۶''/۵$$

$$\delta\psi = -۱۳^{m} \text{ و } ۳۸^{s}/۲۰$$

مختصات مطلوب ستاره

$$\theta = ۸۹^{\circ} \text{ و } ۰' \text{ و } ۴۱''/۳$$

$$\psi = ۱۴^{h} \text{ و } ۵۸^{m} \text{ و } ۳۶^{s}/۱۱$$

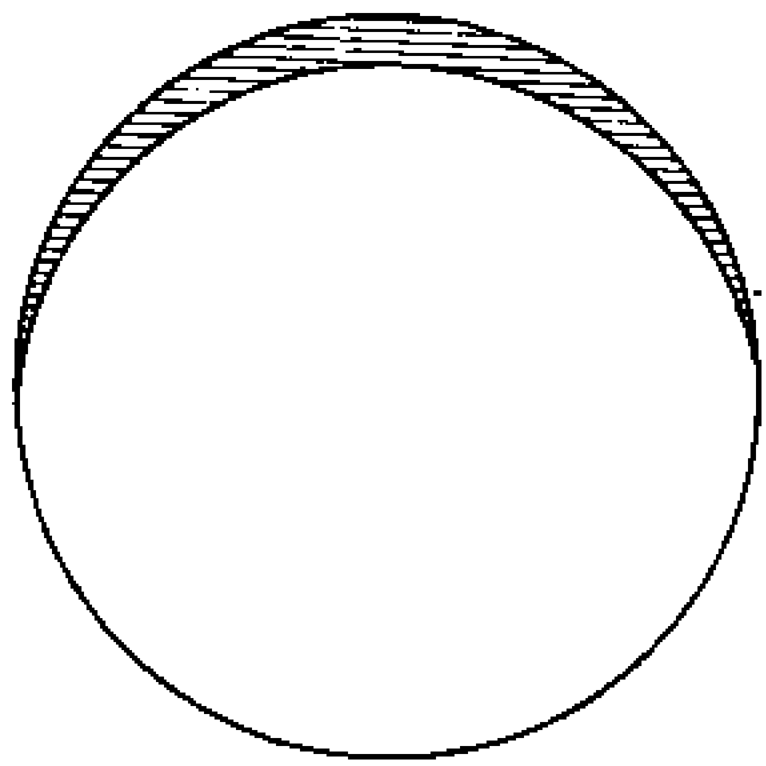
بطوریکه ملاحظه میشود دراین مسئله بااینکه x کوچك است ولی $\delta\psi$ کوچك نمی‌باشد واگر از فرمولهای (۵) استفاده شود جواب‌حاصل بکلی دوراز حقیقت بوده و خطای کمیت ψ متجاوز از ۳ درجه خواهد بود.

فصل سوم

منظرهٔ آسمان

۱٤ ــ منظره آسمان ــ اگر در صحرای بسیار وسیعی ایستاده باشیم و یاآنکه روی دریاهای بزرگ و یا اقیانوسها قرار گرفته باشیم می‌بینیم که سطح زمین ویا آب دریا درامتداد یکدایره به‌آسمان وصل شده است این‌دایره را افق حسی می‌نامند واگر در محلی که قرار گرفته‌ایم در اطراف ما ناهمواریها وکوهها وجود داشته باشند افق حسی از صورت دایره خارج شده و بشکل ناهمواریهای مورد دید ما درمیآید واگر دریکشب صاف بآسمان نگاه کنیم نقاط کم‌وبیش نورانی مشاهده میکنیم کەدرتمام جهات آسمان پراکنده‌اند وآنها راستاره می‌نامند و ملاحظه میکنیم که‌ازیك سمت آسمان‌بتدریج ستارگانی از افق ظاهر شده و باصطلاح طلوع میکنند و مرتبا فاصله آنها از نقطه ظهورزیادتر میشود یعنی در سطح آسمان حرکت مینمایند ستارگان بالای‌سرمانیز همگی حرکت‌میکنند ولی چون حرکت آنها بطوردسته‌جمعی است و فاصله آنها نسبت بهم تغییر نمیکند و علاوه‌براین سرعت زاویه حرکت آنها کم است بنابراین حرکت آنها بچشم محسوس نیست اما‌اگر هریك از آنها را از وقتیکه از افق ظاهر میشوند درنظر بگیریم ملاحظه میکنیم که پس‌اززمانی مسافت نسبتاً زیادی از افق دور شده است ازطرفدیگر درسمت مقابل سمت فوق‌الذکرمی‌بینیم که مرتباً ستارگان بافق نزدیك شده و نامرئی میشوند وباصطلاح غروب میکنندتعدادی‌ازاین ستارگان فاصله زمان بین طلوع‌وغروبشان خیلی کم‌است حتی ممکن‌است ستارگانی راببینیم که چند دقیقه پس‌از طلوع غروب نمایند وضمناً مشاهده میکنیم که عده‌ای از ستارگان همواره‌بالای افق هستند وهرگز طلوع و غروب‌نمیکنند وفقط درطول مدت شب محل خودرا درآسمان‌تغییر میدهند علاوه‌بر ستارگان جسم روشن

بزرگتری باسم ماه نیز در اغلب شبها در آسمان‌دیده میشود که گاهی بشکل هلال است یعنی بشکل سطحی است که‌از تماس یك دایره و یك بیضی ایجاد میگردد (شکل ۲۱ قسمت هاشور خورده) ودرشبهای بعد بتدریج عرض هــلال روشن افزوده میشود و بالاخره بشکل‌نیمدایره درمیآید. بعدازآن سطح قسمت روشن زیادتراز نیمدایره شده و بشکل‌قسمت هاشورنخورده‌شکل ۲۱درمیآید وبهمین‌ترتیب هرشب بسطح روشن ماه افزوده میشود تابشکل سطح کامل یك‌دایره درآید وازآن‌ببعد عکس این حالات حــادث میشود تاوقتیکه بکلی سطح آن تاریك شده و نا پدید گردد ولی در شبهای بعد مجدداً بصورت



(شکل ۲۱)

هلال بسیار باریکی ظاهر خواهد شد و این‌مناظر مرتباً تکرار میگردد. همچنین ملاحظه میشود درمواقعی کهماه بصورت هلال بوده وقسمت روشن آن درحال نمو است آنرا اوائل شب درحوالی افق می‌بینیم و مشاهده میکنیم کهمتدرجاً بافق نزدیك شده و غروب میکند و در شبهای بعد بتدریج زمــان غروب ماه بتأخیرمیافتد و بالاخره هنگامیکه ماه بصورت دایرهٔ تمام درمیآید اوائل شب طلوع کرده وهنگام‌صبح‌غروب میکند وازاین‌ببعد زمان طلوع آن مرتباً بتأخیر میافتد. درهرحال دیده میشود که ماه‌نیز مانند ستارگان طلــوع و غــروب دارد. همچنین خورشید نیز طلوع و غروب میکند وازلحظه طلوع خورشید تاوقت غروب آنرا روز نامند و درهنگام روز بعلت نور زیاد خورشیدستارگان دیده‌نمیشوند. از زمان غروب‌خورشید تاوقت طلوع آنرا شب گویند.

آنچه از مشاهدات فوق بنظر میرسد اینستکه کهتمام‌اجرام سماوی دریکجهت بدور زمین میگردند واین حرکت را حرکت یومی نامند.

علاوه‌برماه و خورشید و ستارگان در اغلب ازمواقع‌سال شبهادرآسمان نوار سفیدرنگی دیده میشود که تقریباً در سرتاسر آسمان کشیده‌شده ودربعضی‌جاها باریك بوده درجاهای‌دیگر پهن است و دربعضی ازقسمتها دو نوار نزدیك‌بهم‌دیده میشود وحتی در برخی از قسمتها نوار مذکور ازچند نوارنزدیك بهم تشکیل شده‌است.این نوار روشن سفیدرنگ را کهکشان‌میگویند واگر با یك دوربین‌قوی بآن نگاه کنیم‌می‌بینیم که‌این نوار تشکیل‌شده‌است از اجتماع تعداد بیشماری از ستارگان که نزدیك‌بهم قرار دارندوچون زاویه مابین شعاعهای دید که‌بدوستاره مجاورهم واصل میشود بسیار کوچك است باچشم غیرمسلح این نقاط نورانی منطبق برهم دیده‌شده و مجموعهٔ آنها بشکل یك نوارنورانی‌مشاهده‌میشود. درحقیقت‌کهکشان مجموعه‌ای از میلیونها ستاره است واین مجموعه تقریباً بشکل‌یك عدسی نازك باابعاد بسیار بزرگ میباشد و خورشید نیز ستاره‌ای ازاین مجموعه است وزمین ما درنقطه‌ای در درون این عدسی قرار دارد واگر توزیع ستارگان را در داخل حجم‌کهکشان‌بطور یکنواخت درنظربگیریم‌هنگامیکه درامتداد صفحه تقارن این مجموعه ویا درامتدادهای مجاورآن بفضا نگاه کنیم درامتداد شعاعهای دید ما تعداد بسیار زیادی ستاره قرارمیگیرد که فاصلهٔ زاویه‌ای‌آنها بسیار کوچك بوده وآنهارا رویهم منطبق می‌بینیم،یعنی‌تراکم‌ستارگان درامتداد صفحه تقارن کهکشان زیادتر بنظر میرسد و ستارگان متراکم‌شده‌را بشکل‌یك‌نوار نورانی دایره‌شکل خواهیم دید و تراکم ستارگان در وسط نوار بیشتر است بطوریکه‌درآنجا تفکیك ستارگان حتی بادوربین هم مشکل است و هرچه بلبه نوار نزدیك‌تر شویم‌تراکم کمتر بوده و حتی در حاشیه نوار باچشم غیرمسلح‌هم ستارگانی که بسیار نزدیك‌بهم‌قرارگرفته‌اند تشخیص داده میشوند و بالاخره اگر درجهتی که‌با صفحه تقارن کهکشان زاویه قابل‌ملاحظه‌ای تشکیل دهد بفضا نگاه‌کنیم تعداد ستارگانی که‌در امتداد شعاعهای دید در جهات‌مختلف قرار میگیرد کمتر خواهد شدوبصورت ستارگان پراکنده دیده میشوند و بخصوص‌اگردرامتداد عمود بر صفحه تقارن کهکشان بفضا نگاه‌کنیم شعاع دید ما بندرت بستارگان این‌مجموعه برخورد میکند ودراین قسمتهاستارگان کمتری دیده میشود. وچنین استنباط میگرددکه‌تمام ستارگانیکه بطور پراکنده در آسمان دیده

میشوند همه جزء کهکشان میباشند.

علاوه‌بر اجرام فوق درآسمان نقطه‌های‌روشنی شبیه ستارگان دیده میشوندکه‌مانند لکهٔ بسیار کوچك بوده و همجنس بانوار کهکشان بنظر میرسند وآنها را سحابی مینامند قدما پنج‌عدد سحابی که‌با چشم قابل رویت است‌می‌شناختند ولی باکمك‌دوربین‌های قوی‌امروزه معلوم شده‌است که اولاً هرکدام از سحابی‌هامانند کهکشان مجموعه‌ای از تعداد بینهایت زیاد ستاره میباشند وهریك کهکشانی جداگانه‌اند ثانیاً تعداد سحابی‌ها بسیار زیاد است که در کاتالگهای کهکشان‌ها مختصات‌ومشخصات‌آنهارا‌ثبت کرده‌اند وهرقدر که‌تلسکوبهای قوی‌تری ساخته شود تعداد کهکشانهای بیشتری درآسمان کشف میشود و حتی محقق شده است که عده‌ای ازاین سحابیها خود مجموعه‌ای از تعداد زیادی‌کهکشان میباشند وآنها راتوده کهکشان‌مینامند.

۱۵ ــ قدر ستارگان ــ قدما ستارگان راازروی اثر روشنائیشان برچشم ناظر بشش طبقه تقسیم میکردند واین طبقات را قدر یا عظم‌ستاره نامیده‌اند و ستارگانیکه ازهمه درخشانتر بودندستارگان‌قدراول نامیدند وستارگانی‌را که‌پرتوشان ازهمه کمتر بود جزء قدر ششم قرار دادند و بقیه را برحسب مقدار پرتوشان بین۱ و ٦ طبقه‌بندی میکردند و ستارگانی را که پرتوشان ازقدر ششم نیز کمتر تشخیص‌میدادندستارگان تاریك مینامیدند این ستارگان با چشمهای خیلی قوی بزحمت قابل رؤیت بوده‌واغلب مردم از دیدن آنها عاجز بودند بهمین دلیل آنها را تاریك میگفتند البته این‌طبقه‌بندی‌نظری بوده و وسیله اندازه‌گیری برای آن نداشتند فقط با تعلیم و تمرین زیاد قادر به تمیز یك طبقه از طبقه دیگر میشدند درکاتالگهای‌ستارگان که‌بمنظور شناختن وتعیین‌محل آنان ازقدیم‌الایام تنظیم شده‌است همواره قدر ستارگان را نیز درج میکردند قدیمترین‌کاتالگی که‌از قدما دردست‌است کاتالگ‌ابرخس (هیپارك) است که حدود ۱۵۰ سال قبل ازمیلاد میزیسته‌است نامبرده هنگامیکه یك ستاره متغیر انفجاری را در آسمان مشاهده کردتصمیم گرفت که کاتالگی شامل تمام ستارگان مرئی تهیه کند برای آنکه بتواند اشیاء جدید آسمانی‌را تشخیص دهد یعنی ملاحظه کند که آیا

ستارگانی که می‌بینند همواره همانهاست که‌قبلاً دیده است ویاستارگان جدیدی میباشند که‌قبلاً درآسمان وجود نداشته‌اند و بتازگی ظاهرشده‌اند و نوع آنها را تشخیص دهد و همچنین دریابد که‌آیا ازستارگان قبلی چیزی کم میشود یانه (ستاره متغیر انفجاری ستاره‌ایست که یکمرتبه پرتو آن درحدود ۱۰ قدر زیادشده‌وپس‌از مدتی دوباره بحالت اول برمیگردد و ستاره انفجاری که هیپارك یکباره ظهور آنراملاحظه کرد از قدر خیلی پائین‌تر از ۶ قدر بوده و بنابراین برای چشم غیر مسلح نامرئی‌بوده است ولی وقتیکه پرتو آن یکباره زیاد شده جزء دسته ستارگان مرئی قرار گرفته وهیپارك آنرا مشاهده نموده است ولی پس از مدتی دوباره پرتوش کم شده و نامرئی‌گردیده‌است. دورهٔ خاموشی این قبیل ستارگان اغلب طولانی است و حتی بچندقرن هم میرسد) کاتالك هیپارك شامل تمام ستارگانی است که دراسکندریه محل سکونت وی باچشم غیرمسلح‌قابل رؤیت میباشند. کاتالگ مزبور بوسیله بطلمیوس که‌درحدود ۱۵۰ بعداز میلادمیزیسته‌بنام مجسطی نقل شده است و شامل ۱۰۲۲ستاره میباشد و ۵ عدد ازآنها سحابی است این‌کاتالگ‌دراوائل قرن نهم میلادی بنام کتاب المجسطی بعربی ترجمه شده و اروپائیان از روی این کتاب ازوجود کاتالگ هیپارك مطلع شده‌اند و آنرا مأخذ مطالعات نجومی خود قرار داده‌اند.عبدالرحمن‌بن صوفی نیز در کتابی بنام الصور (قرن دهم میلادی) کاتالگ بطلمیوس را نقل کرده‌است ولی‌کتاب الصورباالمجسطی هم در شماره و هم در تعیین قدر وهم جهات دیگرستارگان اختلاف دارد. درالمجسطی ستارگان برحسب قدرشان مرتب شده‌اند از قدر اول تاقدر ششم بدین ترتیب ۱۵ ستاره قدر اول ٤۵ دوم ۲۰۸ سوم ٤۷٤ چهارم ۲۱۷ پنجم ٤۹ ششم۹ تاریك و ۵ سحابی ابن صوفی ستارگان قابل رصد را ۱۰۱٤ نوشته است بدین ترتیب ۱۵عددقدر اول ۳۷ عدد دوم ۲۰۰ عدد سوم ٤۲۱ عدد چهارم‌و ۲۶۷ عدد پنجم و۷۰ ششم و ٤ سحابی‌درحقیقت کتاب الصور تجدید نظری است در المجسطی وابن صوفی خود ستارگان را رصدکرده و قدر آنها را بانظر شخصی تعیین‌نموده است و احتمالاً قادر به رؤیت و تشخیص‌ستارگان کم‌نور نبوده‌است.

روش تشخیص قدر بوسیله چشم از روزاول قرارداد تا ۱۵۰۰ سال رواج داشته است و ازروی مقایسه دوبدوی ستارگان قدر آنها راتعیین میکردند.پس‌از اختراع‌دوربین وتلسکوپ نیز این‌طریقه تخمین قدر تعمیم یافت یعنی‌بوسیله تلسکوپ‌ها ستارگان قدرهای بالاتر از قدر ششم را نیز رصد نموده و طبقه‌بندی کردندوهرچقدربقدرت تلسکوپهاافزوده میشدستارگان بیشتری را درقدرهای بالاتر کشف مینمودند در کاتالگ Bonner Durchmusterung (۱۸۶۲ تا ۱۸۵۹) که بوسیله Argelander و همکارانش رصد و تدوین شده است قدر ستارگان رصد شده را با همین‌طریقهٔتخمین تعیین نموده‌اند. کاتالگ مزبور شامل ۳۲۴۱۸۸ ستاره مربوط به نیمکره شمالی‌آسمان‌میباشد. Schönfeld کاتالگ مزبور را بسط داده و ۱۳۳۶۵۹ ستاره مربوط به نیمکره‌جنوبی تا عرض ۲۳° جنوبی را رصد کرده و به‌آن افزوده است. کاتالگ (Cordoba Durchmusterung) که بوسیله Thome تنظیم‌شده‌است شامل ستارگان کاتالگ قبل و تعدادی‌ستارگان جنوبی‌تر تا عرض ۶۱° جنوبی‌میباشدو جمعاً حاوی ۵۸۰۰۰۰ ستاره میباشد.

W. Herschel در ۱۷۹۶ میلادی طریقه عملی درجه‌بندی مقایسه‌ای قدر را بنا نهاد اساس طریقه هرشل برروی حد حساسیت چشم‌بنا شده‌است یعنی هرگاه اختلاف فروغ دوستاره خیلی کم باشد چشم نمیتواند اختلاف فروغ‌آنهارا حس کند و هردورا بایك فروغ مشاهده میکند اگر اختلاف فروغ دو ستاره درست‌بهمان‌اندازه باشد که چشم بتواند اختلاف آندورادرك نماید میگویند قدر این‌دوستاره یکواحداختلاف‌دارد واگر اختلاف فروغ دو ستاره بقسمی‌باشد که بتوان حداکثر یك فروغ دیگر مابین‌آندوتشخیص داد اختلاف آنها را دو واحدمیگیرند بدینطریق ممکن‌است ستارگان را دوبدومقایسه‌نمود و قدر آنها را تعیین نمود. دراین طریقه عملی نیز مانند قدما قدر روشنترین ستارگان‌رایك اختیار نموده‌اند و بدینطریق قدر سایر ستارگان را برحسب آن مشخص مینمایند. این‌روش مقایسه ستارگان اکنونهم بوسیله راصدین ستارگان متغیر بکار میرود.

Argelander باروش درجه‌بندی مقایسه‌ای قدر تمام ستارگـان آسمان مربوط بهردو نیمکره را که باچشم غیر مسلح مرئی‌میباشند تعیین‌نمود و نتیجه آنرا در کاتالگ L'uranometria nova (۱۸٤۳ میلادی) که مشتمل بر ۳۲۵٦ ستاره میباشد منتشر نمود.

مقیاس درجه‌بندی هرشل در قدرهای بالابا مقیاس‌دقیق علمی قدر که بعداً توضیح داده میشود مغایرت دارد یعنی ستاره‌ایکه با روش‌هرشل از قـدر بیستم تشخیص داده میشـود درحقیقت از قدر دوازدهم میـباشد معذالك کـاتالگ L'uranometria nova که‌درآن قدر ستارگان تا قدر ٦ بطریقه هرشل‌تعیین شده است مأخذ مقیاس علمی قرار گرفته است یعنی مبدء مقیاس علمی را بطوری انتخاب کرده‌اند که قدر ستارگان با مقیاس علمی باقدر ستارگان این کاتالگ حداکثر توافق را داشته‌باشد.

و ضمناً متذکر میشود که کاتالگ‌مزبوربطور کلی با کاتالگ مجسطی ازلحاظ قـدر ستارگان هم‌آهنگی نسبتاً خوبی دارد. برای توضیح مقیاس علمی قدر ستارگان قبلاً چند تعریف زیر را یادآور میشویم :

فروغ ستاره(۱) ــ فرض کنیم یك منبع نورانی داشته باشیم روشنائی(۲) این منبع دریك نقطه از فضا متناسب است با مقدار انرژی نورانی که درواحد زمان ازطرف منبع نورانی بر واحدسطح عمود بر مسیر نور درآن نقطه می‌تابدوهمچنین‌متناسب است با شدت نورمنبع و باعکس مجذور فاصله منبع تاآن نقطه و بنابتعریف روشنائـی‌یك ستاره ویا یك‌منبع نورانی را در شبکیه‌چشم فروغ ظاهری ستاره ویا منبع مذکور نامندکه،آنرا بحرف e نمایش میدهیم.

قدر ستاره(۳) ــ قدر ستاره کمیتی است متناسب با مقدار احساس چشم از فروغ ستاره و احساسی کەدراثر نور روی اعصاب حاصل میشـود طبق قانون فیزیـولژیك (Fechner)

---

۱ — *Éclat stellaire; Brightness of stars* ۲ — *Éclairement; Illumination*

۳ — *Magnitude stellaire : Magnitude of stars*

میباشد و بموجب این قانون تغییرات احساس با تغییر فروغ نسبت مستقیم و با مقدار فـروغ نسبت معکوس دارد یعنی اگر فروغ ستاره ای e بوده و بمقدار کوچك de نمو کند اگر تغییر قدر ستاره را به dm نمایش دهیم میتوان نوشت :

$$dm = h\frac{de}{e}$$

و ازآن حاصل میشود :

$$m = hLe + m_{\circ} = K \log e + m_{\circ}$$

هرشل درسال ۱۸۳۰ با بکار بردن فتومتر و اندازه‌گیری نسبت فروغ ستارگان معلوم کرد که فروغ ستاره قدر اول ۱۰۰ برابر فروغ‌ستاره قدر ششم است و اگر فروغ ستاره قدر ششم را ε بگیریم خواهیم داشت:

$$۶ = K \log \varepsilon + m_{\circ}$$

$$۱ = K \log ۱۰۰ \ \varepsilon + m_{\circ}$$

واگر رابطه دوم را از رابطه اول کم کنیم نتیجه میشود که:

$$K = -۲/۵$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$m = m_{\circ} - ۲/۵ \ \log e$$

ازفرمول فوق مقیاس اندازه‌گیری قدر ستارگان بدست‌میآید این‌مقیاس را Pogson در ۱۸۵۰ برای اندازه‌گیری قـدر ستارگان براساس تعیین فروغ آنان پیشنهاد نمود . در فرمول فوق $m_{\circ}$ مقدار ثابت دلخواهی است واگر بآن اعداد مختلف نسبت دهیم مقیاسهای مختلفی ازآن بدست‌میآید ولی برای‌آنکه‌مقیاس‌حاصل حتی‌الامکان با مقیاس قراردادی قدما منطبق باشد مقدار $m_{\circ}$ را عددی انتخاب کرده‌اند که قدرهای ستارگان که از روی فرمول فوق نتیجه میشود باقدرهای تعیین شده در کاتالگ Bonner Du rchmustrung درمقادیر مابین ٤ تا ۸ قدر بهترین توافق ممکنه راداشته‌باشند و اکنون قدر ستارگان را بوسیله تعیین فروغ نسبی ستارگان با فتومترهای مختلف باروشهائیکه که بحث درآن دراین کتاب مورد ندارد از فرمول فوق بدست میآورند و مقادیرآنرا تا ۱ یا ۲ رقم اعشار تعیین میکنند و آنرا قدر ظاهری ستارگان نامند.

قدر مطلق ــ قدر مطلق[1] هر ستاره عبارتست از قدر آن ستاره درصورتیکه در فاصله ۱۰ پارسك ازما قرار داشته باشد (اگر قطعه‌خطی بطول نیم قطر مدار گــردش زمین بــدور خورشید درنظر گرفته ودرامتداد عمود منصف‌این قطعه بفاصله‌ای دورشویم که از آنجا قطعه خط مذکور با زاویه‌ای برابر بایك‌ثانیه دیده شود این‌فاصله‌رایك‌پارسك نامندومقدار آن‌درحدود $۱۰^{۱۲} \times ۳۰/۸٤$ کیلومتر میباشد) اگر فاصله‌ستارهٔ مفروض را به r نشان‌داده و فروغ‌آنرا e بگیریم و فروغ همین ستاره را وقتیکه درفاصله ۱۰ پارسك قرار دارد بــه E نمایش دهیم و m و M بترتیب قدر ظاهری و قدرمطلق‌ستاره باشد بترتیب خواهیم‌داشت:

$$m = m_{\circ} - ۲/۵ \log e$$

$$M = m_{\circ} - ۲/۵ \log E$$

واز تفریق این روابط حاصل میشود :

$$M = m - ۲/۵ \log \frac{E}{e}$$

وازطرفی بموجب تعریف روشنائی و فروغ اگرشدت نور ستاره I باشد داریم:

$$e = \frac{KI}{r^{۲}} \quad و \quad E = \frac{KI}{۱۰^{۲}}$$

و از آنها حاصل میشود :

$$\frac{E}{e} = \frac{r^{۲}}{۱۰^{۲}}$$

در فرمولهای فوق r برحسب پارسك میباشد وبالاخره خواهیم داشت:

$$M = m - ۲/۵ \log \frac{r^{۲}}{۱۰^{۲}}$$

$$M = m - ۵ \log r + ۵$$

پس هرگاه قدر ظاهری ستاره‌ای دردست‌باشد بادانستن فاصله آن تازمین قدر مطلق آن بدست میآید و بالعکس اگر قدر مطلق آن‌معلوم‌باشد فاصله‌اش تازمین بدست خواهدآمد.

۱ــ *Magnitude absolue ; Absolute magnitude* .

۱۶ــ ثوابت‌وسیارات صورفلکی ـ اگر مدتی مدید شبها به آسمان نگاه کنیم ملاحظه میکنیم‌که وضع نسبی ستارگان باستثنای‌چند ستاره‌تغییر نمیکندوهمواره‌نسبت بهم دریکوضع قرار دارند منتها منظره آسمان در ایام سال بتدریج‌عوض میشود یعنی اگرهمواره اول‌شب بآسمان نگاه‌کنیم پس ازیکی دوماه می‌بینیم ستارگانی‌که قبلا نزدیك افق مغرب بودندیگر دیده نمیشوند درعوض‌در طرف مشرق ستارگانی‌که قبلاپس ازپاسی از شب طلوع میکردند از همان اول شب‌در آسمان بالای افق‌قراردارندونزدیك صبح درافق مشرق ستارگانی ظاهر میشوندکه قبل از آن دیده نمیشدند واین عمل بهمین ترتیب ادامه دارد تا شش ماه و در این وقت ستارگانی‌که در اول‌شب دیده میشوند همه‌جدید هستند یعنی هیچیك ازستارگانیکه شش‌ماه قبل‌در اول‌شب‌درآسمان‌دیده‌میشدند وجودندارندولی ازافق‌مشرق‌بتدریج ستارگانیکه شش ماه قبل در افق مغرب بودند طلوع میکنند بطوریکه در آخرشب قبل از روشن شدن هوا وضع ستارگان تقریباً همــان وضعی است‌که در شش ماه قبل در اول شب نمایان بود وبالاخره پس از یکسال باز منظره آسمان در اول شب همــان منظره سال قبل خواهد بود وقدما چنین می‌پنداشتندکه خورشید محل خودرا درآسمان تغییر میدهد ودر جهتی مخالف جهت حرکت‌یومی در مدت یکسال‌یکدور دور زمین میگرددوبدین‌ترتیب‌تغییر منظره آسمان توجیه میگردید ومانیز این حرکت ظاهری خورشیدمی‌نامیم ولی بطوریکه بعداً خواهیم‌دید بعلت‌گردش زمین بدور خورشید تغییرمنظره آسمان پدید می‌آید ازتمام‌این مشاهدات‌روشن میگردد که وضع نسبی ستارگان ثابت است بدینجهت این ستارگان را ثوابت یا ایستاده نامند در قدیم آنها را ستارگان بیابانی نیز می‌نامیدند زیرا بوسیله آنها شبها در بیابان‌ویا روی دریا جهات چهارگانه مشخص شده و مسافران بواسطه آنها راهنمائی میشدند دربین همهٔ ستارگان فقط پنج ستاره است‌که باچشم غیرمسلح قابل رؤیت بوده و موضع خود رادر آسمان نسبت بسایرستارگان تغییرمیدهند وآنها را سیاره می‌نامند وسیاراتی‌که باچشم دیده میشوند و از قدیم الایام شناخته شده‌اندعبارتند ازعطارد، زهره، مریخ،مشتری، زحل ولی پس ازکشف دوربین های نجومی سیارات اورانوس ونپتون‌کشف گردیدند ویکی از منجمین ضمن‌تحقیق ومحاسبه درحرکت نپتون بوجودسیارهٔدیگری‌پی‌بردوباحساب‌محل‌آنرادرآسمان مشخص نمود . پس از انتشاراین مطلب منجم دیگری توانست با دوربین قوی خود سیاره مورد بحث را درهمان محل تعیین‌شده‌کشف نماید ونام آنرا پلوتون نهادند وسپس بتدریج تعداد بیشماری سیاره کشف گردید ولی حجم این سیارات نسبت به سیاراتیکه نامشان قبلا

ذکر شد بسیار کوچك است و بهمین دلیل آنهارا سیارات کوچك (Asteroïde) . درسال ۱۹۵۶ کاتالگی شامل مشخصات این سیارات منتشر گردیده‌است که حاوی ۱۶۱۶ سیاره‌است که تا آن تاریخ کشف شده‌اند .

چهارعدد از این سیارات که ابعادشان تاحدی قابل ملاحظه است عبارتند از: سرس (Cérés) ، پالاس (Pallas) ، ژونن (Junon) ووستا (Vesta) . سیارات همگی دور خورشید میگردند و زمان گردش هریك از آنها وابعداد آنهاوهمچنین مشخصات مدار آنها حساب‌شده ودرکاتالگ مربوطه درج گردیده است .

مدارات حرکت ماه وسیارات در داخل نواری از آسمان بشکل تاج کروی بپهنای ۱۷° قراردارند ، یعنی درهیچ زمانی سیارات و ماه درخارج از این نوار در آسمان دیده نمیشوند ، این نوار را منطقةالبروج مینامند.

صور فلکی ــ قدما برای آنکه وضع نسبی ستارگان و محل هر یك از آنها در آسمان مشخص شود وهرناظری‌بتواند ستاره موردنظر را درآسمان بیابد آنهارا به گروههائی‌تقسیم نموده‌اند باین طریق‌که چند ستاره مجاور هم را در نظر گرفته وخطوطی فرضی در داخل واطراف آنها تصور مینمودند بطوریکه این خطوط وستارگان مذکور پیکریك شیئی یایك حیوان ویاشکل انسان ویا مجموعه ای از این قبیل را مجسم نماید و هردسته را یك پیکر آسمانی ویا صورت فلکی میگفتند وبرای پیکرنامی که‌مبین اشکال تصوری آن پیکرباشد گذارده‌اند مثلا نام خرس بزرگ حاکی است که خطوط تصوری و ستارگان مربوط باین پیکرشکل یك‌خرس بزرگ را مجسم‌مینماید.برای اشاره به ستاره‌ای مثلامیگفتند ، ستاره‌ای که بردست ویاپا ویاسر فلان پیکرقرار دارد تامحل آن ستاره مشخص شود . در شکل۲۲ وضع ستارگان تمام پیکرهای آسمانی بدون ترسیم‌شکل تصوری قدما در ۴ تصویر نشان‌داده شده است .

قدما برای ستارگانیکه در تمام مدت سال در اسکندریه قابل رویت هستند ۴۸پیکر آسمانی تعیین نموده‌اند واینك ما در جداول زیر نام فارسی وعربی وتعداد ستارگان‌مربوط بهرپیکررا درقدرهای مختلف بهمان شکل‌که در کتاب التفهیم‌لاوائل صناعة التنجیم تألیف ابوریحان بیرونی ذکرشده است درج نموده‌ایم وضمنا نام لاتینی‌پیکرهانیزد دراین جداول نوشته شده است . جداول ابوریحان بامجسطی بطورکلی‌توافق داردفقطدرسه مورد اختلاف جزئی موجود است ، یکی‌آنکه یك ستاره راکه مجسطی جزء قدرسوم ذکرکرده ابوریحان

جزء قدر چهارم‌دانسته است و بدین‌طریق تعداد ستارگان قدرهای سوم بنابرعقیده ابوریحان بترتیب ۲۰۷ و ۴۷۵ میباشد دوم آنکه تعدادستارگان قدر ششم را دو عدد بیش ازمجسطی یعنی ۵۱ عددمیداند ، سوم آنکه تعدادستارگان تاریك را یکی بیشتر از مجسطی یعنی ۱۰ عدد ذکر نموده است وضمناً متذکر میگردد که برحسب نوشته ابوریحان واضع پیکرهای آسمانی اراطس (Eratosthéne) منجم وریاضی دان معروف یونان است که در ۲۷۶ قبل از میلاد متولد شد ودر ۱۹۴ قبل از میلاد وفات یافت ولی بطور محقق معلوم نیست که آیا واقعاً این شخص خود طراح اولیه بوده و یا آنکه این طرحها ازکارهای نجومی کلدانیان یا ایرانیان ویا مصریان قدیم بوده وتامبرده اقتباس کرده و تکمیل نموده است . عده‌ای از ستارگان در خارج از پیکرها قرار دارند و به ستارگان بیرون از پیکر معروف بوده و به پیکر مجاور خود منسوب میگردند . متاخرین نیز برای مشخص کردن ستارگان قابل رؤیت با چشم غیرمسلح از همان پیکرها استفاده نموده‌اند و ضمنا ۴۰ پیکر دیگر نیز بآن افزوده‌اند.عده‌ای از این‌پیکرهااز ستارگان بیرون از پیکرهای‌قبلی ساخته شده‌اند وبقیه مربوط به ستارگان قطب جنوب سماوی است و چون برای طراحان اولیه پیکرهای آسمانی که احتمالا درکلده ویاایرانویامصرویا یونان ساکن‌بوده‌اند‌این ستارگان‌قابل‌رؤیت‌نبوده‌اند بنابراین‌بوجودآنها پی نبرده‌اند و برای رؤیت همه این‌ستارگان‌باید ناظردرنیمکره‌جنوبی زمین و یاحداکثر درخط استوا ساکن باشد .

منجمین برای مشخص نمودن هرستاره‌ازپیکرهای مختلف تمام ستارگان یك پیکررا از نظرفروغ بترتیب‌نزولی مرتب‌کرده وبترتیب‌یکی ازحروف الفبای قدیم یونانی α، β، γ، δ، ε، η، θ وغیره را بآنها منسوب میمنودند و این حروف را در جلو پیکر مربوطه قرار میدادند مثلا ستاره α.Ursae Minoris روشنترین ستاره پیکر خرس کوچك است وستاره‌ایست از قدر دوم وآنراستاره قطبي وياجدي ميخوانند . ولی این طبقه بندی‌مربوط بچندین قرن قبل است واکنون این قرار داد در مورد بعضی از ستارگان مطابقت نمیکند مثلا روشنترین ستارهٔ پیکرخرس بزرگه ستاره ε از این‌پیکر است ونه ستاره α وهمچنین ستاره (β.Geminorum) از صورت دو پیکر کمی روشنتر از ستاره α از این صورت فلکی است ، علت این اختلافات یکی آنستکه قدماوسیله‌ای برای اندازه‌گیری دقیق فروغ ستارگان نداشتند وضمنا بعضی ازستارگان فروغشان متغیر است واز طرف دیگرممکن‌است در بعضی موارد قاعده دیگری غیراز روش طبقه بندی فوق الذکر بکار برده باشند.

فهرست اسامی صور فلکی بموجب نوشته ابوریحان

شماره پیکرها	نام فارسی پیکرها	اسامی عربی صورتها	تعداد ستارگان پیکرهای شمالی آسمان: قدر ١	قدر ٢	قدر ٣	قدر ٤	قدر ٥	قدر ٦	تاریك	ابری	جمع	اسامی لاتین صورتها
١	خرس کوچك	دب اصغر		٢	١	۴					٧	Ursa Minor
	بیرون از خرس کوچك	خارج دب اصغر				١					١	
٢	خرس بزرك	دب اکبر		۶	٨	٨	٥				٢٧	Ursa Major
	بیرون از خرس بزرك	خارج دب اکبر			١	٢	١		۴		٨	
٣	اژدها	تنین			٨	١۶	٥	٢			٣١	Draco
۴	قیفاوس	قیفاوس			١	٧	٣				١١	Cepheus
	بیرون از قیفاوس	خارج قیفاوس				١	١				٢	
٥	عوّا	عوّا			۴	٩	٩				٢٢	Boötes
	بیرون از عوّا	خارج عوّا یا سماك رامح	١								١	Arcturus
۶	کاسه یتیمان	فکه یا اکلیل		١		٥	١	١			٨	Corona Borealis
٧	برزانو نشسته	جاثی علی رکبتیه			۶	١٧	٢	٣			٢٨	Cassiopeia
	بیرون از بر زانو نشسته	خارج جاثی علی رکبتیه					١				١	
٨	چنگ رومی	شلیاق یا کشف	١		٢	٧					١٠	Lyra
٩	ماکیان	دجاجه		١	٥	٩	٢				١٧	Cygnus
	بیرون از ماکیان	خارج دجاجه				٢					٢	
١٠	خداوند کرسی	ذات الکرسی			۴	٦	١	٢			١٣	Hercules
١١	برنده سر دیو	برساوس یا حامل راس الغول		٢	٥	١٦	٢			١	٢٦	Perseus
	بیرون از برنده سردیو	خارج حامل راس الغول					٢		١		٣	
١٢	گیرنده عنان	ممسك العنان	١	١	٢	٧	٢	١			١٤	Auriga
١٣	مارافسای	حوّا			٥	١٣	٦				٢٤	Ophiuchus

فهرست اسامی صور فلکی بموجب نوشته ابوریحان

شماره			قدر ۱	قدر ۲	قدر ۳	قدر ۴	قدر ۵	قدر ۶	تاریک	ابری	جمع	
	بیرون از مارافسای	خارج حوا				۵					۵	
۱۴	مار	حیة‌الحوا			۵	۱۲	۱				۱۸	Serpens
۱۵	تیر	سهم				۱	۳	۱			۵	Sagitta
۱۶	عقاب	عقاب		۱	۴	۱	۳				۹	Aquila
	بیرون ازعقاب	خارج عقاب			۴	۱	۱				۶	
۱۷	دلفین	دلفین			۵	۲		۳			۱۰	Delphinus
۱۸	پارهٔ اسب	فرس اول						۴			۴	Equuleus
۱۹	اسب دوم	فرس ثانی		۴	۴	۹	۳				۲۰	Pegasus
۲۰	زن بازنجیر	المرأة‌المسلسله			۴	۱۵	۴				۲۳	Andromeda
۲۱	سه سو	مثلث			۳	۱					۴	Triangulum
	مجموع		۳	۱۸	۸۱	۱۷۷	۵۸	۱۲	۵	۱	۳۶۰	

شمارهٔ پیکرها	نامهای فارسی پیکرها	اسامی عربی صورتها	ستارگان پیکرهای منطقة‌البروج قدر ۱	قدر ۲	قدر ۳	قدر ۴	قدر ۵	قدر ۶	تاریک	ابری	جمع	
۱	بره	حمل			۲	۴	۶	۱			۱۳	Aries
	بیرون از بره	خارج حمل			۱	۱	۳				۵	
۲	گاو	ثور	۱		۶	۱۱	۱۳	۱			۳۲	Taurus
	بیرون‌ازگاو	خارج ثور				۱	۱۰				۱۱	
۳	دو پیکر	توامان یاجوزا		۲	۵	۹	۲				۱۸	Gemini
	بیرون ازدو پیکر	خارج جوزا				۳	۴				۷	
۴	خرچنگ	سرطان				۷	۱			۱	۹	Cancer
	بیرون ازخرچنگ	خارج سرطان				۲	۲				۴	

فهرست اسامی صور فلکی بموجب نوشته ابوریحان

Leo	۲۷			۴	۵	۸	۶	۲	۲	اسد	شیر	۵
	۸		۳		۴	۱				خارج اسد	بیرون از شیر	
Virgo	۲۶			۲	۱۰	۷	۶		۱	عذراء یاسنبله	دوشیزه،اخواسته یا خوشه	۶
	۶			۲	۴					خارج سنبله	بیرون ازخوشه	
Libra	۸				۲	۴		۲		میزان	ترازو	۷
	۹			۱	۲	۵	۱			خارج میزان	بیرون ازترازو	
Scorpius	۲۱				۲	۵	۱۳	۱		عقرب	کژدم	۸
	۳	۱			۲					خارج عقرب	بیرون از کژدم	
Sagittarius	۳۱	۱	۲		۸	۹	۹	۲		رامی یاقوس	نیم اسب یاکمان	۹
Capricornus	۲۸			۶	۹	۹	۴			جدی	بزغاله	۱۰
Aquarius	۴۲			۱	۱۳	۱۸	۹		۱	ساکب الماء یادلو	ریزنده آب یادول	۱۱
	۳					۳				خارج دلو	بیرون از ریزنده آب	
Pisces	۳۴			۷	۳	۲۲	۲			سمکه یاحوت	ماهی	۱۲
	۴					۴				خارج حوت	بیرون ازماهی	
	۳۴۹	۳	۵	۲۵	۱۰۵	۱۳۳	۶۴	۹	۵		مجموع	

	جمع	ستارگان پیکرهای نیمکره جنوبی آسمان								اسامی عربی صورتها	نامهای فارسی پیکرها	شماره پیکرها
		ابری	تاریک	قدر ۶	قدر ۵	قدر ۴	قدر ۳	قدر ۲	قدر ۱			
Cetus	۲۲				۴	۸	۱۰			قیطس	قیطس دریا	۱
Orion	۳۸		۵	۳	۱۵	۱	۸	۴	۲	جبار	بزرگ منش	۲
Bridanus	۳٤				۲	۲۶	۵		۱	نهر	جوی	۳

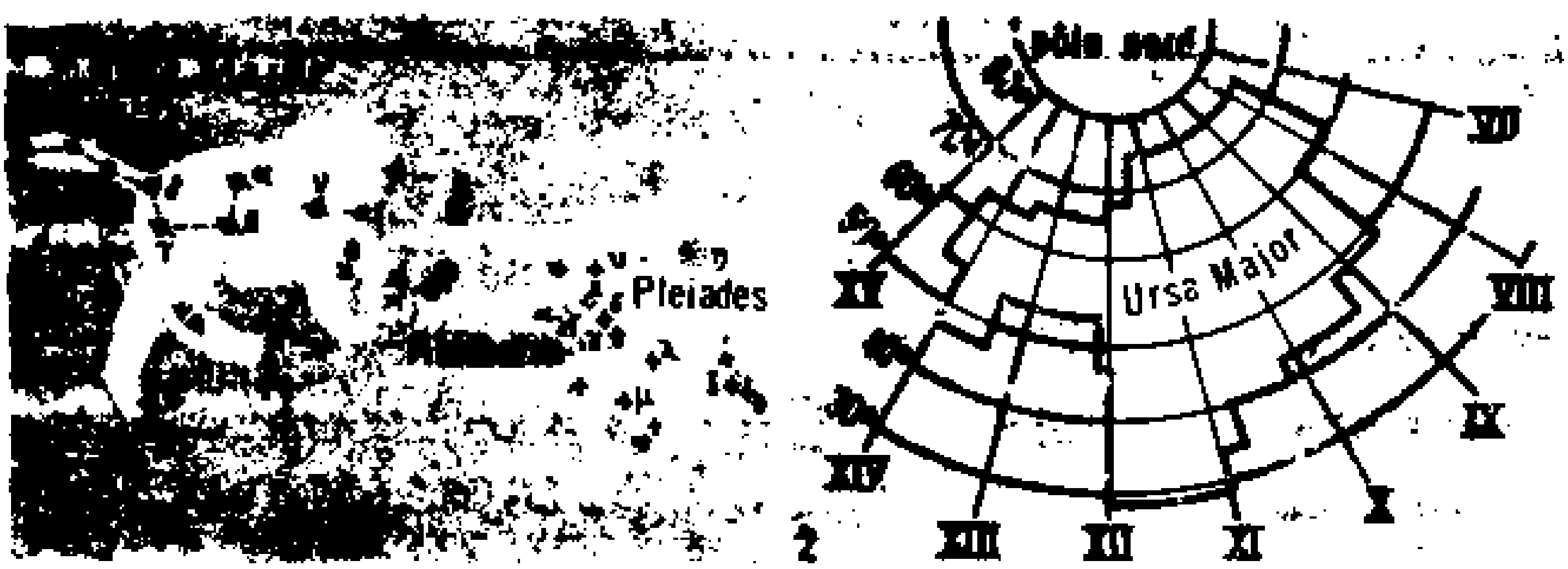
فهرست اسامی صور فلکی بموجب نوشته ابوریحان

۴	خرگوش	ارنب			۲	۶	۴				۱۲	Lepus
۵	سگ بزرگ	کلب اکبر	۱		۵	۵	۷				۱۸	Canis Major
	بیرون از سگ	خارج کلب اکبر		۲		۹					۱۱	
۶	سگ پیشین	کلب مقدم	۱			۱					۲	Canis Minor
۷	کشتی	سفینه	۱	۶	۱۰	۲۰	۷	۱			۴۵	Carina
۸	مار باریک	شجاع		۱	۳	۱۹	۱	۱			۲۵	Hydra
	بیرون ازمار باریک	خارج شجاع			۲						۲	
۹	پیاله یاجام	کاس یاباطیه				۷					۷	Crater
۱۰	کلاغ	غراب			۵	۱	۱				۷	Corvus
۱۱	قنطورس	قنطورس	۱	۵	۷	۱۶	۸				۳۷	Centaurus
۱۲	شیر	سبع			۲	۱۱	۶				۱۹	Lupus
۱۳	مجمر	مجمره				۵	۲				۷	Ara
۱۴	افسر	اکلیل جنوبی				۵	۶	۲			۱۳	Corona Australis
۱۵	ماهی جنوبی	حوت جنوبی				۹	۲				۱۱	Piscis Austrinus
	بیرون ازماهی جنوبی	خارج حوت جنوبی			۳	۲	۱				۶	
	مجموع		۷	۱۸	۶۲	۱۶۵	۵۴	۹		۱	۳۱۶	

درمجمع بین‌المللی منجمین‌درسال ۱۹۲۲ میلادی ۸۸ پیکر آسمانی پذیرفته شده‌اند و در این مجمع نام لاتینی این پیکرها بعنوان نام بین‌المللی آنها قبول گردید و فهرست این پیکرها که بترتیب حروف تهجی از روی نام لاتینی آنها مرتب شده است درجدول زیر درج میگردد . حروف N و S و E که درجلو نام آنها نوشته شده است بترتیب نشان‌میدهدکه صورت مذکور درنیمکره شمالی آسمان (میل بیش از 30°) ویا نیمکره جنوبی (میل کمتر

از °۳۰—) ویا در منطقه استوائی (میل مابین °۳۰+و°۳۰—) قرار دارد حروف واقع در داخل پرانتزعبارتست از تغییریکه‌باخرین‌سیلاب‌کلمهٔ مربوط باید داده شود هنگامیکه بحالت مضاف الیه درمیاید مثلا هنگامیکه ستاره α از صورت **Ursae Major** راذکر میکنند چنین مینویسند **α.Ursae Majoris** در ستون دوم علامت اختصاری صورت مزبور نوشته شده است این علامت اختصاری نیز در مجمع بین المللی منجمین مورد توافق قرارگرفته است ودر ستونهای سوم و چهارم وپنجم‌بترتیب نامهای فرانسه وانگلیسی‌وفارسی صور مذکور نوشته شده است (در مقابل ۴۰ صورت که نام فارسی آن قبلا بوسیله منجمین ایرانی تعیین نشده است خالی گذاشته شده).

در مجمع‌های‌عمومی منجمین که در ۱۹۲۵ در کامبریج‌درسال ۱۹۲۸ در لید تشکیل شد حدوددقیق هرصورت فلکی بوسیله قوسهائی ازنصف النهادات و مدارات مشخص گردید ودر اینجا متذکر میشویم که مسئله‌تعیین حدود فوق‌الذکر بسیار مشکل و دقیق بوده است زیرا میبایست که نقشه قسمتهای مختلف آسمان طوری تنظیم شود که حدود انتخابی برای هرقسمت حتی الامکان باصورنامگذاری شده‌قبلی‌منطبق باشد و موجب تغییرنام وتعداد این صور نگردد واز طرف دیگر حتی‌الامکان همهٔ ستارگان مهم هرصورت درناحیه مشخص شده برای این صورت قرارگیرد اطلس مربوط به تقسیمات فوق بوسیله **E.Delpote** در ۱۹۳۰ منتشرشده است درشکل زیر در طرف چپ تصویر خیالی صورت خرس بزرگ و در طرف راست منطقه مربوط باین صورت‌که توسط مجمع بین المللی منجمین پذیرفته شده‌است نشان داده میشود .



فهرست اسامی صور فلکی که درمجمع بین‌المللی منجمین پذیرفته شده‌است

اسامی‌لاتین صورفلکی	علامت اختصاری	اسامی فرانسه	اسامی انگلیسی	نامهای‌فارسی
N Andromeda (ae)	And	Andromède	Andromeda	زن بازنجیر
S Antlia (ae)	Ant	Machine pneumatique	Air Pump	
S Apus (odis)	Aps	Oiseau de paradis	Bird of Par-adise	
B Aquarius (ii)	Aqr	Verseau	Water Carrier	ریزنده آب یا دول
B Aquila (ae)	Aql	Aigle	Eagle	عقاب
S Ara (ae)	Ara	Autel	Altar	مجمر
B Aries (ietis)	Ari	Bélier	Ram	بره
N Auriga (ae)	Aur	Cocher	Charioteer	گیرنده عنان
E Boötea (is)	Boo	Bouvier	Herdsmen	عوا
S Caelum (i)	Cae	Burin	Craving Tool	
N Camelopaedalus (i)	Cam	Girafe	Giraffe	
B Cancer (eri)	Cnc	Cancer ou Ecrevisse	Crab	خرچنگ
N Canes Venatici (Canun)	CVn	Chiens de chasse	Venaticorum Hunting Dog	
B Canis(is)major (is)	CMa	Grand Chien	Larger Dog	سگ بزرگ

فهرست اسامی صور فلکی که در مجمع بین‌المللی منجمین پذیرفته شده است

اسامی‌لاتین صورفلکی	علامت اختصاری	اسامی فرانسه	اسامی انگلیسی	نامهای فارسی
B Canis(is)minor (is)	C Mi	Petit Chien	Smaller Dog	سگ پیشین
E Capriconus (i)	Cap	Capricorne	Sea Goot	بزغاله
S Carina (ae)	Car	Carène	Keel	کشتی
N Cassiopeia (eiae)	Cas	Cassiopée	Cassiopeia	بردانونشسته
S Centaurus (i)	Cen	Centaure	Centaur	قنطورس
N Cepheus (ei)	Cep	Céphée	Cepheus	قیفاوس
B Cetus (i)	Cet	Baleine	Whale	قیطس‌دریا
S Chamaeleon (ontis)	Cha	Caméléon	Chameleon	
S Circinus (i)	Cir	Compas	Compasses	
S Columba (ae)	Col	Colombe	Dove	
B Coma(ae) Berenices	Com	Chevelure de Bérénice	Bernice's Hair	
S Corona(ae) Austrina (ae)	CrA	Couronne australe	Southern Crown	افسر
N Corna(ae) Borealis	CrB	Couronne boréale	Northern Crown	کاسه‌یتیمان
Corvus (i)	Crv	Corbeau	Crow	کلاغ
B Crater (eris)	Crt	Coupe	Cup	پیاله یاجام
E Crux (cis)	Cru	Croix du sud	Cross	
N Cygnus (i)	Cyg	Cygne	Swan	ماکیان

فهرست اسامی صورفلکی که در مجمع بین‌المللی منجمین پذیرفته شده‌است

اسامی لاتین صورفلکی	علامت اختصاری	اسامی فرانسه	اسامی انگلیسی	نامهای فارسی
E Delphinus (i)	Del	Dauphin	Dolphin	دلفین
S Dorado (us)	Dor	Dorade	Goldfish	
N Draco (onis)	Dra	Dragon	Dragon	اژدها
E Equuleus (ei)	Equ	Petit cheval	Little Horse	یادهٔ اسب
E Eridanus (i)	Eri	Eridan	River	جوی
S Fornax (acis)	For	Fourneau	Furnace	
E Gemini (orum)	Gem	Gémeux	Twins	دو پیکر
S Grus (uis)	Gru	Grue	Crene	
N Hercoles (is)	Her	Hercule	Hercules	برزانونشسته
S Horologium (ii)	Hor	Horloge	Clock	
E Hydra (ae)	Hya	Hydre femelle	Sea Serpent	مار باریك
S Hydrus (i)	Hyi	Hydre mâle	Water Snake	
S Indus (i)	Ind	Indien	Indian	
N Lacerta (ae)	Lac	Lézard	Lizard	
E Leo (nis)	Leo	Lion	Lion	شیر
N Leo(nis)minor (is)	L Mi	Petit lion	Smaller Lion	
E Lepus (oris)	Lep	Lièvre	Hare	خرگوش

فهرست اسامی صورفلکی که در مجمع بین‌المللی منجمین پذیرفته شده است

نامهای فارسی	اسامی انگلیسی	اسامی فرانسه	علامت اختصاری	اسامی‌لاتین صورفلکی
ترازو	Scales	Balance	Lib	E Libra (ae)
شیر	Walf	Loup	Lup	S Lupus (i)
	Lynx	Lynx	Lyn	N Lynx (cis)
چنگ‌رومی	Lyre	Lyre	Lyr	N Lyra(ae)
	Table Moun-tain	Table	Men	S Mensa (ae)
	Microscope	Microscope	Mic	S Microscopium (ii)
	Unicorn	Licorne	Mon	E Monoceros (otis)
	Fly	Mouche	Mus	S Musca (ae)
	Level	Equerre	Nor	S Norma (ae)
	Octant	Octant	Oct	S Octans (antis)
مارافسای	Serpent Holder	Ophiucus ou Serpentaire	Oph	E Ophiuchus (i)
بزرگه منش	Orion	Orion	Ori	E Orion (is)
	Peacock	Paon	Pav	S Pavo (onis)
اسب دوم	Pegasus	Pégase	Peg	E Pegasus
برنده‌سر دیو	Perseus	Persée	Per	N Perseus (ei)
	Phoenix	Phénix	Phe	S Phoenix (icis)

فهرست اسامی صور فلکی که در مجمع بین‌المللی منجمین پذیرفته شده است

اسامی لاتین صور فلکی	علامت اختصاری	اسامی فرانسه	اسامی انگلیسی	نامهای فارسی
S Pictor (oris)	Pic	Chevalet du peintre	Easel	
E Pisces (ium)	Psc	Poissons	Fishes	ماهی
S Piscis(is)Austrinus (i)	PrA	Poisson austral	Southern Fish	ماهی جنوبی
S Puppis (is)	Pup	Poupe	Stern	
S Pyxis(idis)nauticus (i)	Pyx	Boussole	Mariner's Compass	
S Reticulum (i)	Ret	Réticule	Net	
E Sagitta (ae)	Sge	Flèche	Arrow	تیر
E Sagittarius (ii)	Sgr	Sagittaire	Archer	نیم‌اسب یا کمان
E Scorpius (ii)	Sco	Scorpion	Scorpion	کژدم
S Sculptor (oris)	Scl	Atelier du Sculpteur	Sculptor's Apparatus	
E Scutum(i)Sobiesci-anum (i)	Sct	Ecu de Sobiaski	Shield	
E Serpens (tis)	Ser	Serpent	Serpent	مار
E Sextans (tis)	Sex	Sextant	Sextant	
E Taurus (i)	Tau	Taureau	Bull	گاو
S Telescopium (ii)	Tel	Télescope	Telescope	
N Triangulum (i)	Tri	Triangle	Triangle	سه سو

فهرست اسامی صورفلکی که در مجمع بین‌المللی منجمین پذیرفته شده است

نامهای فارسی	اسامی انگلیسی	اسامی فرانسه	علامت اختصاری	اسامی لاتین صورفلکی
	Southern Triangle	Ttiangle aus-tral	TrA	S Triangulum(i) Australe (is)
	Toucan	Toucan	Tuc	S Tucana (ae)
خرس بزرگ	Larger Bear	Grande ourse	U Ma	N Ursa(ae)Major (is)
خرس کوچك	Smaller Bear	Petite ourse	U Mi	N Ursa(ae)Minor (is)
	Sails	Voiles	Vel	S Vela (orum)
دوشیزه ناخواسته یاخوشه	Virgin	Vierge	Vir	E Virgo (inis)
	Flying Fish	Poisson volant	Vol	S Volans (antis)
	Fox	Petit renard	Vul	E Vulpecula (ae)

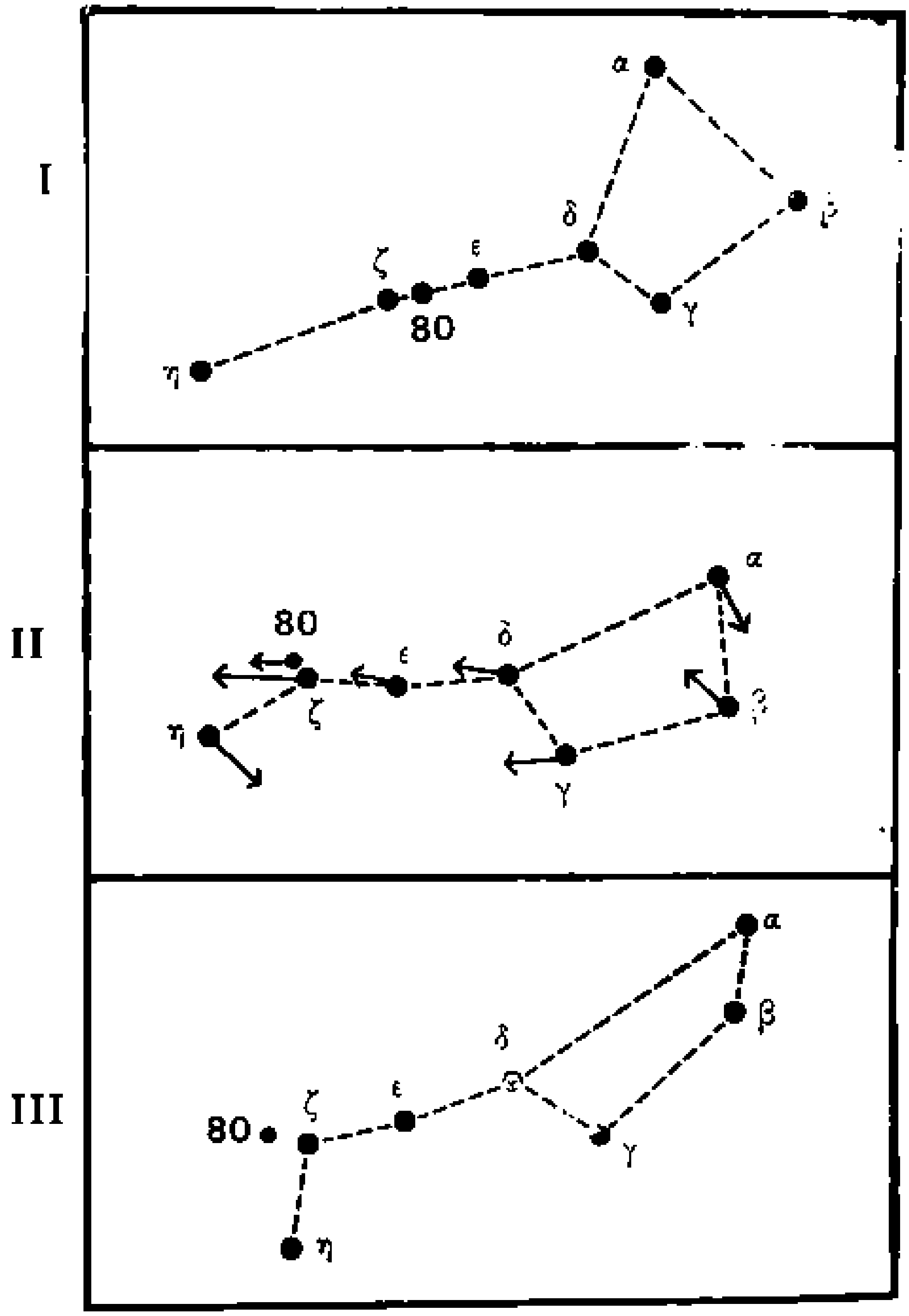
نام خاص ستارگان ـ عده‌ای از ثوابت‌که خیلی روشن هستند ویا وضع و حالت خاصی دارند دارای نام خاصی میباشند واینك در جدول زیرنام تعدادی از آنها را بترتیب الفبا ذکر میکنیم وضمناً نام‌خارجی آنها (لاتین‌یافرانسه‌یاانگلیسی) درستون دوم‌این جدول یاد داشت شده است و علاوه براین علامت و نام بین‌المللی آنها که مشخص آنستکه ستاره مذکور مربوط به چه پیکر فلکی‌میباشد نیز تعیین شده ودرستون سوم جدول نوشته شده‌است وهمچنین قدر ظاهری آنان نیز در ستون آخرذکرشده است وبااین مشخصات میتوان ستارهٔ مورد نظر را درآسمان مشخص نمود .

فهرست نام خاص بعضی از ستارگان

نام ستارگان	نام خارجی	علامت و نام بین‌المللی	قدر ظاهری
آخرالنهر	Achenar	α.Eridanis	۰/۶
اکلیل	Acrab ,.......	β,δ,πScorpii	۲/۹و۲/۵و۳/۰
بطن قنطورس	Agena	β.Centauri	۰/۹
پروین یا ثریا	Pleiades	Pleiades	مجموعه‌ای از ستارگان است یا
جدی یا ستاره قطبی	Polaris	α.Ursae minoris	متغیر از ۲/۱ تا ۲/۲
جنب‌الفرس	Algenib	γ.Pegasi	۲/۹
جنب فرساوس یا مرفق‌الثریا	Mirfak	α.Persei	۱/۹
حمایل یا منطقة‌الجبار	Trois rois	δ,ε,ζ.Orionis	۲/۵و۱/۸
حور یا جون	Alioth	ε.Ursae majoris	۱/۷
دبران یا چشم گاو	Aldébaran	α.Tauri	۱/۱
رأس‌الجاثی	Tête de l'agenouillé	β.Herculis	۲/۸
رأس‌التوأم‌المقدم	Castor	α.Geminorum	۱/۶
رأس‌التوأم‌المؤخر	Pollux	β.Geminorum	۱/۲
رجل‌الجبار یا قدم‌الجبار	Rigel	β.Orionis	۰/۳
رجل قنطورس	Rigil kentarus	α.Centauris	۰/۱
ردف یا دمچه ماکیان	Deneb	α.Cygni	۱/۳
رشاد یا بطن‌الحوت	Merch	β.Andromedae	۲/۴
سرة‌الفرس	Sirrah	α.Andromedae	۲/۲
سماک اعزل	Spica	α.Virginis	۱/۲
سماک رامح	Arcturus	α.Boötis	۰/۲
سها	Alcor	80Ursae majoris	۵/۷
سهیل	Canopus	α.Carinae	۰/۹
شرطین	Sheratans	β,γ.Arietis	۲/۷و
شعرای شامی یا غمیصاء	Precyon	α.Canis minoris	۰/۵

فهرست نام خاص بعضی ازستارگان

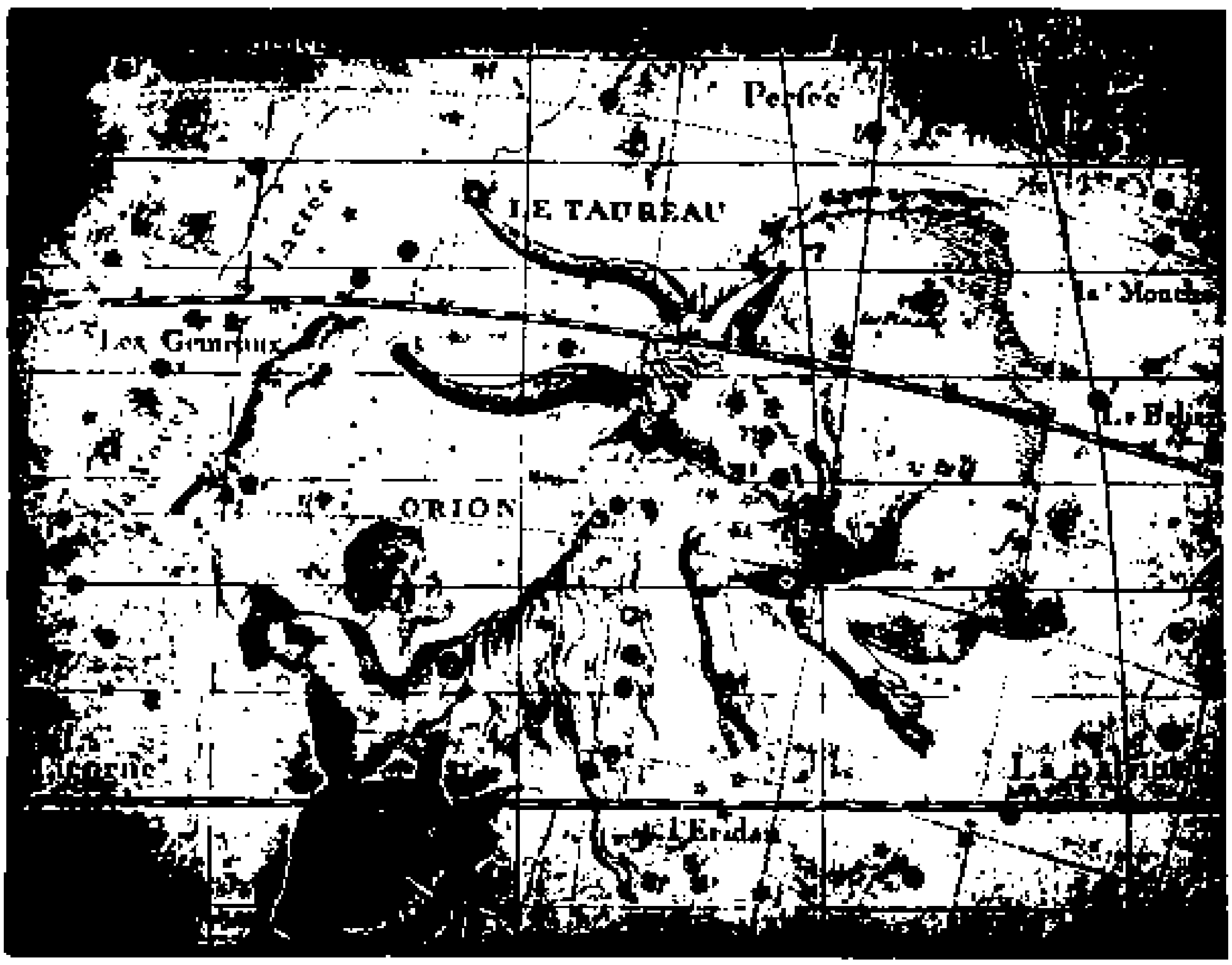
نام ستارگان	نام خارجی	علامت ونام بین‌المللی	قدر ظاهری
شعرای یمانی یاعبور	Sirius	α.Canis majoris	ـ۱/۶
صرفه یا ذنب‌الاسد	Denebola	β.Leonis	۲/۲
عقدالثریا	Alcyon	η.Tauris	۳/۰
عناق	Mizar	ξ:Ursae majoris	۲/۴
عوائذ یا صلیب واقع	Viéilles Chamelles	α,β,ξ,ν.Draconis	۲/۴و۳/۰و۳/۹و۵/۰
عیوق یا بزبان	Capella	α. Aurigae	۰/۲
غول	Algol	β.Persei	متغیر از ۲/۲ تا ۳/۵
فرد یاعنق‌الشجاع	Alphard	α.Hydrae	۲/۲
فرقدان	Deux veaux	β,γ.Ursae minoris	۲/۲و۳/۱
فم‌الحوت	Famolhout	α.Piscis austrini	۱/۳
قائد	Alkaïd	η.Ursae majoris	۱/۹
قلب‌الاسد	Régulus	α.Leonis	۱/۳
قلب‌العقرب	Antarès	α.Scorpii	۱/۲
گیسویا صفیرویاهلبه	Chavelure de Berenice	Coma bronices	مجموعه‌ای از ستارگان‌است
متن‌الفرس یامرکب‌الفرسی	Markab	α.Pegasi	۲/۶
مراق	Merak	β.Ursae majoris	۲/۴
مرزم	Mirzam	β.Canis majoris	۲/۰
منکب‌الجباریاابط‌الجوزا	Bételgeuse	α.Orionis	متغیر از ۰/۱ تا ۱/۲
منکب‌الفرس	Schéat	β.Pegasi	۲/۶
ناطح	Hamal	α.Arietis	۲/۲
نسرطایریاکرکس‌پرنده	Altaïr	α.Aquilae	۰/۹
نسرواقع	Véga	α.Lyrae	۰/۱
نیرالفکه	Margarita	α.Coronaeborealis	۲/۳
وزن‌شمالی یاکفه‌شمالی	Kiffa borealis	β.Librae	۲/۷
وزن‌جنوبی یاکفه‌جنوبی	Kiffa australis	α^2.Librae	۲/۹



(شکل ۲۲ الف)

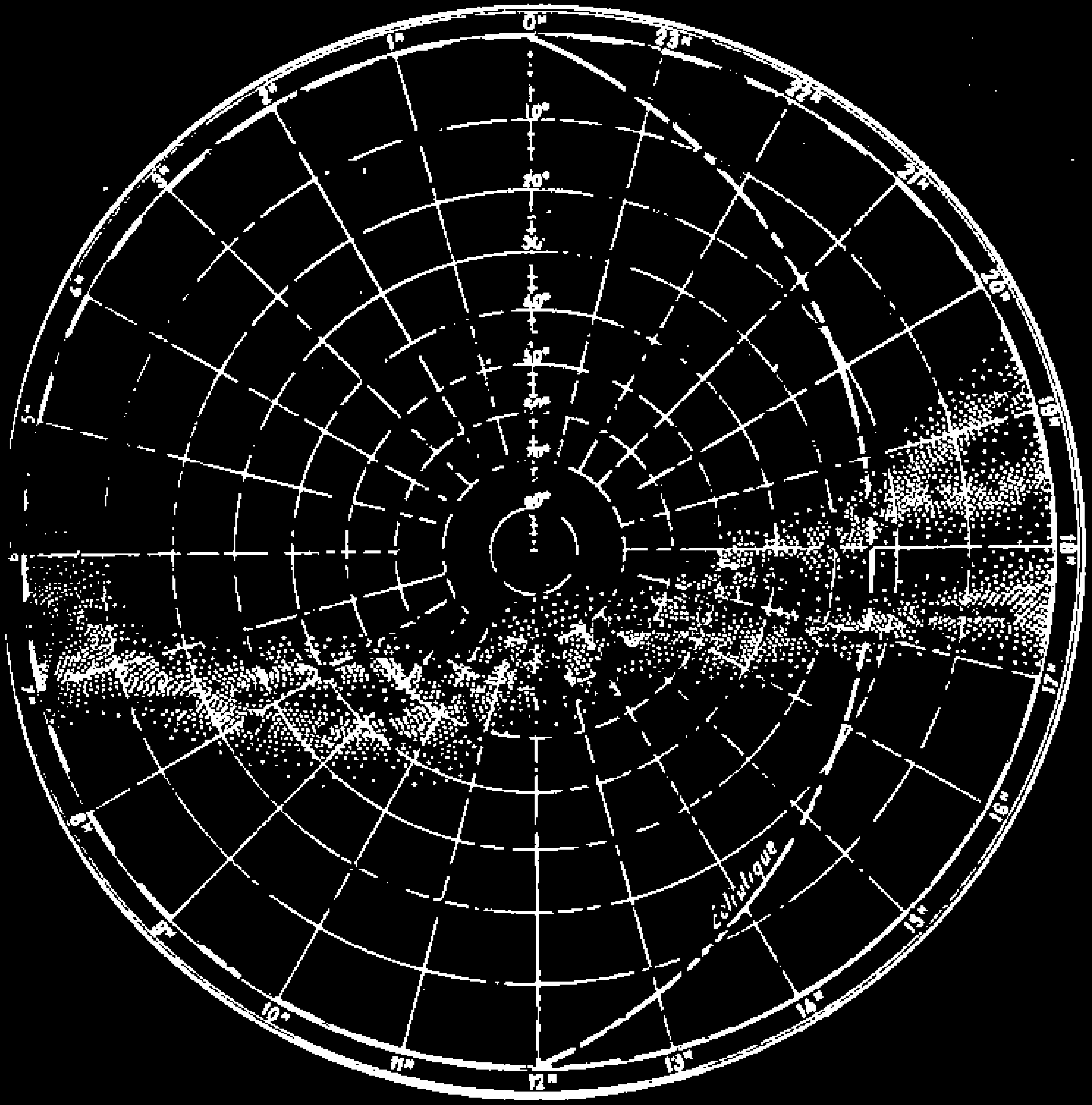
وضع نسبی پیکرهای آسمانی و همچنین وضع نسبی ستارگان درهر پیکر در طول زمان ثابت‌نمیماند بلکه تغییرات بسیار بطیء نسبت به‌زمان دارند بطوری‌که در مدت زمان محدود مثلا چندهزارسال وضع‌نسبی ستارگان تقریباثابت‌استو میتوان‌نقشه‌آسمان‌را تامدت چندین‌هزارسال ثابت دانست ولی پس‌ازگذشتن‌صد هزار سال متدرجا این تغییرات حائز اهمیت شده ووضع نسبی ستارگان تغییر قابل‌ملاحظه می‌نماید . در شکل I وضع پیکر خرس بزرگ در صدهزارسال پیش نشان داده شده است .

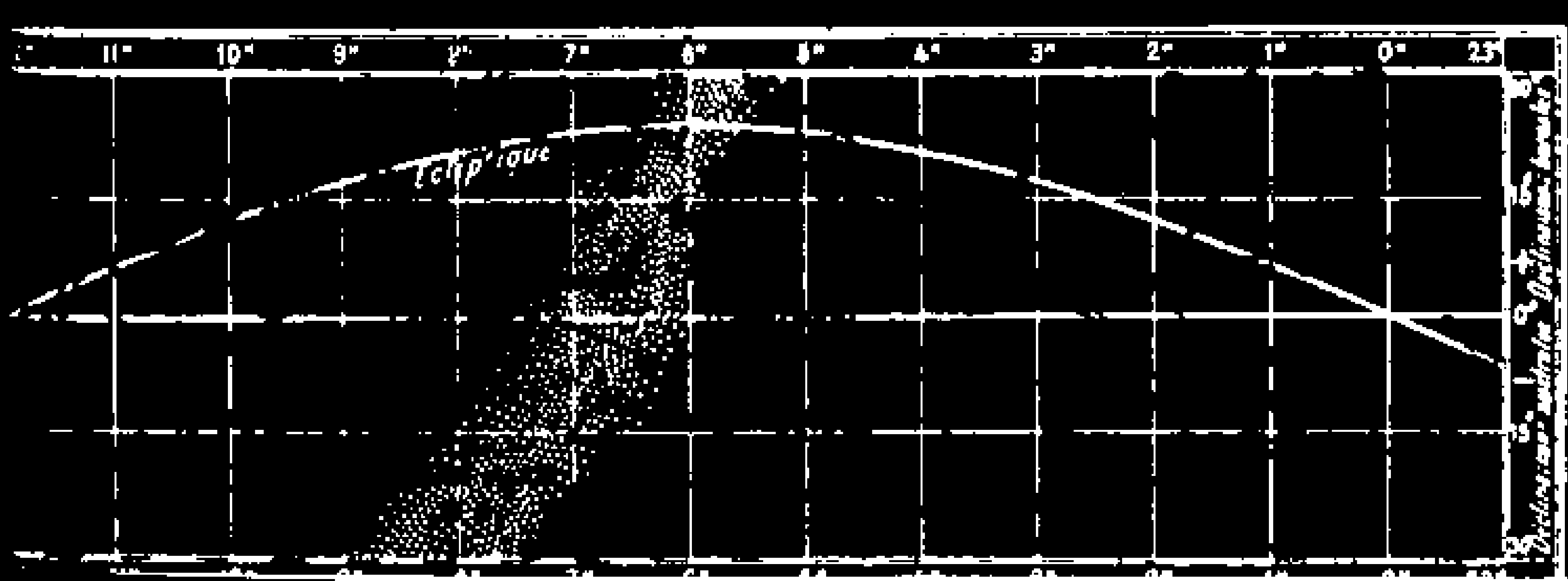
شکل II وضع کنونی همان‌پیکراست و دراین‌شکل‌هر بردار جهت وامتداد واندازه سرعت‌ستاره‌مربوطه را در زمان حال مشخص مینماید و بطوریکه ملاحظه‌میشود می‌توان‌گفت که ستاره‌های β و γ و δ و ε و ζ و ۸۰ متعلق به‌یك جریان حرکت مابین ستارگان‌استو‌ستاره‌های α و η متعلق به جریان‌دیگر، شکل III وضع همین پیکررا درصدهزارسال بعد نشان می‌دهد .

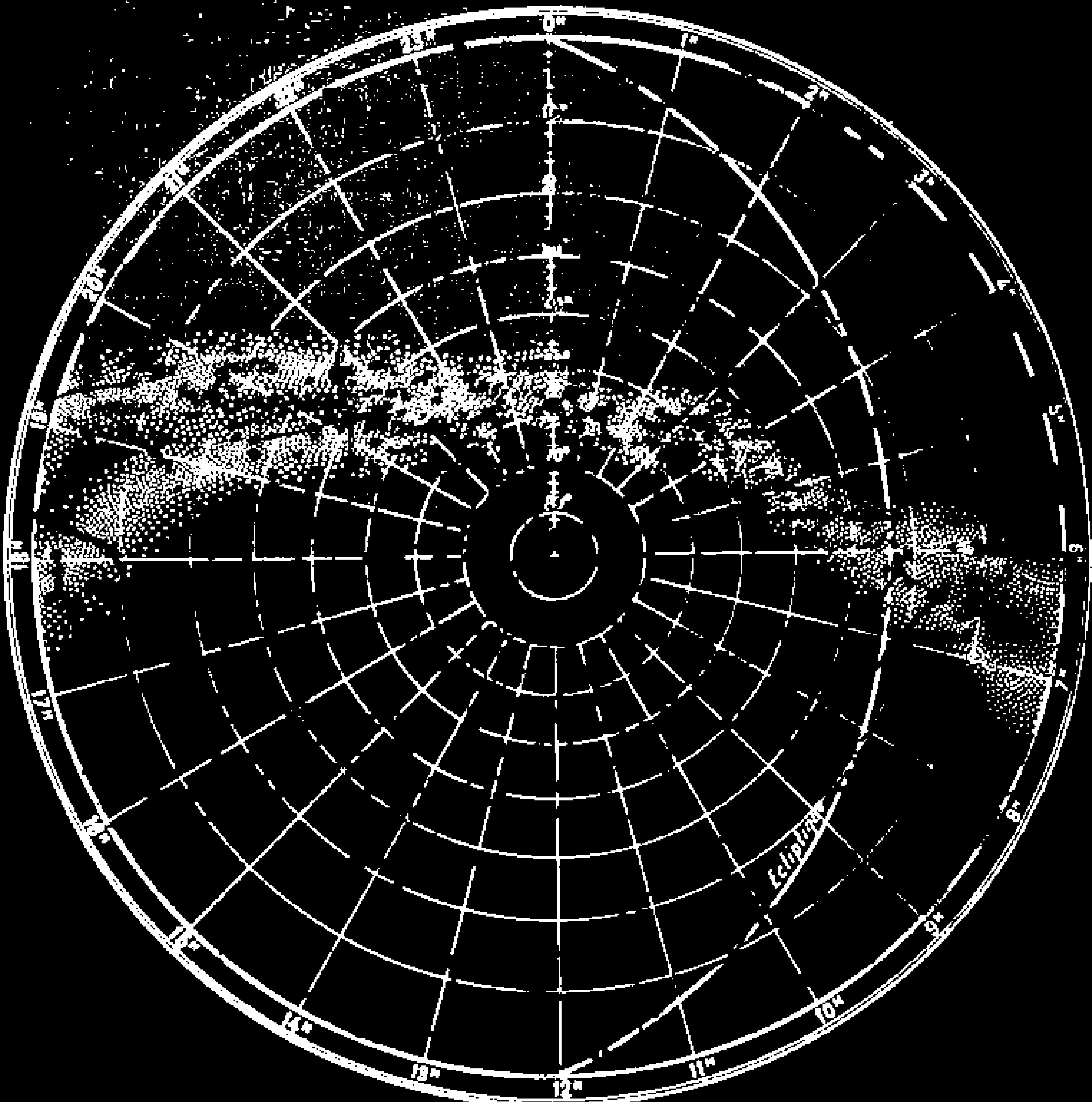


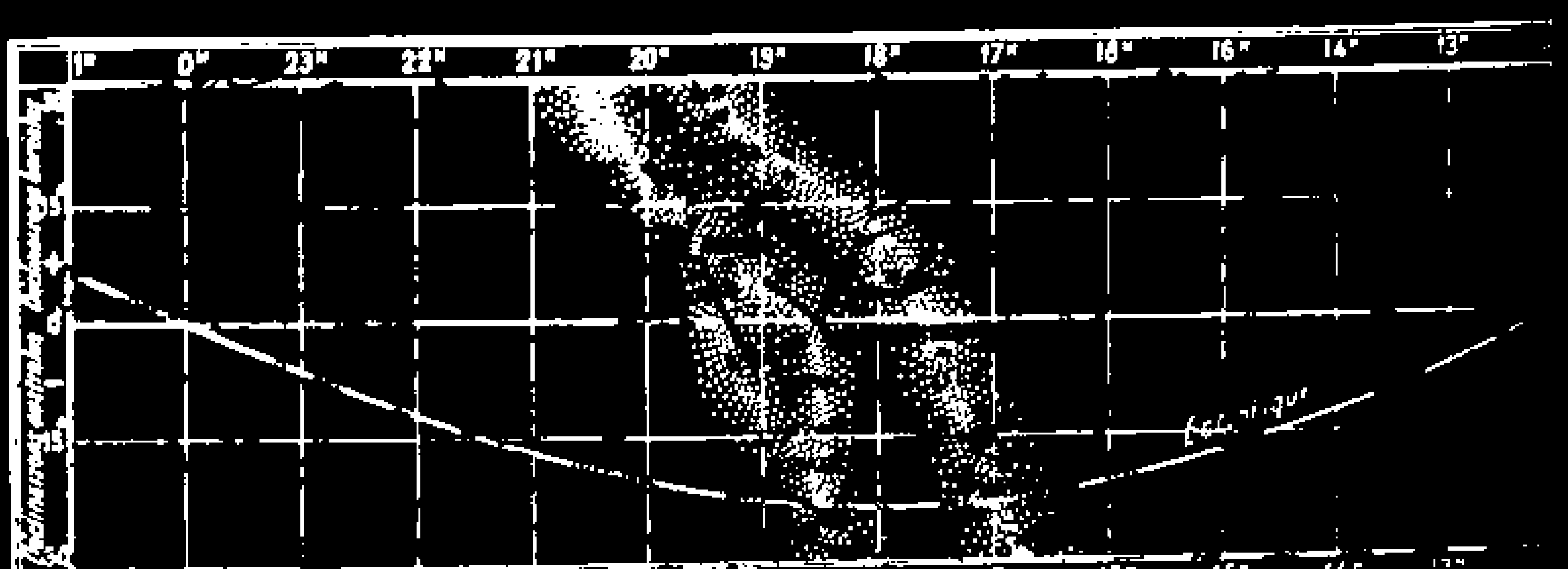
(شکل ۲۲ ب)

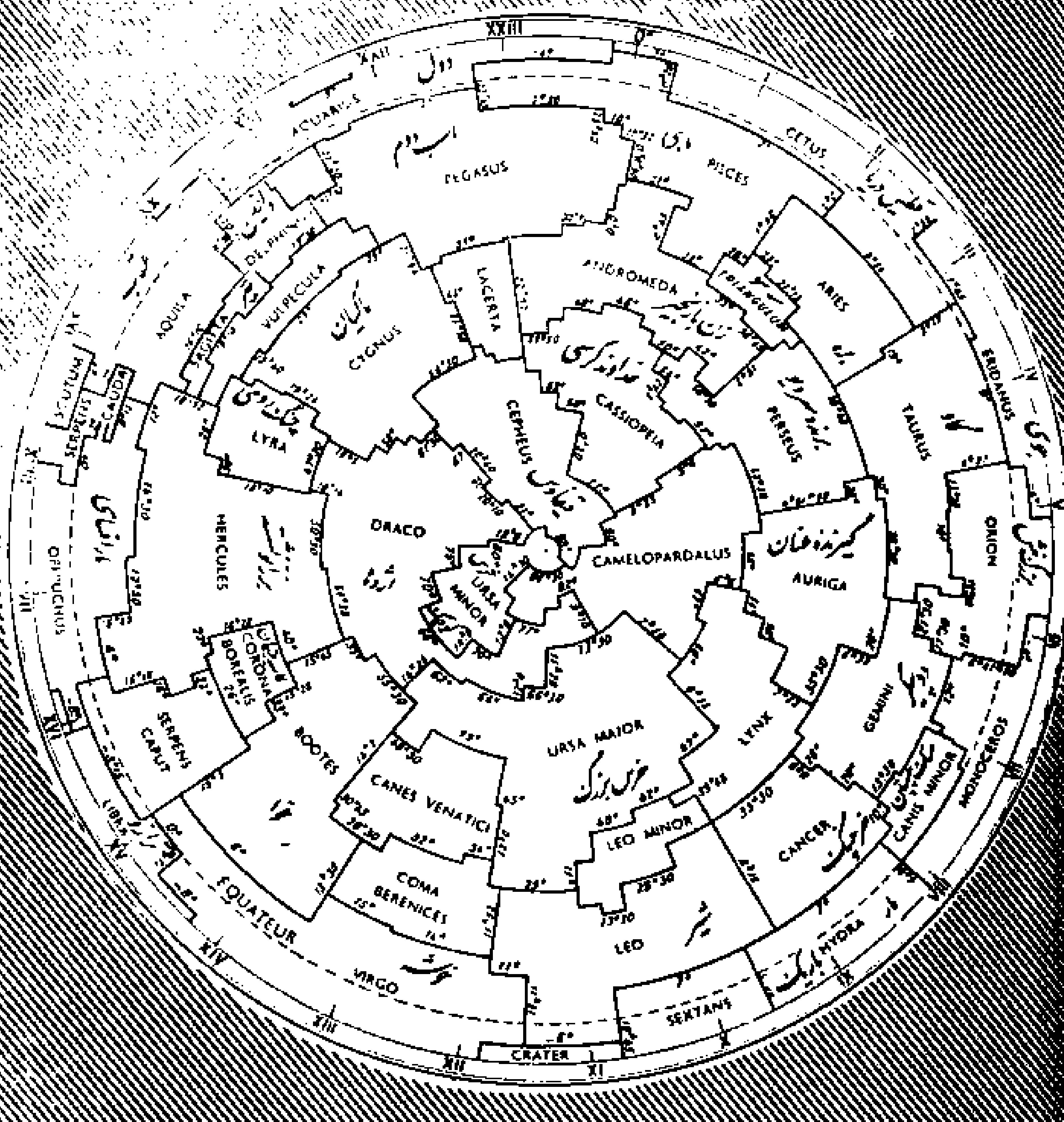
شکل تصوری پیکرهای گاو و بزرگ‌منش


0h
1h
2h
3h
4h
5h
8h
9h
10h
11h
12h
13h
14h
15h
16h
17h
18h
19h
20h
21h
22h
23h
10°
20°
30°
40°
50°
70°
80°

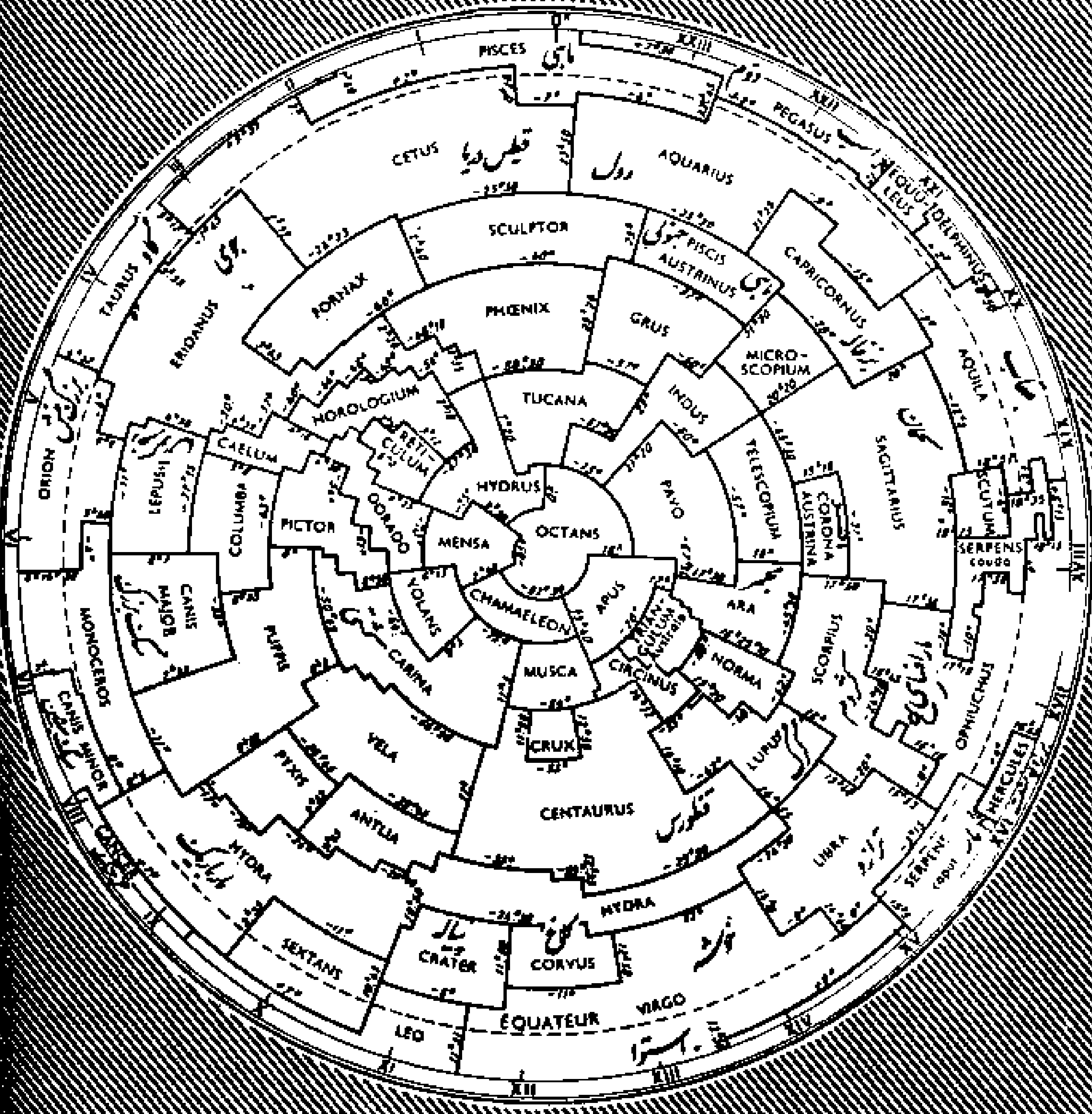

11h
10h
9h
7h
6h
5h
4h
3h
2h
1h
0h


Ecliptique


1h
0h
23h
22h
21h
20h
19h
18h
17h
16h
15h
14h
13h
Écliptique



(شکل ۲۲ ج) نقشه حدود صور فلکی نیمکره شمالی مصوب مجمع منجمین سال ۱۹۲۸ م .

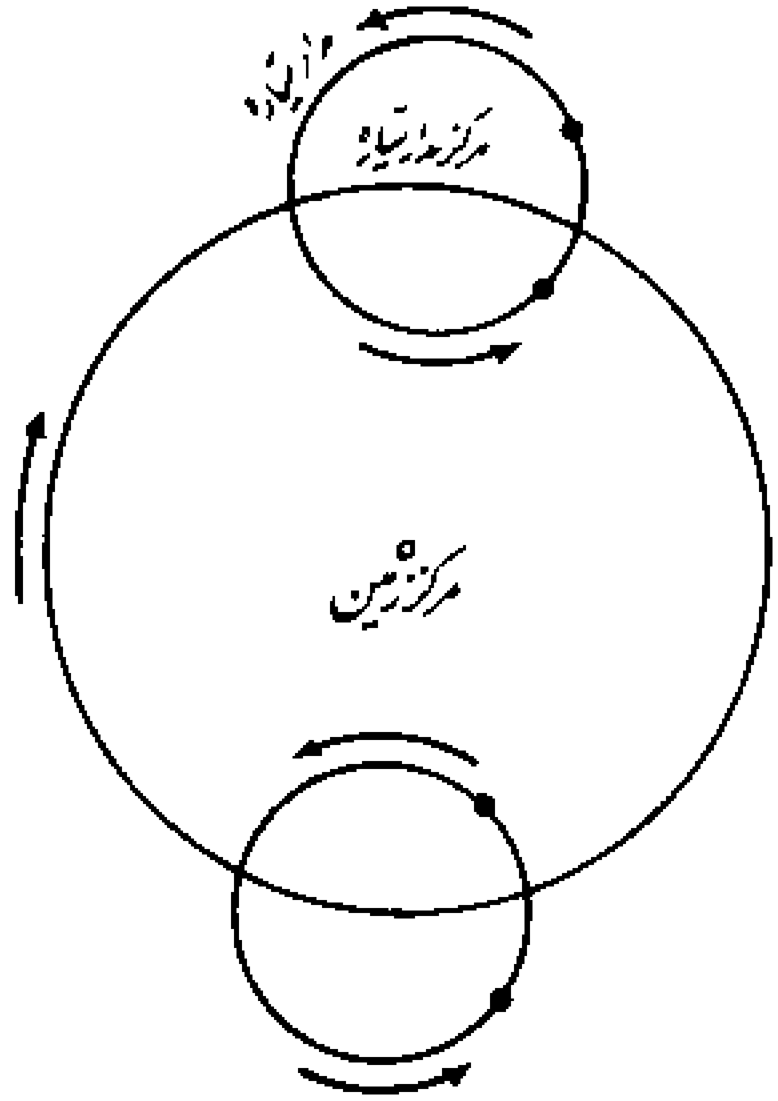


(شکل ۲۲ د) نقشه حدود صور فلکی نیمکره جنوبی مصوب مجمع منجمین سال ۱۹۲۸ م

فصل چهارم

(حرکت یومی)

۱۷ ــ حرکت یومی : بطوریکه قبلاً ذکر شد همهٔ اجرام سماوی ازقبیل ستارگان ثوابت و سیاران و ماه و خورشید طلوع و غروب‌دارند یعنی ظاهراً همگی درهر شبانه‌روزیکدور بدور زمین حرکت میکنند که‌آنرا حرکت‌یومی‌نامند اما ماه و خورشید و سیارات علاوه‌بر شرکت در حرکت یومی جای خودرا در آسمان‌مرتباً تغییر میدهند وماه و خورشید همواره در جهتی مخالف جهت‌حرکت‌یومی‌حرکت میکنندولی سیارات گاهی هم‌جهت و گاهی درخلاف‌جهت حرکت یومی حرکت مینمایند و ضمناً مدت‌حرکت آنها متفاوت است. قدما برای تفسیر حرکت ستارگان کراتی با شعاعهای مختلف درنظر میگرفتند که مرکز همهٔ آنها زمین باشد و منطقهٔ مابین هردوکرهٔ متوالی را فلك‌می‌نامیدند و هر فلك جای یکی از اجرام سماوی بود که بترتیب فاصله از زمین عبارت بودند از ماه‌و عطارد و زهره و خورشید و مریخ و مشتری و زحل و همهٔ ثوابت را در منطقهٔ هشتم یا فلك‌هشتم درنظر میگرفتند و میگفتند که‌این افلاك همگی باهم‌درهرشانه‌روز یکدور بدورزمین میگردند واین‌حرکت‌راحرکت نخستین‌مینامیدندو برای تعبیر حرکت سیارات برای هرکدام مداردایره‌ای‌شکل در داخل فلك مربوط بخود او درنظر میگرفتند بطوریکه سیاره همواره روی‌این مدار حرکت کند و ضمناً مرکز این مدار در حرکت نخستین شرکت نماید (شکل ۲۳) وتصور مینمودند که مرکز مدار سیاره در هر شانه‌روز یکدور در جهت مشرق بمغرب‌حرکت‌میکند و ضمناً سیاره نیز روی‌مدار خود درمدت معینی که‌درمورد سیارات مختلف ازچند ماه تاچندسال‌تغییر‌میکندیکدوردرجهت خلاف‌حرکت



(شکل ۴۳)

نخستین دوران‌میکند وبدین‌ترتیب درمواقعیکه سیاره در قسمتی از مدار که اززمین دورتراست قرار گرفته باشد جهت حرکتش در آسمان مخالف جهت حرکت یومی است یعنی ملاحظه میکنیم که در شبهای متوالی بتدریج سیاره بمشرق نزدیکتر میشود ودرمواقعیکه سیاره در قسمتی ازمدار که نزدیکتر بزمین است قرار داشته باشد حرکتش موافق جهت حرکت یومی بوده و دائماً در شبهای متوالی بطرف مغرب میرود اما درمورد ماه و خورشید مرکز مدار حرکتش را همان مرکز زمین‌میگرفتند تاحرکت آنها نسبت به ثوابت همواره در جهت مخالف جهت حرکت یومی درآید. هرچند این نظریه دربارهٔ حرکت اجرام سماوی که‌به هیئت بطلمیوس مشهور است تااندازه‌ای بامشاهدات‌نجومی وفق میداد ولی نمیتوانست با دقت‌کامل حرکات سیارات را توجیه نماید و بخصوص‌درمورد دوسیارهٔ عطارد و زهره نظریهٔ مذکور اصولاً‌قابل‌انطباق نیست وهمچنین تغییرات‌قطرظاهری سیارات که‌درنتیجهٔ تغییرات فاصلهٔ آنها تازمین حاصل میشود باهیئت بطلمیوس قابل‌تفسیر نمی‌باشد، معهذا هیئت بطلمیوس متجاوز از ۱۴ قرن بر افکار عامه تسلط داشت تا دراوائل قرن ۱۶ میلادی کپرنیک ضمن مطالعه و مراجعه‌بعقاید سایرمنجمین‌قدیمی نظیرفیثاغورث‌وغیره وانجام رصدهای متعدد نظریهٔ جدیدی درمورد حرکات اجرام سماوی بیان نمود که‌بنام هیئت کپرنیك معروف است. دراین‌نظریه کپرنیك پذیرفت که خورشید ثابت است وسیارات که‌برحسب فاصله تا خورشید بترتیب عبارتند از عطارد، زهره، زمین، مریخ، مشتری‌وزحل درمدارات‌معین بدور خورشید درخلاف جهت حرکت یومی درحرکتند وبراساس ایزفرضیه حرکات ظاهری سیارات وهمچنین تغییرات قطر ظاهری آنان بخوبی قابل‌تفسیراست و نتیجهٔ مشاهدات بااین نظریه کاملاً مطابقت مینماید . بعدازآن کپلر چندین سال روی نتایج رصدهای منجم معروف تیخوبراهه مطالعه نموده و محاسبات دقیقی انجام داد تاموفق بکشف قوانین حرکت سیارات بدون

خورشید گردید (از اواخر قرن شانزدهم تاسال ۱۶۱۹). تیخوبراهه سیارات را چندین سال متوالی مرتباً رصد نموده و مختصات استوائی آنها را درمواقع مختلف هرسال ثبت نموده بود همچنین قطر ظاهری آنانرا نیز تعیین نموده بود. بوسیله مختصات سیاره امتداد شعاع دید ...ی بسیاره معلوم میشود وازروی آن امتدادشعاع واصل بین سیاره و خورشید بدست میآید همچنین ازروی قطر ظاهری سیارات فواصل آنان تازمین وتاخورشید حاصل میشود ودرنتیجه میتوان مسیر حرکت ستاره را تعیین نمود.

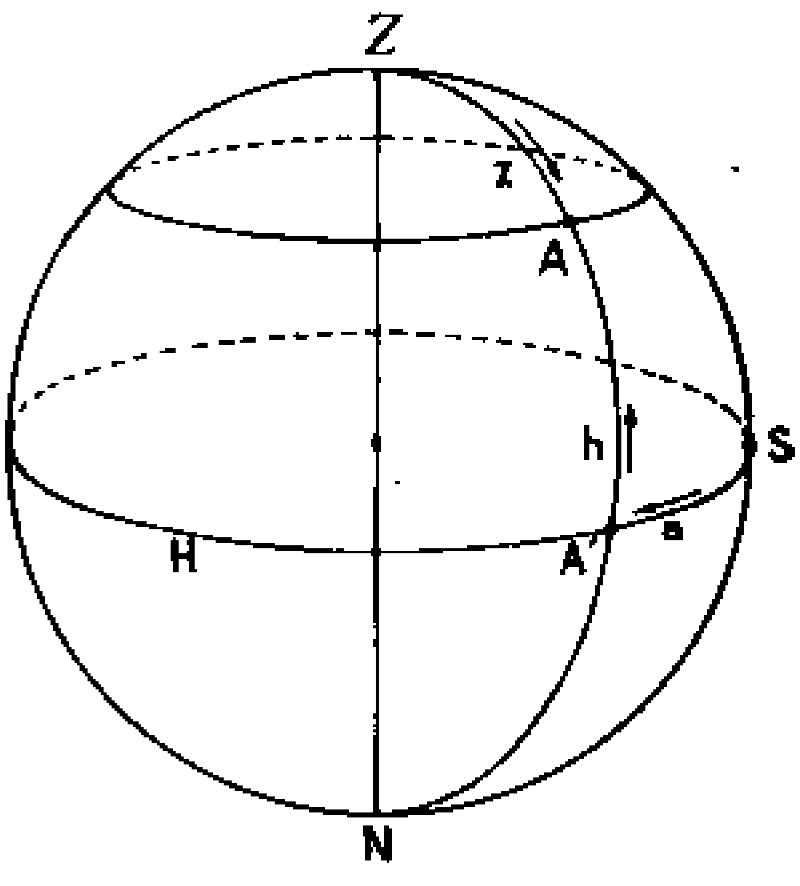
بدین ترتیب کپلر محقق نمود که سیارات همگی بدور خورشید حرکت میکنند و مسیر آنها مسطح بوده و یك بیضی است که خورشیددریکی از کانونهای آن قرار گرفته باشد و ضمنا مساحت سطح جاروبشده بوسیله شعاع واصل مابین سیاره و مرکز خورشید متناسب با زمان است. این موضوع برای زمین نیز صدق میکند یعنی زمین نیز مانند سایر سیارات بدور خورشید میگردد واما درمورد حرکت یومی مدتها پس از کپرنیك نیز اختلاف نظر بود یعنی درحقیقت یا همه کائنات باید در هر شبانه روزیکدور بدور زمین بگردد ویا آنکه زمین درهمین مدت یکدور دوران نماید واضح است که نتیجه این دونظریه مشاهدات واحدی را ایجادمینماید یعنی خواهیم دید که همه اجرام سماوی ازطرف مشرق بطرف مغرب رفته و طلوع و غروب میکنند. بالاخره بادلایل گوناگون که کاملترازهمه آنها آزمایش پاندول فوکو است (درسال ۱۸۵۰) محقق شد که زمین درهرشبانه روزیکدور دوران میکند ودراثر این گردش روز و شب و طلوع و غروب ستارگان وبعبارت دیگر حرکت ظاهری ستارگان که بحرکت یومی موسوم است حادث میگردد و برای مطالعه درحرکت یومی باید امتداد ستاره را نسبت بیکدستگاه مختصات متصل بزمین درهر لحظه تعیین نموده و ملاحظه کنیم که این امتداد در فضا چگونه تغییر میکند. برای مطالعه در حرکات ستارگان دستگاههای مختصات مختلفی بکار میرود که بتفصیل درباره هریك گفتگو خواهیم کرد.

۱۸ ــ اولین دستگاه مختصات ــ مختصات محلی ــ مختصات افقی(۱). امتداد قائم(۲) درهر مکان عبارتست از امتداد سقوط آزاد اجسام ویا بعبارت دیگر امتداد نیروی ثقل درآن مکان و بتجربه

۱— *Coordonnées horizontales ; Horizontal co - ordinates.*

۲— *Verticale; Vertical*

وهمچنین دلائل علمی ثابت‌میشود که امتدادخط‌قائم درهرمکان نسبت بـه هردستگاه مختصات متصل بنشانه‌های ثابت زمینی درآن مکان ثابت‌است و همواره برسطح مایعات متجانس درحال تعادل عمود میماند. امتداد قائم را درهر مکان بااستفاده از قوانین فیزیکی میتوان بادقت‌کافی تعیین نمود بنابراین امتداد مزبور برای‌مشخص‌نمودن یکدستگاه مختصات محلی بسیار مناسب است. یك کره سماوی که مرکزش بر نقطهٔ دیدچشم ناظر منطبق باشد درنظر میگیریم. خط‌قائم مار بر مرکز کرهٔ سماوی آنرا در دونقطه قطع میکند و آن‌نقطه‌کـه درطرف سر ناظر قرار دارد به سمت‌الرأس[۱] مـوسوم است و آنرا به Z نمایش میدهند و نقطه‌متقاطر آنرا سمت‌القدم[۲] نامند و آنرا به N نشان میدهند دایرهٔ H واقع بر کرهٔ سماوی که صفحه‌آن از نقطه مرکز کره گذشته و بر امتداد قائم عمودمیباشدبـه افق[۳] مکان O موسوم است (شکل ۲٤).



(شکل ۳٤)

فرض کنیم که امتداد قائم Z با سطح مایع همگن درحال تعادلی برخورد کند واضح است که صفحه مماس بر سطح مایع در نقطه برخورد موازی افق مکان خواهد بـود. صفحه افق و سمت‌الرأس و سمت‌القدم را عناصر کـره محلی[٤] گویند .

سمت‌الرأس را قطب و دایرهٔ H رادایرهٔ اصلی مختصات میگیریم و در روی دایره H نقطهٔ ثابتی مانند S که محل آنرا بعداً توضیح خواهیم‌دادمبدءاختیارمیکنیم. فرض‌کنیم که A نقطه‌حامل یك امتداد فضا باشد و نیمدایرهٔ عظیمه ZAN را رسم میکنیم، این نیمدایرهٔ افق را درنقطه‌ای مانند A´ قطع میکنـد. امتداد OA را میتوان بوسیلهٔ دوقوس $\widehat{SA'}$ ، $\widehat{A'A}$ مشخص نمود. قوس $\widehat{SA'}$ به زاویهٔ سمت[۵] موسوم است و آنرا بحرف a نمایش میدهند و

۱— *Zénith ; Zenith* ۲— *Nadir ; Nadir* ۳— *Horizon , Horizon*
٤— *Sphère locale; Local sphere .* ۵— *Azimut ; Azimuth*

مقدار آن از صفر تا °۳۶۰ تغییر میکند و جهت‌اندازه گیری آن معکوس میباشد یعنی همان جهت حرکت عقربه‌های یك ساعت است که‌بطورافقی روی زمین قرار گرفته باشد قوس $A'A$ را ارتفاع[1] گویند و آنرا بحرف h نشان میدهند و مقدار آنرا از صفر تا °۹۰ بطرف سمت‌الرأس و از صفر تا °۹۰ بطرف سمت‌القدم حساب میکنند گاهی بجای h یعنی قوس $A'A$ متمم جبری آن یعنی ZA راکه بفاصلهٔ سمت‌الرأسی[2] موسوم است اختیار میکنند و آنرا بحرف z نمایش میدهند مقدار z از صفر تا °۱۸۰ تغییر میکند. بین h و z همواره رابطه $h + z = 90°$ موجود است .سمت و ارتفاع یکنقطه از فضا ویا سمت وفاصلهٔ سمت‌الرأسی آنرا مختصات افقی آن نقطه نامند. دایره صغیره‌ایکه قطب‌آن Z بوده و از نقطه A میگذرد دایرهٔ ارتفاع[3] و یا المقنطرات[4] نقطهٔ A گویند و نیمدایرهٔ عظیمه‌ایکه دو انتهای آن قطبین Z و N بوده و بر نقطه A میگذرد بدایرهٔ قائم[5] نقطهٔ A موسوم‌است.

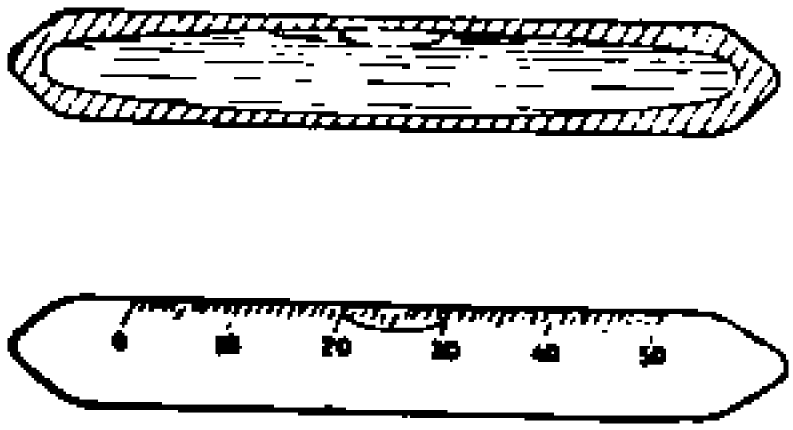
مختصات افقی هر ستاره بواسطهٔ حرکت‌یومی تغییر میکند یعنی در لحظات مختلف مختصات افقی یك ستاره مقادیر مختلفی‌خواهدداشت و قوانین تغییرات آنها نسبتاً پیچیده‌است وبعداً فرمولهائی که‌بوسیلهٔ آنها بتوان مختصات‌افقی هر ستاره را درهر لحظه دریکمکان بدست آورد بیان خواهیم کرد .

۱۹ ــ طریقهٔ تعیین مختصات افقی ــ تعیین مختصات افقی ستارگان یکی‌از مسائل‌مهم نجوم عملی‌است وبرای‌اینکارباید‌ابتدا طریقه‌های‌تعیین امتداد قائم را دانست. درعمل امتدادقائم یك مکان را یا بوسیلهٔ تراز حبابی ویا طشت جیوه تعیین میکنند.

الف ــ تراز حبابی[6] ــ تراز حبابی دقیق تشکیل شده‌است از یك لولهٔ شیشه‌ای مجوف که جدار داخلی آن سطح دواری است‌مطابق (شکل ۲۵) که محور دوران این سطح

۱— *Hauteur; Altitude* . ۲— *Distance zénithale ; Zenith distance*
۳— *Cercle de hauteur, Circle of altitude*
۴— *Almucantarat ; Almucantar* ۵— *Cercle vertical ; Vertical Circle*
۶— *Niveau à bulle ; Level*

همان محور لوله میباشد و مولد آن قوس دایره‌ایست بشعاع بسیار بزرگ و این لوله محتوی مایعی است با چسبندگی کم (مانند اتر) ولی لوله را از این مایع پر نمیکنند بلکه کمی جا برای یک حباب بخار در آن میگذارند و پس از داخل کردن اتر و بخار آب در لوله سرآنرا مسدود مینمایند. حال فرض کنیم که لوله‌را بسمتی قرار دهیم که محور لوله افقی باشد و صفحه‌قائمی از محور لوله مرور دهیم و مقطع آنرا با جدار داخلی بدست آوریم و دایره فوقانی‌را که یکی از مولدهای جدار است درنظر میگیریم. بموجب قوانین فیزیک پس از حصول تعادل مرکز بخار روی خط قائم مار بر مرکز مولد فوق‌الذکر قرار میگیرد و اگر دراینحال محل مرکز حباب را روی جدار خارجی لوله مشخص نموده و لوله را حول خط قائمی دوران‌دهیم حباب بخار پس از استقرار بحال تعادل همان وضع اولیه را اختیار خواهد کرد ولی اگر محوریکه لوله را حول آن دوران میدهیم کاملاً قائم نبوده و کمی از حالت قائم منحرف باشد پس از دوران، مرکز بخار برنقطه نشان‌شده قرار نمیگیرد پس میتوان تراز را برای تعیین میزان انحراف محور دوران از خط قائم بکار برد و برای اینکار باید قبلاً جدارخارجی لوله را مدرج نموده و ارزش درجات‌را برحسب اندازه انحراف تعیین نمود. حال اگر تراز مدرجی داشته باشیم و محور آنرا درامتداد غیرافقی قرار دهیم مرکز حباب در وسط درجات قرار نمی‌گیرد و از روی مقدار انحراف مرکزحباب اندازه میل امتداد مذکور نسبت بافق بدست میآید پس میتوان تراز را برای تعیین انحراف محور دورانیکه باید قائم باشد (درتئودولیت) و یا افقی باشد (در تئودلیت یادوربین نصف‌النهاری) بکاربرده وآنها را تنظیم نمود. لوله تراز را درداخل جعبه چوبی و یا فلزی کوچکی قرارمیدهند واین‌جعبه طوری‌است که‌تمام اطراف لوله بجز قسمت مدرج آنرا پوشیده است وباید لوله طوری درآن قرار گیرد که محور لوله موازی صفحه جدار جعبه باشد و چون ممکن‌است ضمن‌عمل این‌حالت بهم بخورد دوطرف لوله پیچهای‌تنظیم قرارداده‌اند تابوسیله‌آنها بتوان تراز را میزان نمود. اگر

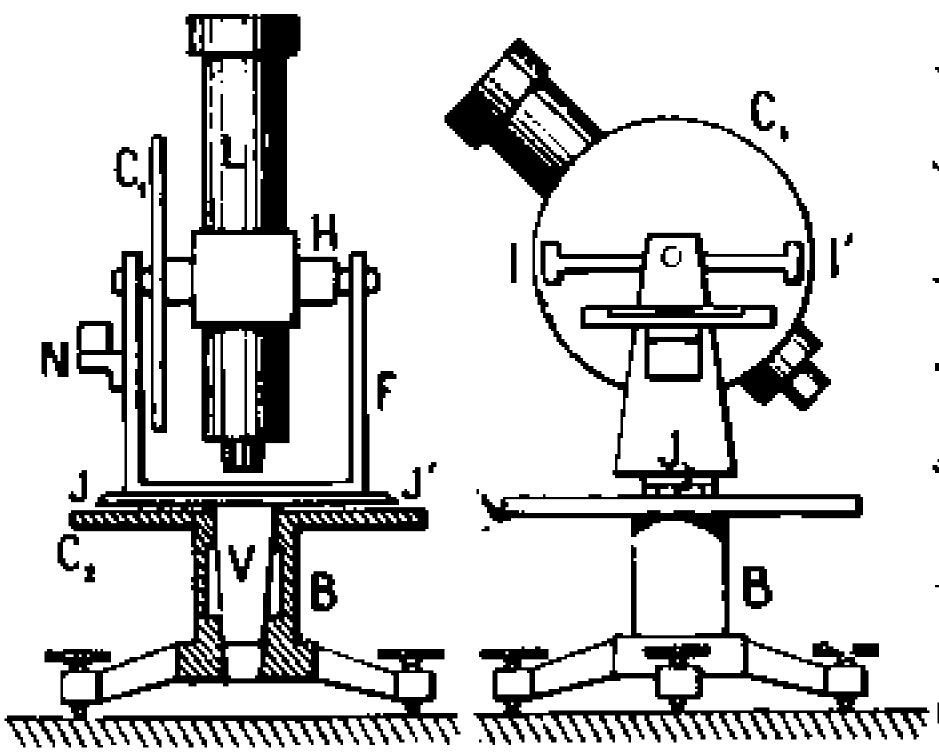


(شکل ۳۵)

محور تراز موازی جدار تحتانی جعبه بـاشدوفتیکه سطح تکیه‌گاه تراز را طوری تنظیم‌کنیم که مرکز حباب در وسط درجات باشد اگـرتراز را پس‌از ۱۸۰° درجه دوران مجددا روی همان سطح قرار دهیم باید مجددا مرکز حباب‌دروسط درجات باشد واگر چنین نیست معلوم میشود که جدار تحتانی جعبه تراز موازی‌محورلوله نیست و بوسیله پیچهای دوسرلوله آنـرا نسبی میزان میکنند تادرآزمایش فوق‌الذکرصحت‌آن محقق شود.

برای ساختن تراز خیلی حساس کافی‌است‌که شعاع قوس مولد جدار داخلی را زیـاد کنیم ولی متأسفانه چنین ترازی نسبت‌بحرارت‌بسیار حساس میباشد و تغییرات درجه حرارت سبب بهم‌خـوردن مشخصات دستگاه میشـود وبدینطریق چنین دستگاهی آنطورکه‌انتظار میرود دقیق نخواهد بود .

تئودلیت یـا ارتفاع‌یاب[۱] ــ دستگاهی است که‌برای اندازه‌گیری سمت و ارتفاع بکار میرود و بوسیله تراز میزان میشود واین‌دستگاه‌شامل یك‌دوربین L است و یك صفحه مـدور مدرج C_1آن متصل میباشد. دوربین و صفحه‌ٔمتصل بآن میتوانند بوسیلهٔ دومیله که‌با‌آنهامتصل شده‌اند در داخل دوتکیه‌گاه دوران نماید و این‌دومیله بقسمی به‌دوطرف دوربین و صفحهٔ‌مدرج C_1 متصل‌شده‌اند کەمحورآنها دریك‌امتدادبوده‌واین‌امتدادازمرکزدایرهٔ‌مدرج‌بگذرد و عمود بر محور دوربین باشد . تکیه‌گاهها سوراخهائـی‌هستند که روی دوشاخه فلزی قرار دارند واین شاخه‌ها از پائین بهم متصل بوده و میتوانندحول محوری عمود بر محور فوق‌الذکر دوران‌نمایند ویك یا دوزبانه مانند J و J' عمود بـر محور دوران شاخه‌هابااین محور متصل شده‌اندووقتیکه شاخه‌ها دوران میکنند این دوزبانه در صفحه عمود بر محور دوران شاخه‌ها قرار داشته ودر مقابل دایرهٔ مدرج C_2 عبور میکنند(شکل۲۶) وباید دستگاه‌راطوری تنظیم‌کنیم کەمحور دوران



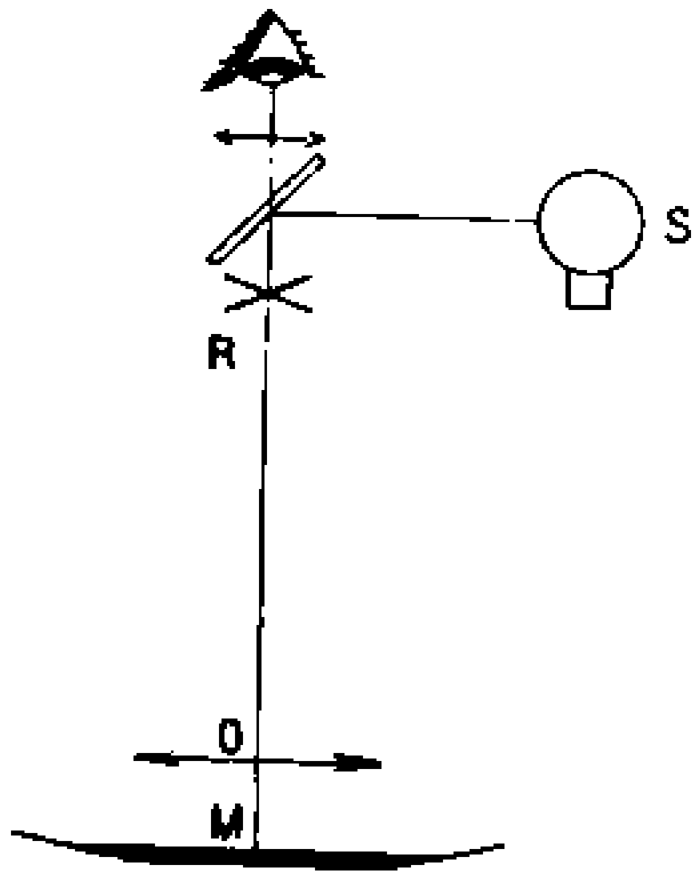
(شکل ۳۶)

شاخه‌ها قائـم بوده ودرنتیجه محـور دوران‌دوربین و صفحه متصل‌بآن افقی باشد واینکار

۱— *Théodolite ; Theodolite .*

بوسیله تراز حبابی که روی دستگاه نصب‌شده‌است انجام میگیرد . بوسیله دوربین ستاره و یا شیئی مورد نظر را رصد میکنند و بوسیله‌دایره‌مدرج افقی سمت و بوسیله دایرهٔ مدرج قائم ارتفاع ویا زاویه سمت‌الرأسی ستاره خوانـــده میشود .

ب ــ طشت جیـــوه ــ عـــبارتست (۱) ازظرفی بشکل یك طشت‌کوچك که‌کف آن‌کاملاً مسطح میباشد و دهانهٔ آن بصورت سطح‌جانبی‌مخروط ناقص میباشد بطوریکه زاویه مولد آن باسطح کف ظرف خیلی‌کم‌باشد مطابق (شکل ۲۷) و جنس‌آن از مس سرخ میباشد و داخل آنرا مقداری جیوه میریزند بطوریکه یك‌ورقهٔ‌نازك درکف ظرف قرار گیرد (ضخامت جیوه حداکثر باید یك میلیمتر باشد) . فرض‌کنیم که‌دوربین بتواند حول محوری عمودبـــر محور دوربین دوران کند و دایرهٔ مدرجی عمود برمحور دوران‌بهدوربین‌متصل باشدبقـــمی‌کهمرکز دایره بر محور دوران قرار گرفته و صفحه‌آن‌عمود بر محور دوران باشد. بر بـــدنهٔ دستگاه نشانه‌هائی درمقابل دایرهٔ مدرج قرار داده وهنگامیکه دوربین قائم است و از عدسی چشمی آن بپائین نگاه میکنیم طشت جیوه را زیر لولهٔ‌دوربین قـــرار میدهند و رتیکـــول چشمی را بوسیله انعکاس نور یك چراغ بر آئینه واقع‌در داخل دوربین روشن میکنند. تصویررتیکول پس‌از انعکاس نور آن برسطح جیوه و گذشتن‌ازعدسی بچشم‌ناظرمیرسد (شکل۲۷) اگر ضمن تغییر وضع تکیه‌گاههای محور دوران بتوانیم دوربین‌رابادوران‌دادن‌محور بوضعی‌قراردهیم که تصویر تارهای رتیکول برخود تارهای رتیکول منطبق دیده شود بموجب قوانین انعکاس نور محور نوری دوربین قائم است زیرا سطح جیوه افقی است و برای‌آنکه شعاع منعکس بر شعاع تابش منطبق باشد باید شعاع تابش بر سطح‌جیوه عمود باشد یعنی درامتداد قائم قرار گرفته‌باشد وچون محور دوران دستگاه بر محور نوری دوربین عمود است پس‌دراینحال محور دوران



(شکل ۲۷)

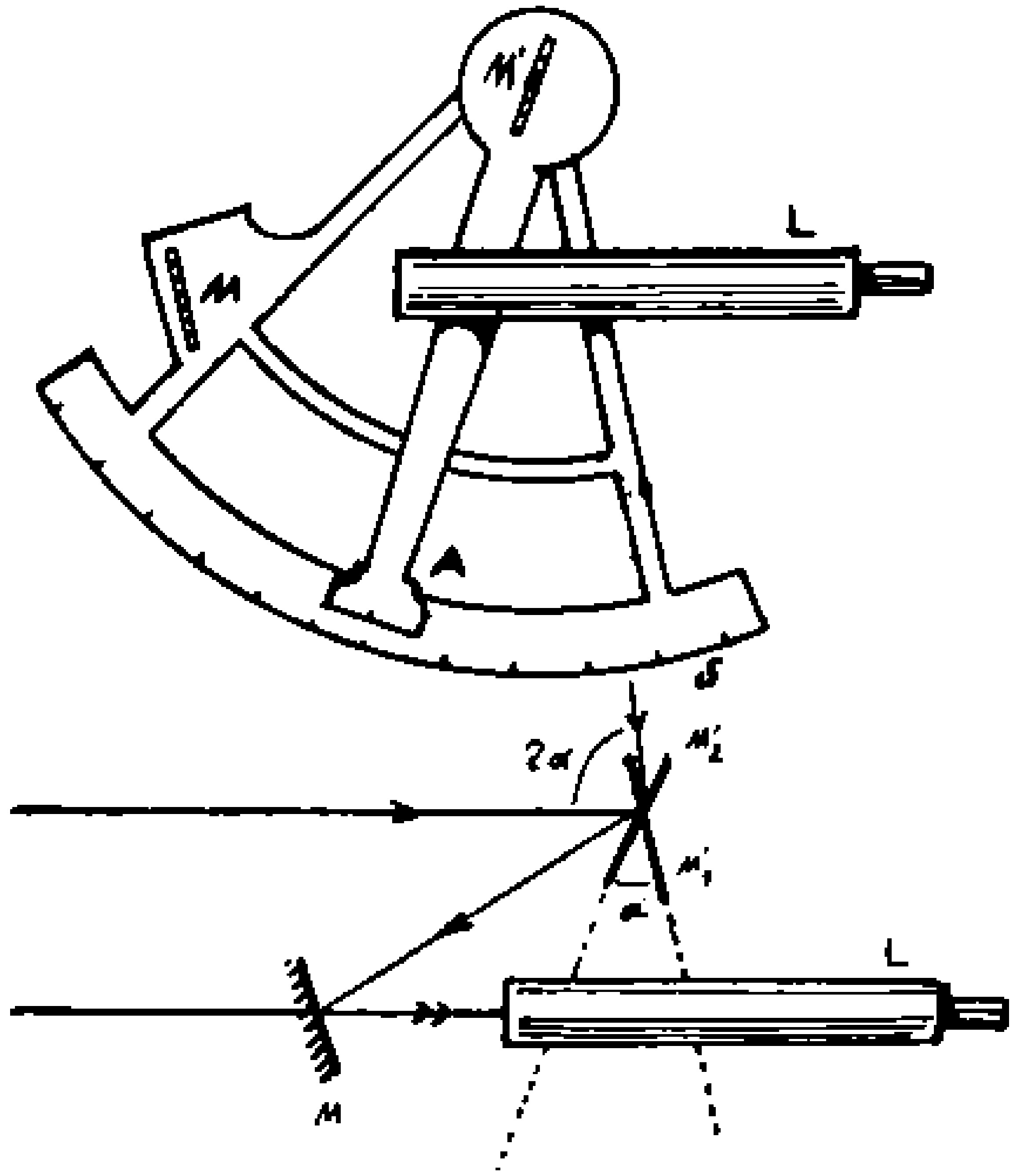
۱ــ *Bain de mercure ; Mercury bath .*

فی شده است ودراین‌موقع شماره‌های دایرهٔ مدرج را درمقابل نشانه‌های ثابت میخوانند حال گردوربین‌را آنقدر دوران دهیم تا ستاره‌ای‌رابوسیلهٔ دوربین رؤیت کنیم مقدار دوران کــه رطبق آنچه قبلا ذکر شد (شماره ۱۰) تعیین میگردد برابر است با مکمل زاویه سمت‌الرأسی ستاره. طـت جیــوه اکثــراً در دوربین‌هــای‌نصف‌النهاری بکار میرود .

۴۰ ــ سکستانت ملوانــان (۱) ــ دستگاهی است که‌برای تعیین ارتفاع ستارگان در دریا کار میرود . ملوانان اغلب برای تعیین محل‌خود در دریا احتیاج به تعیین ارتفاع ستارگان ارند و بعلت ثابت‌نبودن عرشه کشتی نمیتوانندار ارتفاع‌یاب استفاده کنند بهمین‌علت ازدستگاه یگری که‌به سکستانت معروف است استفــاده‌میکنند. ساختمان این دستگاه متکی بــر اصل یوتون دربارهٔ خواص آینه‌های دوار میباشد.

این دستگاه تشکیل شده است از یك دوربین کوچك L و عدسی چشمی آن فاقد رتیکول ست این دوربین بیکی از اضلاع قطاع ۶۰ درجه‌ای‌متصل شده است و محیط این قطاع از صفر تا ۶۰ مدرج‌شده‌است و درروی ضلع دیگر قطاع‌آینه مسطح M نصب شده است بقسمی که در ــ قابل محور دوربین میباشد واز دوربین‌میتوان‌آنرا دید ولی این آینه بقسمی ساخته شده‌است که فقط یك‌قسمت از میدان دید دوربین را اشغال میکند وضمن‌دیدن‌آینه میتوان‌با دوربین فق حسی دریا را نیز دید و آینه دیگر M′ بدورمحوریکه عمود بر سطح قطاع بوده و مار بــر رکز قطاع است دوران میکند و این آینه بمیله A متصل است و بوسیله حرکت دادن این یله دوران میکند (شکل ۲۸) انتهای میلــه‌نشانه‌ایست که همواره ضمن حرکت میله در جلو رجات محیط قطاع عبور میکند. آینهٔ M روی‌ضلع قطاع طوری نصب شده است کــه مقابل وربین بوده و هر شعاع نورانی که‌در امتدادمحور دوربین برآن بتابد منعکس آن به آینهٔ M برخورد می‌نماید و آینهٔ M′ روی میله متحرك‌چنان نصب شده‌است که‌وقتی نشانه روی صفر رجات محیط قطاع قرار گیرد آینه M′ موازی M گردد دراینحال اگر اشعه نورانی بموازات حور دوربین برآینه M′ بتابد پس‌از دوبــارانعکاس درآینه‌های M′ و M منعکس آن درامتداد وربین قرار گرفته و دیده میشود یعنی‌وقتیکه‌دوآینه موازی یکدیگر هستند تصویرهر شیئی که ستقیماً در دوربین دیده میشود با تصویر آن که‌پس‌از دوبارانعکاس اشعه نورانی آن شیئی در

۱ — *Sextant.*



(شکل ۳۸)

دوربین دیده میشودبرهم منطبق است ودراینحال اگر دستگاه را در دست گرفته و با دوربین آن بافق نگاه کنیم شعاع دید چشم پس‌از دوبـــارانعکاس درآینه بموازات دوربین قرارمیگیرد یعنی افقی است. حال اگر میله متحرك‌رابانداز ٔزاویه ٔ α دوران دهیم تا شعاع نورانـــی ستاره مورد نظر پس‌از دوبار انعکاس افقی گرددیعنی‌تصویر ستاره را بر صفحه ٔ افق که مستقیماً در دوربین دیده میشود منطبق نمائیم زاویه امتدادستاره با افق برابر با 2α خواهد بود واضح‌ استکه باید دستگاه راطوری گرفته‌باشیم که‌صفحه‌قطاع قائم باشد.

۳۱ ــ قطبین سماوی (۱) و محور عـــالم (۲) و تفسیر حرکت یومی ــ با مشاهده آسمان دیدیم که همه ستارگان حرکت ظاهری دارندحال میخواهیم درچگونگی حرکت آنان‌بررسی

۱— *Pôles célestes; Celestial poles .*

۲— *Axe du monde; Axis of the earth.*

نمائیم. برای اینکار نقطه صفر دایرهٔ افقی ارتفاع‌یاب را در امتداد نشانه ثابت زمینی قرار داده و موقتاً آن نقطه‌را مبدء اندازه‌گیری سمت اختیار میکنیم ودر یک سمت و ارتفاع یک ستاره را n بار در زمانهای t_1 و t_2 و ..... و t_n اندازه میگیریم وفرض کنیم که مختصات آن ستاره ترتیب (a_1 , h_1) و (a_2 , h_2) و..... (a_n , h_n) باشد و یکدستگاه مختصات متعامد oxyz را چنان درنظر میگیریم که oz درجهت سمت‌الرأس بوده و صفحهٔ oxy از نشانه ثابتی که مبدء اندازه‌گیری سمت انتخاب شده است عبور نماید پس مختصات نقطه حامل ستاره روی کره سماوی درلحظات t_1 .... و t_n بترتیب چنین است :

$$\begin{cases} x_1 = \cos a_1 \cos h_1 \cdots\cdots \\ y_1 = \sin a_1 \cos h_1 \cdots\cdots \\ z_1 = \sin h_1 \cdots\cdots \end{cases} \quad و \quad \begin{cases} x_n = \cos a_n \cos h_n \\ y_n = \sin a_n \cos h_n \\ z_n = \sin h_n \end{cases}$$

حال میخواهیم ثابت کنیم که نقطه ثابتی مانند $P(x_0 , y_0 , z_0)$ روی کره سماوی موجود است بطوریکه اندازه قوس $\widehat{A_1P}=l$ ضمن حرکت ستاره A ثابت بماند. طول قوس $\widehat{A_1P}$ از رابطه زیر بدست میآید:

$$\cos l = \vec{oA_1} \cdot \vec{oP} = x_1x_0 + y_1y_0 + z_1z_0$$

وازآن حاصل میشود :

$$x\frac{x_0}{\cos l} + y\frac{y_0}{\cos l} + z\frac{z_0}{\cos l} = 1$$

اکنون قرار میدهیم.

$$\frac{x_0}{\cos l} = X \quad و \quad \frac{y_0}{\cos l} = Y \quad و \quad \frac{z_0}{\cos l} = Z$$

هرگاه قوس l درتمام مدت حرکت ستاره A ثابت باشد باید n دستگاه معادلات سه‌مجهولی زیر دارای جواب مشترک باشند.

$$
(۱)\quad
\begin{cases}
x_۱ X + y_۱ Y + z_۱ Z = ۱ \\
x_۲ X + y_۲ Y + z_۲ Z = ۱ \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x_n X + y_n Y + z_n Z = ۱
\end{cases}
$$

ازحل سه معادله دستگاه فوق Z وY وX بدست میآید واگر جوابهای حاصل را درمعادلات دیگر ببریم بادرنظرگرفتن تقریب مربوط بحد نهائی دقت دستگاه ملاحظه خواهیم کرد که این جوابها درتمام معادلات صدق میکند و معلوم میشود کهامتداد OA یعنی شعاع واصل بستاره مفروض دور محور ثابتی مانند OP دوران میکند و برای تعیین $a.$ و $h.$ مختصات افقی نقطه P میتوان نوشت :

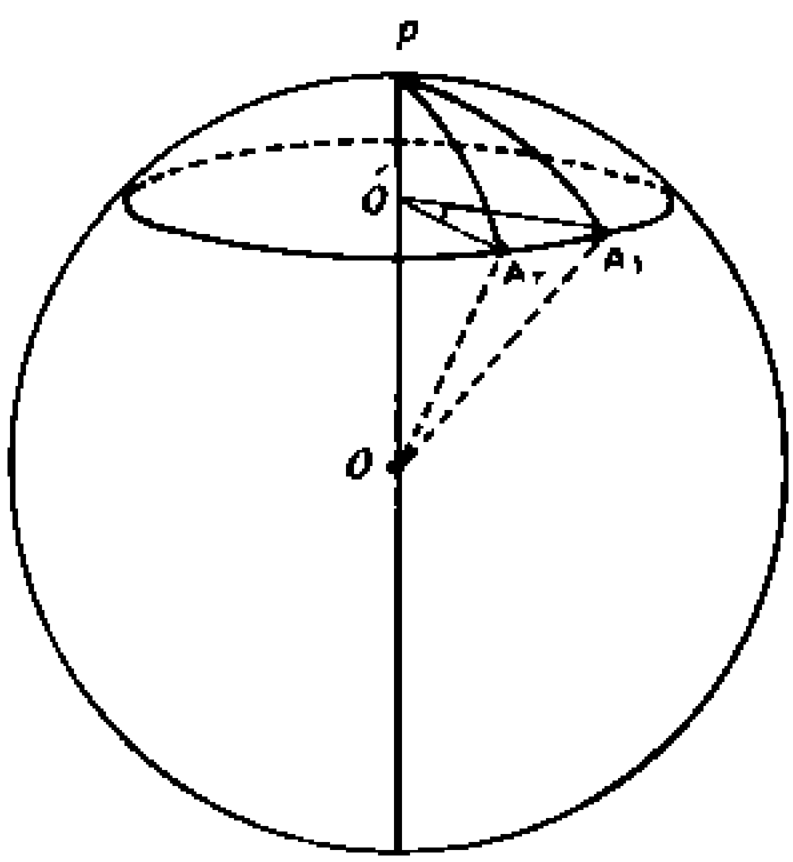
$$x. = X \cos l = \cos a. \cos h.$$
$$y. = Y \cos l = \sin a. \cos h.$$
$$z. = Z \cos l = \sin h.$$

و از تقسیم‌نمودن روابط دوم و سوم بر رابطه اول حاصل میشود :

$$(۲)\quad \operatorname{tg} a. = \frac{Y}{X} \text{ و } \operatorname{tg} h. = \frac{Z}{X} \cos a.$$

از حل دستگاه (۱) Z وY وX بدست میآید و با بردن آنها در روابط (۲) مقادیر $a.$ و $h.$ حاصل میشوند. از آزمایش فوق نتیجه میشود که هر ستاره در حرکت ظاهری خود حول محور ثابتی مانند oP دوران میکند نقطه P را قطب دوران ستاره A مینامیم هرگاه درهمان‌شب همین عمل را برای چند ستاره‌دیگر انجام دهیم ملاحظه میکنیم که قطب دوران‌برای همه ستارگان یکی است و ازاینجا معلوم‌میشود که همه ستارگان در حرکت ظاهری دور یك محور دوران میکنند و آنرا محور عالم نامند این محور در دونقطه P و ′P کرهٔ سماوی را قطع میکند که‌آنها را قطبین‌سماوی نامند وآنراکه بسمت‌الرأس نزدیکتر است قطب شمال گویند وآنرا بحرف P نمایش میدهند ودیگری را قطب جنوب میگویند و آنرابحرف ′P نشان میدهند دراینجا متذکر میشویم که بنابفرض ناظر درنیمکره شمالی زمین قرار دارد مثلاً در ایران واین مطلب درتمام فصول این کتاب مورد نظراست مگرآنکه خلاف آن‌تصریح‌شود.

سیر نقطه حامل ستاره A روی کرهٔ سماوی ضمن حرکت ظاهری این ستاره دایره‌ای است که صفحهٔ آن عمود بر $P'P$ میباشد و مرکز آن o' روی محور دوران است و این دایره را مدار ستاره معروض نامند[1]. اگر A_1 و A_2 و .... و A_n نقطه حامل ستاره در لحظات t_1 و t_2 و .... و t_n باشد (شکل ۱۲۹ و اندازه‌های زوایای $A_1o'A_2$ و $A_2o'A_3$ و ...... را بدست آوریم خواهیم دید که زوایا بترتیب متناسب با $t_2 - t_1$ و $t_3 - t_2$ و .... میباشند. (طریقهٔ تعیین زوایای مذکور که به زاویه ساعتی[2] موسومند در شماره‌های بعد ذکر خواهد شد) بنابراین معلوم میشود که سرعت زاویه‌ای هر ستاره نظیر A در دوران بدور محور ثابت است و اگر سرعت زاویه‌ای گردش سایر ستارگان را نیز بدست آوریم ملاحظه خواهیم کرد که این سرعت زاویه‌ای برای همه ستارگان یکی است.



(شکل ۱۲۹)

اگر آزمایش فوق الذکر را درشبهای دیگر نیز انجام دهیم (درمدت حداکثر چندروز یا چند هفته) عیناً همان نتایج حاصل میشود و سرعت زاویه ای دوران در زمدهای مختلف ثابت است و همچنین مختصات نقطه P نیز تقریباً یکی است و از این آزمایشها نتیجه زیر حاصل میشود:

ستارگان در حرکت ظاهری خود در هر لحظه حول یك محور بنام محور عالم با سرعت زاویه‌ای ثابتی دوران میکنند این محور تقریباً ثابت است یعنی بطوریکه بعداً خواهیم دید نسبت بزمان تغییرات بسیار کوچکی دارد که کمتر از ″۰/۱ درهر شبانه‌روز میباشد پس این محور را درفاصله زمانی چند روز تا چند هفته میتوان ثابت درنظر گرفت ولی سرعت زاویه‌ای گردش ستارگان تغییراتش نامحسوس است و میتوان آنرا با تقریب کافی ثابت دانست. بوسیلهٔ عکسبرداری از آسمان نیز نتایج فوق الذکر رامیتوان بدست آورد.

۱— *Paralléle céleste; Celestial parallel.*

۲— *Angle horaire ; Hour angle .*

هرگاه دوربین عکاسی ستارگان (استروگراف)[۱] را متوجه قطب شمال سماوی کرده و چند ساعت ارتباط دهانه آنرا باز گذاریم تا تصویر ستارگان بر روی شیشه یا فیلم آن ثبت شود پس از ظهور فیلم دیده میشود که آثار هر ستاره برروی فیلم قوسی از دایره میباشد و قوسهای مربوط به ستارگان مختلف متحدالمرکز میباشند و مرکز مشترك آنها را میتوان بادقت تعیین کرد پس معلوم میشود که ستارگان همگی بدور یك محور میگردند وچون این فیلمها را برحسب سمت و ارتفاع مدرج کنیم مختصات افقی مرکز این دوایر که همان تصویر قطب شمال سماوی است بدست میآید و ضمناً زاویه قوسهای مربوط به مسیر ستارگان مختلف باهم برابر است و ازاین مطلب نتیجه میشود که سرعت زاویه دوران همهٔ ستارگان برابر میباشد.

برای تحقیق ثبات و یا تغییر مکان قطب نسبت بثوابت کافی است که فیلمهای اخذشده در فواصل چند ماه یا چندین سال راباهم مقایسه کرد وازاین مقایسه معلوم میشود که قطب سماوی نسبت بثوابت دقیقاً ثابت نیست بلکه دارای تغییرات کمی میباشد و این مطلب در فصول بعد دقیقاً بررسی میشود ولی در مطالعه حرکت یومی در فاصله زمانی چندساعت و یا چند روز میتوان این محور را ثابت اختیار کرد و نتایج حاصل با تقریب بسیار خوب قابل قبول میباشد.

درحقیقت حرکت یومی ستارگان نتیجهٔ مستقیم حرکت دورانی زمین میباشد واین موضوع اززمان کپرنیك محقق گردید یعنی زمین همواره حول محوری مار بر مرکز خود دوران میکند ودرنتیجه ساکنین کرهٔ زمین مشاهده میکنند که جمیع اجرام سماوی بدور آسمان دوران میکنند و محور عالم درهر مکان موازی محوردوران زمین است برای تعبیر حرکت یومی میتوان کرهٔ سماوی را شامل دوجدار دانست یکی جدار داخلی که بکره محلی موسوم است و دستگاه مختصاتی که بآن متصل میگردد نسبت به نشانه های محلی ثابت است دوم جدار خارجی کرهٔ سماوی که بر سطح آن نقاط حامل ستارگان قرار دارد و این نقاط نسبت بهم ثابت میباشند وآنرا کرهٔ ثوابت[۲] مینامند. دستگاه مختصاتی که باین کره متصل گردد نسبت بثوابت بیحرکت است و میتوان گفت که حرکت یومی عبارت است از حرکت نسبی دوجدار خارجی و داخلی کرهٔ سماوی یعنی کرهٔ ثوابت نسبت به کرهٔ محلی درهر لحظه حول یك محور دوران مینماید و

۱— *Astrographe* .

۲— *Sphère des fixes; Sphere of fixed stars* .

محور آنی دوران همان محور عالم است و این حرکت در جهت معکوس انجام میشود و زمان یکدوران کامل اندکی کمتر از یک شبانه‌روز متوسط میباشد.

نقاط برخورد محور آنی دوران را با هریک از این دو کره قطبین آنی دوران گویند و قطبین آنی دوران روی دو کره تغییر مکان میدهد. تغییر مکان قطبین روی کرهٔ محلی خیلی کم است یعنی مکان محور آنی دوران نسبت بکرهٔ محلی مخروط غیر دواریست که زاویهٔ رأس آن متغییر بوده ولی همواره بسیار کوچک میباشد و حداکثر مقدار این زاویه درحدود چندد‌هم ثانیهٔ درجه میباشد و ما آنرا در فصول آینده تحت عنوان تغییر مکان قطب بیان میکنیم ولی تغییر مکان قطب روی کرهٔ ثوابت تقریباً یکدایره‌ایست که شعاع آن قابل ملاحظه میباشد اما این تغییر مکان خیلی بکندی انجام میگیرد یعنی کمتر از ۰/۱″ درهر شبانه‌روز میباشد و این تغییرات تحت عنوان حرکت قهقرائی (۱) و رقص محوری (۲) درجلد دوم این کتاب بتفصیل ذکر خواهد شد.

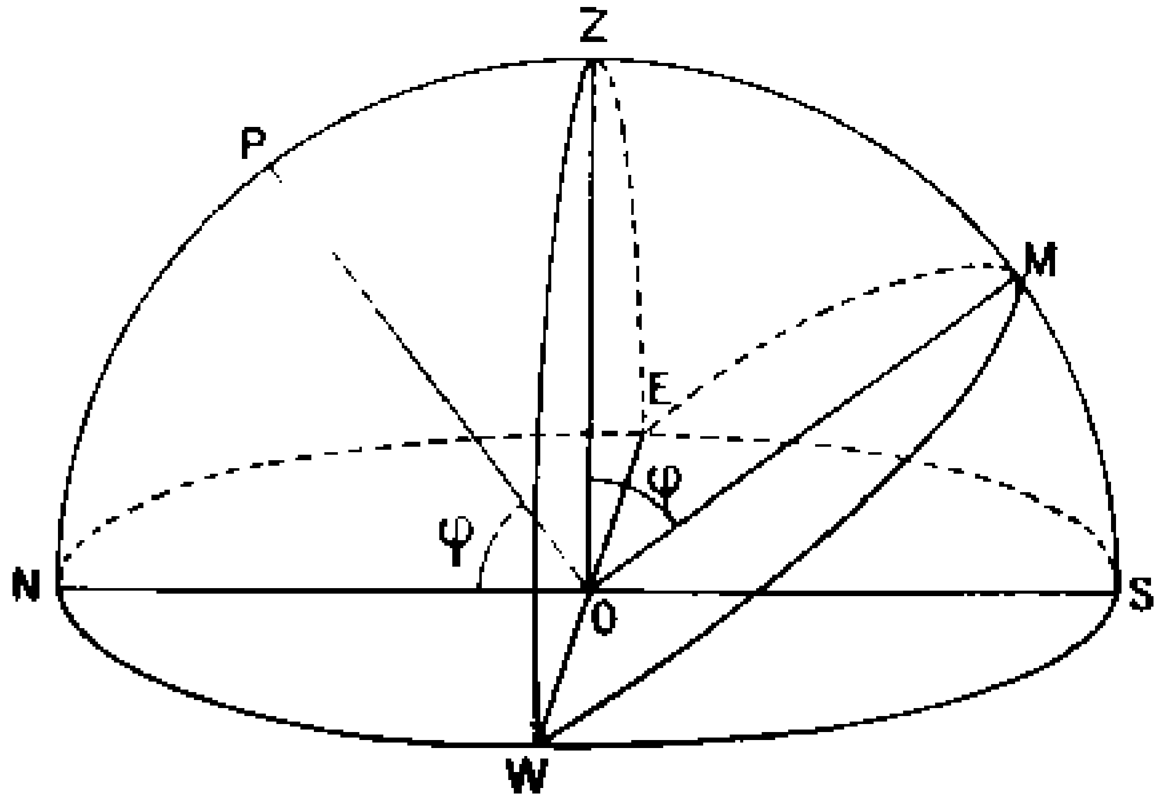
تبصره ــ بایددانست که جواب مشترك دستگاه معادلات (۱) تقریبی است زیرا اولا ضرایب X_1، Y_1 و این معادلات که از رصد بدست آمده است بعلت محدود بودن درجهٔ دقت وسیلهٔ مورد عمل تقریبی میباشند ثانیاً بعلت انکسار جوی اشعه نورانی ستاره بین زیکسلسله انحرافات جزئی بچشم ناظر میرسد و درنتیجه ارتفاع خوانده‌شده در دستگاه اندازه‌گیری ارتفاع واقعی ستاره نمیباشد بنابراین معادلات مذکور تقریبی میباشند و نباید انتظار داشت که جواب سه معادله آن بادقت کامل درمعادلات دیگر صدق کند ولی دیده میشود که باتقریب قابل قبول در بقیه معادلات صادق است و اگر بخواهیم مختصات قطب را بادقت بیشتری بدست آوریم باید اولا ارتفاع‌یاب مورد عمل دارای درجه‌دقت زیادتر بوده و ثانیاً ارتفاع تعیین شده را بادرنظر گرفتن انکسار جوی تصحیح نمائیم ثالثاً دستگاه معادلات (۱) را بـاروش حداقل مربعات حل نمائیم (moindre carré) تا جواب حاصل بحقیقت نزدیکتر باشد و ضمناً متذکر میگردد که درتمام مطالب این فصل ازچند اثر دیگر که سبب تغییر مختصات ستاره میباشند صرفنظر شده است ازقبیل حرکت قهقرائی ــ رقص محوری ــ اختلال یومی و (۳)

۱— *Précession des équinoxes; Precession of equinoxes.*

۲— *Nutation.* ۳— *Aberration*

ساليانه و اختلاف منظر[۱] از اين حركات كـه‌ســيار كوچكند درجلد دوم اين كتاب شرح خواهدشد.

۲۳ ــ دستگاه دوم مختصات محلي ــ مختصات ساعتي[۲] : صفحه‌ايكه بر قائم مكان و محور عالم ميگذرد بەنصف‌النهار نجومي[۳] موسوم‌است‌و مقطع آن‌باكرهٔ سماوي دايره عظيمه‌ايست كه نقاط P و Z (قطب شمال سماوي و سمت‌الرأس) رابهم وصل ميكندواضح‌است‌كه اين‌دايره از نقــاط P′ و Z′ (قطب جنوب سماوي و سمت‌القدم) نيز ميگذرد (شكل ۳۰) اين صفحه



(شكل ۳۰)

يكي از صفحات ثابت مكان ميباشد پس‌يكي‌ازعناصر ثابت كـــره محلي مــحسوب ميشــود. نصف‌النهار نجومي صفحه افق را درامتداد قطر NS قطع ميكند كه بەامتداد شمــال و جنوب موسوم است و نقطه N راكه به P قطب شمــال‌سماوي نزديكتر است سمت شمال[۴] و S را سمت جنوب[۵] نامند.

۱ــ *Parallaxe; Parallax.*
۲ــ *Coordonnées horaires; Hour co - ordinates*
۳ــ *Méridien astronomique; Meridien plane.*
۴ــ *Nord; North.*
۵ــ *Sud ; South.*

نقطه S را روی دایره افق مبدأ اندازه‌گیری سمت ستارگان انتخاب میکنند و این همان نقطه‌ایست که در شماره ۱۸ تعیین محل آنرا بعد موکول نموده بودیم. خط عمود بر NS در صفحه افق دایره افق را در دو نقطه قطع میکند آن نقطه که بطرف محلهای طلوع ستارگان متوجه است سمت مشرق نامند و آنرا به E نمایش میدهند و نقطه مقابل آنرا سمت مغرب نامند و آنرا به W نمایش میدهند اگر ناظری در نقطه O ایستاده و بسمت شمال نگاه کند دست راستش بسمت مشرق و دست چپش بسمت مغرب است.(۱)(۲)

نیم‌صفحه قائم ZEZ' که بقائم ZZ' محدود میشود و بر نصف‌النهار نجومی عمود است بقائم اول موسوم است و نیم‌صفحه قائم ZWZ' که امتداد نیم‌صفحه اول یعنی ZEZ' میباشد قائم دوم نامیده میشود.

ارتفاع قطب شمال سماوی یعنی زاویه $\widehat{NOP}$ را عرض نجومی یا عرض سماوی مکان(۳) نامند و آنرا به φ نشان میدهند و بطوریکه بعداً خواهیم دید φ برابر است با عرض جغرافیائی(٤) مکان. مقدار φ در هر مکان همانطور که قبلاً نیز اشاره شد تقریباً ثابت است یعنی تغییرات آن خیلی ناچیز میباشد و ماکزیمم تغییرات آن هیچوقت از ″٠/٤ تجاوز نمیکند.

دایره عظیمه‌ایکه صفحه آن بر محور عالم عمود است استوای سماوی(۵) مینامند. صفحه استوای سماوی برخط EW میگذرد زیرا EW بر صفحه نصف‌النهار عمود است بنابراین بر OP عمود خواهد بود و صفحه‌ایکه از O بر OP عمود شود شامل خط EOW خواهد بود درشکل ۲۹ نصف‌استوای سماوی با نیمدایره EMW نشان داده شده‌است و OM قسمتی از فصل مشترک استوا با نصف‌النهار دربالای افق میباشد. دایره استوا را نیز میتوان یکی ازعناصر ثابت کره محلی دانست (البته درصورتیکه از تغییر مکان ناچیز قطب در کره محلی صرفنظر شود). OM دامتداد تصویر OZ بر استوای سماوی میباشد پس زاویه $\widehat{ZOM}$ زاویه خط OZ با صفحه استواست و چون اضلاع این زاویه بر اضلاع زاویه $\widehat{NOP}$ عمود است و هردو حاده میباشند پس زاویه OZ با صفحه استوا برابراست با φ عرض جغرافیائی مکان.

۱— *Est.* ۲— *Ouest ; West.* ۳— *Latitude astronomique ou celeste. Celestial latitude* ٤— *Latitude géographique: Latitude.*
۵— *Équateur céleste; Celestial equator*

$$\widehat{S'D'} = a_1 \quad , \quad \widehat{S'C'} = a_2$$

$$\begin{cases} \widehat{S'S} = a_1 + \widehat{D'S} \\ \widehat{S'S} = a_2 + \widehat{SC'} \end{cases}$$

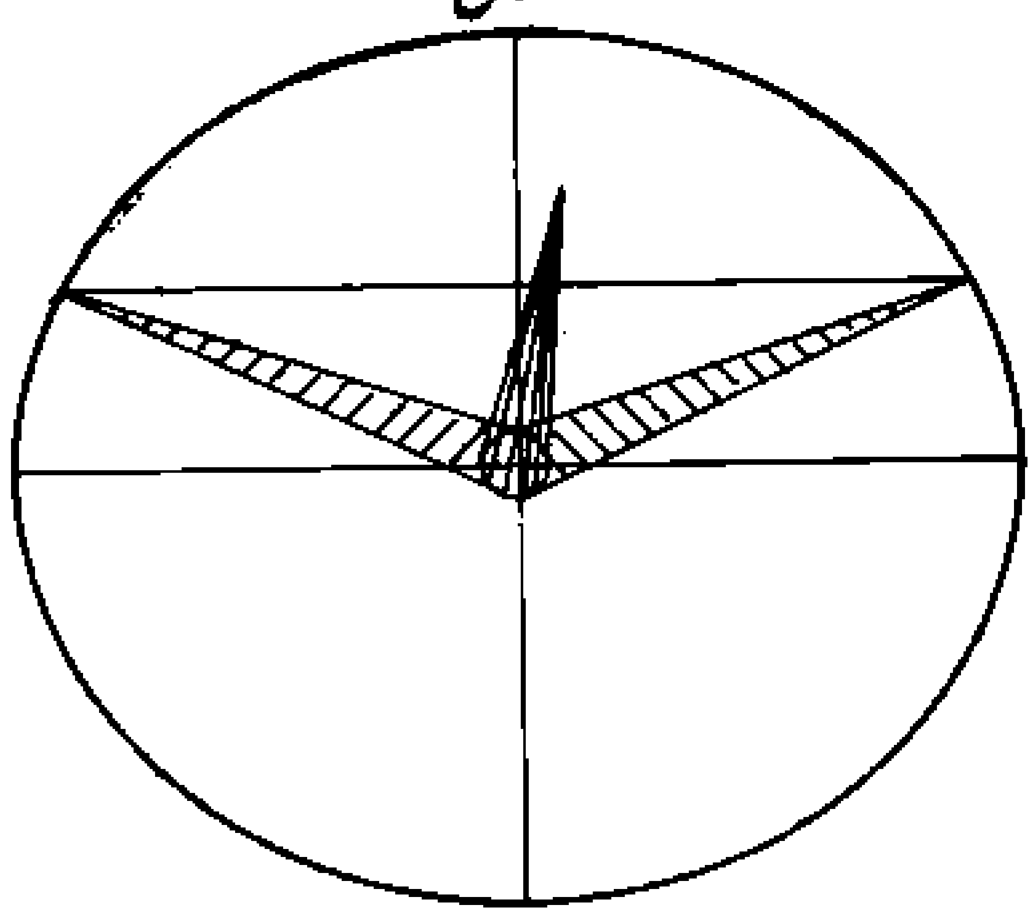
وازجمع دورابطه فوق نتیجه میشود :

$$\widehat{S'S} = \frac{a_1 + a_2}{2}$$

پس سمت نقطهٔ S نسبت بمبدأ موقتـی S' برابراست با نصف مجموع سمتهای نقاط D, C یك مدار که دارای ارتفاع مساوی میباشند بنابراین برای تعیین سمت جنوب دریك مکان ارتفاع ـ یاب را دریکشب صاف درآن مکان مستقر نموده و نقطهٔ صفر دایره مدرج افقی را بطرف یك نشانهٔ معین ثابت واقع روی زمین متوجه میکنیم وآنرا مبـدأ موقت اندازه گیری سمت اختیار میکنیم و سپس بادوربین ارتفاع یاب یك ستاره راکه تقریبـاً درنزدیـکی نیم صفحه جنوبـی نصف النهار است و ارتفاع آن روبازدیاد میباشد رصد میکنیم بطوریکه تصویر ستاره در نقطـهٔ تقاطع دوتار رتیکول قرار گیرد ودراینحال سمت آنرا یادداشت نموده و پیچ مربوط بدلوله دوربین را سفت میکنیم تاارتفاع دستگاه ثابت بماند اماارتفاع ستاره بتدریج زیادشده و پس از گذشتن از نصف النهار مکان رو بنقصان میگذارد و آنگاه سعی میکنیم که ستاره را درموقع کم شدن ارتفاعش دردوربین دیده و فقط باتغییردادن پیچ مربوط بتغییر سمت تصویر ستاره را برمحل تقاطع تارهای رتیکول منطبق نمائیم و زاویه سمت آنرا دراین مـوقع نیز یادداشت میکنیـم اگر a_1 و a_2 بترتیب سمتهای خوانده شده باشند بموجب آنچه که قبلاً ذکر شد سمت جنوب ازعبارت $\frac{a_1 + a_2}{2}$ بدست میآید و صفحهٔ قائمی که برامتداد OS میگذرد صفحهٔ نصف النهار است و هنگامیکه سمت جنوب مشخص شد ازروی آن میتوان سمت هـرستاره راکـه بخواهیم بمبدأ نقطه S بدست بیاوریم.

قدما برای تعیین صفحهٔ نصف النهار بادرنظر گرفتن موضوع قرینه بودن نقاط هم ارتفاع نسبت بصفحهٔ نصف النهار وبااستفاده از مـدارحرکت یومی خورشید امتداد جنوب را ازروی سایهٔ یك شاخص قائم بدست میآوردند فرض کنیم یك میله رابطور قائم درمکانی نصب کرده باشیم هرچه ارتفاع خورشید زیادتر شود سایه این میلهٔ قائم کوتاهتر میشود وبالعکس. حال اگر دونقطه از مدار خورشید راکه دارای یك ارتفاع میباشند درنظر بگیریم وقتیکه خـورشید دراین دونقطه

باشد سایه میله مذکور دراین‌دوحالت برابراست ونیمساز زاویه دوامتداد سایه میله دراین دوحالت‌امتداد شمال وجنوب‌رابدست‌میدهدوقدما یك‌قسمت‌از زمین‌را کاملاً افقی‌نموده وباپرگار دایره‌ای‌بشعاع‌دلخواه‌روی‌آن‌ترسیم‌مینمودند وبرمرکزآن یك‌قطعه چوب بشکل مخروط‌که‌دارای نوك تیز باشد نصب مینمودند (شکل ۳۲) بقسمی‌که‌کاملاً قائم باشد یعنی خط قائم مار بر رأس چوب از مرکز دایره بگذرد وباکمك شاقول‌این‌عمل‌را انجام میدادند و درازای چوب رانصف شعاع دایره اختیار میکردند اوائل صبح سایه‌شاخص بیش‌از شعاع دایره‌است‌وبتدریج کوتاه میشود و مراقب میکردند تاوقتیکه نوك سایه‌برمحیط دایره قرار گیرد یعنی طول سایه‌مساوی شعاع دایره شود آن‌نقطه را نشان میکردند وازاینجا ببعد سایه کوتاه میشد تاظهر وازآن‌ببعد سایه شروع بدرازشدن مینمود وباز درموقع عصر هنگامیکه نوك سایه روی محیط دایره‌قرار میگرفت آنجارا نیز نشان میکردند و سپس دونقطه نشان شده را با خطی مستقیم وصل کرده



(شکل ۳۲)

و عمودمنصف آنرا رسم مینمودند این‌خط‌نیمساززاویه مابین دوامتداد سایه میباشد وسمت شمال‌را مشخص میکند و امتداد آن سمت جنوب راتعیین خواهدکرد و قطر عمود بر امتداد شمال و جنوب سمتهای مشرق و مغرب را مشخص‌مینماید .

۲۴ ــ دستگاه مختصات کره ثوابت ــ مختصات استوائی[۱] ــ بطوریکه ذکر شد

۱— *Coordonées équatoriales : Equatorial co - ordinates .*

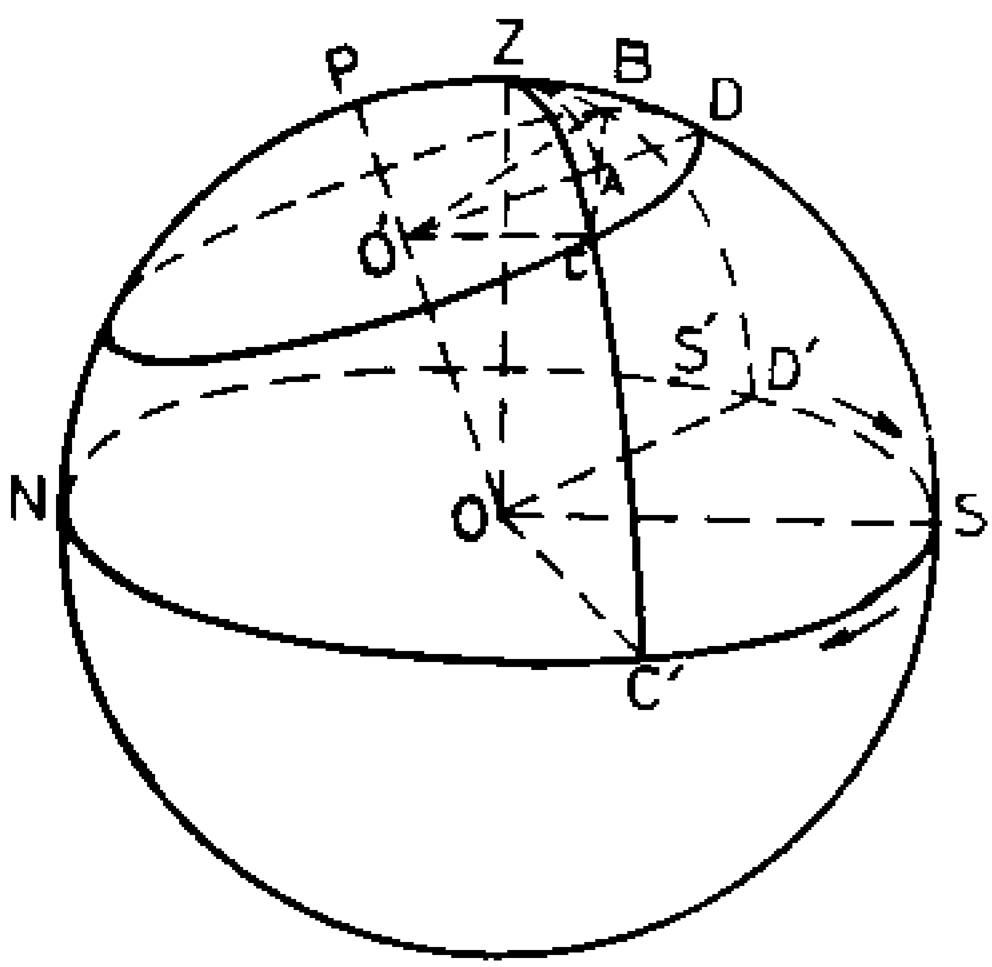
ذکرشد بادقت کافی ممکن‌است و نتایج‌اندازه‌گیری H و δ تقریبی خواهند بودبنابراین برای تعیین مختصات ساعتی ستارگان ازروابطمابین مختصات افقی و مختصات ساعتی که‌بعدا ذکر میشود استفاده میکنند معذالك تمام‌دستگاههای بزرگ نجومی نظیر دوربین‌نجومی دوربین عکسبرداری ستارگان تلسکوبها همه‌بصورت دوربینهای استوائی ساخته شده‌اندزیرا بااین‌طرز ساختمان بطور مطمئن‌تر و آسانتر میتوان ضمن رصد یك ستاره آنرا دنبال کرد بطوریکه همواره ستاره مورد مطالعه درمعرض‌دید ناظر قرار داشته باشد و برای اینکار کافی است که دستگاه بوسیله یك موتور با حرکت‌یکنواختی معادل باحرکت یومی ستارگان حول محور دوران دستگاه که‌بطور تقریب درامتدادمحور عالم قرار گرفته است دوران کند اگر دستگاه کاملاً میزان بوده وسرعت دوران موتور صحیحاً مطابق سرعت زاویه‌ٔ حرکت‌یومی‌باشد واگر انکسار جوی نیز وجود نداشت ستاره‌همواره درامتداد دید ناظر درتمام مدت رصد قرار میگرفت ولی چون اجرای دو موضوع‌اول ودوم بطوردقیق میسرنیست وازطرفی‌انکسار جوی هم وجود دارد بنابراین باوجود دوران‌دستگاه باز ستاره درمدت رصد ازوضع‌اولیه‌خود درمیدان دید منحرف میگردد و بدینجهت‌پیچهائی برای میزان‌کردن ستگاه بنام‌دیم انسیل درآن تعبیه میکنند که دردسترس راصد قراردارد و بوسیلهٔ آن‌درهر لحظه انحراف‌راتصحیح میکند و همواره ستاره را درامتداد شعاع دیداولیه قرار میدهد.

درمورددوربین‌های عکسبرداری ستارگان‌به‌آن یك‌دوربین راهنمامیافزایند وراصدبوسیلهٔ این‌دوربین یك‌ستاره را رصد میکند وباپیچهائی که‌دوربین عکسبرداری و دوربین راهنمارا باهم تغییر میدهد راصد سعی میکند که شعاع رؤیت‌ستاره مزبور درتمام مدت عکسبرداری یك فیلم برمحور دوربین منطبق باشد بدین‌ترتیب دردوربینهای استوائی اگر خوب هدایت‌شده‌باشد اثر تمام ستارگان واقع در میدان عکسبرداری‌دوربین روی فیلم دوربین بشکل یکعده نقاط خواهدبود درصورتیکه‌اگر دوربین عکاسی‌بطرزدیگری غیراز شکل دوربین استوائی سوار شده باشد آثارستارگان میدان دوربین بر روی‌فیلم‌منحنی میباشد یعنی تصویر میدان دوربین‌حول تصویر ستاره راهنما دوران میکند. دوربینهای‌عکسبرداری ستارگان برای مطالعه در حرکات خاص ثوابت و همچنین تعیین اختلاف منظر ثوابت نزدیك وغیره بکار میرود .

بطور خلاصه‌میتوان گفت که مختصات ساعتی ستارگان‌بهتر ازمختصات افقی برای‌توصیف حرکت یومی مساعد است زیرا تغییرات آن نسبت بزمان توابع ساده‌ای میباشد: یکی‌از این‌دومقدار یعنی میل ستارگان ثابت است ودیگری زاویه ساعتی ستارگان متناسب با زمان

تعبیر میکند واراین‌دومطلب نتیجه میشود که ستارگان باسرعت زاویه‌ای ثابت بدور یک‌محور ثابت بنام محور عالم میگردند ولی تعیین مستقیم‌این مقادیر بطور کاملاً دقیق‌غیرممکن است‌مگر هنگامیکه ستاره در نصف‌النهار مکان باشد که‌دراینحال زاویه ساعتی ستاره یا صفر ویا ۱۲ ساعت میباشد و زاویه میل ستاره بایك رابطه‌ساده برحسب ارتفاع بدست میآید و ضمناً صفحهٔ نصف‌النهار را میتوان بادقت‌کافی بدست آوردودوربینهای نصف‌النهاری براساس آن ساخته میشوند وبا اندازه‌گیری دقیق ارتفاع ستاره میل‌آنرا بدست میآورند.

۲۳ ــ طریقه تعیین صفحه نصف‌النهار ــ

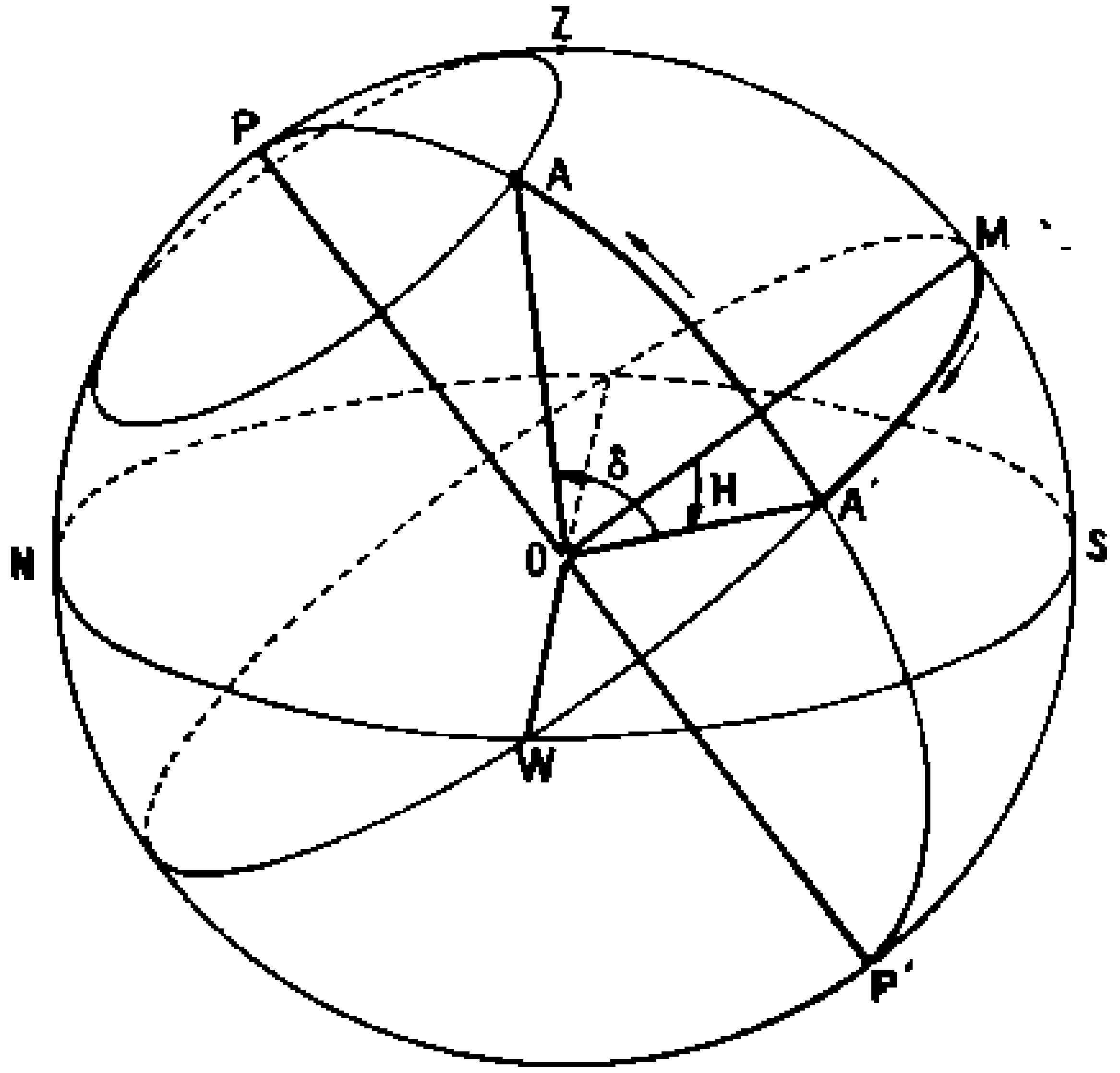


(شکل ۳۱)

مدار یك ستاره را درنظر میگیریم و فرض کنیم B نقطهٔ برخورد این مدار بانیم‌صفحه جنوبی نصف‌النهار باشد (شکل ۳۱) روی مداردوقوس $\widehat{BC}$ و $\widehat{BD}$ مساوی باهم جدا میکنیم اگر O' مرکز این مدار باشد وتر CD بر شعاع $O'B$ عمود بوده و بوسیله این شعاع در نقطه A نصف میشود وازطرفی چون CD روی صفحه مدار است پس بر OP یعنی محور عالم عموداست بنابراین خط CD برصفحه نصف‌النهار عمود بوده وبرخط ZA که درصفحه نصف‌النهار قرار دارد عمود میباشد و نقاط CوD نسبت بصفحه نصف‌النهار قرینه‌اند و از تساوی دو مثلث‌قائم‌الزاویه ZAC و ZAD نتیجه میشود که $ZA=ZD$ و اگر دوایر قائم نقاط CوD یعنی ZCC' و ZDD' را رسم کنیم‌خواهیم داشت $\widehat{CC'}=\widehat{DD'}$ ومعلوم میشود که ارتفاع‌نقاط DوC مدار که نسبت بصفحه نصف‌النهار قرینه میباشند برابر است و بالعکس بسهولت ثابت میشود که دو نقطهٔ متساوی‌الارتفاع واقع بریك مدار نسبت بصفحهٔ نصف‌النهار قرینه اند پس‌صفحهٔ نصف‌النهار نیمساز فرجهٔ مابین‌دوصفحه قائم نقاط DوC میباشد یعنی $\widehat{C'OS}=\widehat{D'OS}$ واگر نقطهٔ S' را مبدأ موقت اندازه‌گیری‌سمت اختیارکرده باشیم و a_1 و a_2 بترتیب سمت‌نقاط D و C باشد داریم :

استوای سماوی فضا را بدوناحیه تقسیم میکند شمالی و جنوبی و بدین‌ترتیب ثوابت بدودسته تقسیم میشوند شمالی و جنوبی و چون‌مدار ستار ثان موازی استواست پس ثوابت هرناحیه همواره درهمان ناحیه واقع است

استوای سماوی را دایرهٔ اصلی مختصات جدید اختیار کرده و مختصات حاصل را **مختصات ساعتی** گویندقطب این‌دستگاه مختصات‌همان **P** قطب شمال سماوی میباشد. نیمدایرهٔ (۱) عظیمه **PAP´** محدود بقطبین **P**و**P´** را که بر **A** نقطه حاصل یك ستاره روی کره سماوی دایره ساعتی‌آن ستاره نامند (شکل ۳۰) این دایره‌استوا را درنقطه‌ای مانند **A´** قطع میکند قوس $\widehat{MA'}$ که‌برابراست با زاویه مسطحه فرجه‌مابین‌دوایر ساعتی نقاط **M** و **A** به زاویه ساعتی‌نقطه **A** موسوم است این زاویه را از صفر تا ۲٤ساعت برحسب واحد ساعت زاویه درجهت معکوس اندازه میگیرند و آنرا بحرف **H** نمایش‌میدهند و مبدأ اندازه‌گیری آن‌نقطه **M** محل برخورد دوایر نصف‌النهار و استوا در بالای‌افق‌است. جهت اندازه‌گیری **H** را همان‌جهت گردش ستارگان بدور قطب اختیار کرده‌اند برای‌آنکه‌مقدار زاویه ساعتی ستاره‌پس‌از عبور ازنیم‌صفحه قائم جنوبی همواره نسبت بزمان ترقی کند و پس‌از یکدور گردش ستاره مجدداً در صفحه



(شکل ۳۰)

۱ — *Cercle horaire ; Hour circle .*

قائم جنوبی قرار میگیرد و زاویه ساعتی آن به ۲۴ ساعت میرسد که مجدداً آنرا صفر اختیار کرده و باز از صفر تا ۲۴ ساعت زاویه ساعتی ستاره برحسب زمان نمو میکند و این عمل بهمین طریق تکرار میشود. درشماره ۲۱ دیدیم کــه اگر تغییرات زاویه ستاره‌ایرا در فواصل زمانی اندازه بگیریم ملاحظه خواهیم کرد که تغییرات آن متناسب با زمان است یعنی میتوان گفت که زاویه ساعتی ستارگان بطور یکنواخت با زمان تغییرمیکند و بهمین دلیل هم این زاویه را زاویه ساعتی نامیده‌اند (باتجربیات دقیق و دلائـل علمی معلوم شده است که تغییرات این زاویــه که در اثر گردش وضعی زمین ایجاد میشود کاملا یکنواخت نیست و دارای تغییرات بسیار جزئی است که بعداً ذکر خواهد شد. ولی درمدت کمی اززمان مثلا چند ساعت یا حــداکثر چند روز میتوان تغییرات آنرا نسبت بزمان یکنواخت دانست).

دایره معیره‌ایکه بموازات استوا بر A میگذرد بمدار[۱] ستاره A موسوم است و قــوس $A'A$ واقع روی دایره ساعتی ستاره A را که فاصله زاویه‌ای مدار ستاره از استوا است میل ستاره A گویند[۲] و اندازه آنرا از استوا بطرف قطب شمال از صفر تا $+90^\circ$ و از استوا بسمت قطب جنوب از صفر تا -90° اندازه میگیرند آنرا بحرف δ نمایش میدهند و چون ستاره A ضمن حرکت یومی بدور محور عـالم دوران میکند پس مقدار میل ستـاره در حین دوران ثابت است (البته تاحدیکه میتوان محور عالم را ثابت فرض کرده و از تغییرمکان قطب روی کره ثوابت صرفنظر نمود) زاویه ساعتی و میل نقطه A را مختصات ساعتی آن نقطه گویند.

اگر دستگاهی شبیه تئودلیت داشته باشیم که محوردوران دوشاخه شامل تکیه‌گاه محورهای متصل بدوربین که در تئودلیت قائم است دراین دستگاه درامتداد محور عالم باشد همانطوریکه در تئودلیت مستقیماً سمت و ارتفاع هرنقطـه‌بدست میآید بااین دستگاه نیز میتوان زاویـه ساعتی ومیل نقاط آسمان را تعیین نمود ولی‌بعلت فقدان طریقه‌های فیزیکی که بوسیله آنها نتوان محور دوران دستگاه را دقیقاً درامتدادمحور عالم درآورد نتایج اندازه‌گیری با چنین دستگاهی طبعاً دقیق نخواهدبود. دستگاهائیکه‌بطریق فوق‌الذکر تنظیم شده‌اند بدوربین‌هــای استوائی موسومند و برای سوار کردن آنها درهرمکان باید قبلاً عرض جغرافیائی مکان را دانست و محور را طوری تغییر داد تا درامتدادمحور عالم قرار گیرد ولی این‌عمل چنانچــه

۱— *Parallèle célete: Celestial parallel.*

۲— *Declinaison ; Declination.*

حرکات یومی را میتوان بوسیله حرکت کرهٔ ثوابت روی کرهٔ محلی تشریح کرد پس باید یك دستگاه مختصات به کرهٔ مزبور مربوط کنیم تنها چنین دستگاه مختصاتی قادر خواهد بود که وضع آسمان را جانجه هست مشخص نموده و وضع نسبی ستارگان و صور فلکی را تشریح نماید. مختصات ثوابت نسبت بچنین دستگاهی ثابت است (بفرض آنکه وضع نسبی ستارگان نسبت بهم بهیچوجه تغییر نکند و همچنین دستگاه انتخابی روی کرهٔ ثوابت نسبت به ثوابت مطلقاً ثابت باشد ولی این شرایط بطور دقیق و صحیح موجود نیست زیرا: اولاً دستگاه مختصات مربوط به کرهٔ ثوابت که از قدیم الایام انتخاب شده است نسبت بثوابت کاملاً ثابت نیست و حتی قدما نیز باین موضوع پی برده و تغییرات آنرا تاحدودی مشخص نموده اند ولی این تغییرات خیلی کند بوده و مختصات ثوابت نسبت بدستگاه انتخابی تقریبا ثابت است و بخصوص درمدت کوتاهی مثلا چندروز میتوان آنرا ثابت دانست و از طرفی اکنون رابطهٔ تغییرات آن معین شده و میتوان تغییرات مختصات ثوابت را برای هر زمان نسبت بدستگاه انتخابی تعیین نمود. ثانیاً ثوابت نیز هریك دارای حرکت خاص میباشند و این موضوع بامقایسهٔ کاتالگهائیکه درچندقرن اخیر منتشر شده اند محقق میشود. دراین کاتالگها مختصات ثوابت که بادقت کافی بوسیلهٔ رصد آنها تعیین شده است درج نموده اند و اگر مختصات هرستاره را با درنظر گرفتن تغییرات مربوط بدستگاه مختصات در کاتالگهای زمانهای مختلف باهم مقایسه کنیم از روی اختلافات حاصله حرکت خاص آن ستاره مشخص میشود ولی تغییرات مختصات ستارگان دراثر حرکت خاص آنها بعلت زیادی فاصله آنها تازمین بسیار کوچك است بهمین دلیل تغییر وضع نسبی ستارگان محسوس نیست و وضع صور فلکی بهم نمیخورد مگر درمدت بسیار طولانی مثلا چندمیلیون سال و از طرفی اکنون حرکات خاص اکثر ثوابت نیز تاحدودی مشخص شده است و بادرنظر گرفتن این دوتغییرات میتوان مختصات ستارگان برای زمانهای بعد محاسبه نمود).

دایره اصلی دراین دستگاه مختصات همان استوای سماوی است و مبدأ اندازه گیری زوایا برروی این دایره نقطه γ است که بنام نقطهٔ اعتدال ربیعی موسوم است و محل این نقطه در فصول بعد مشخص خواهد شد (شکل ۳۳) (زیرا موضع این نقطه ازروی حرکت ظاهری خورشید تعیین میشود و این موضوع بعدا ذکر خواهدشد) وموضع نقطه γ را فعلاً نسبت بستارگان ثابت فرض میکنیم تا پس از مشخص شدن مکان آن درصحت و سقم این مطلب بحث کنیم.

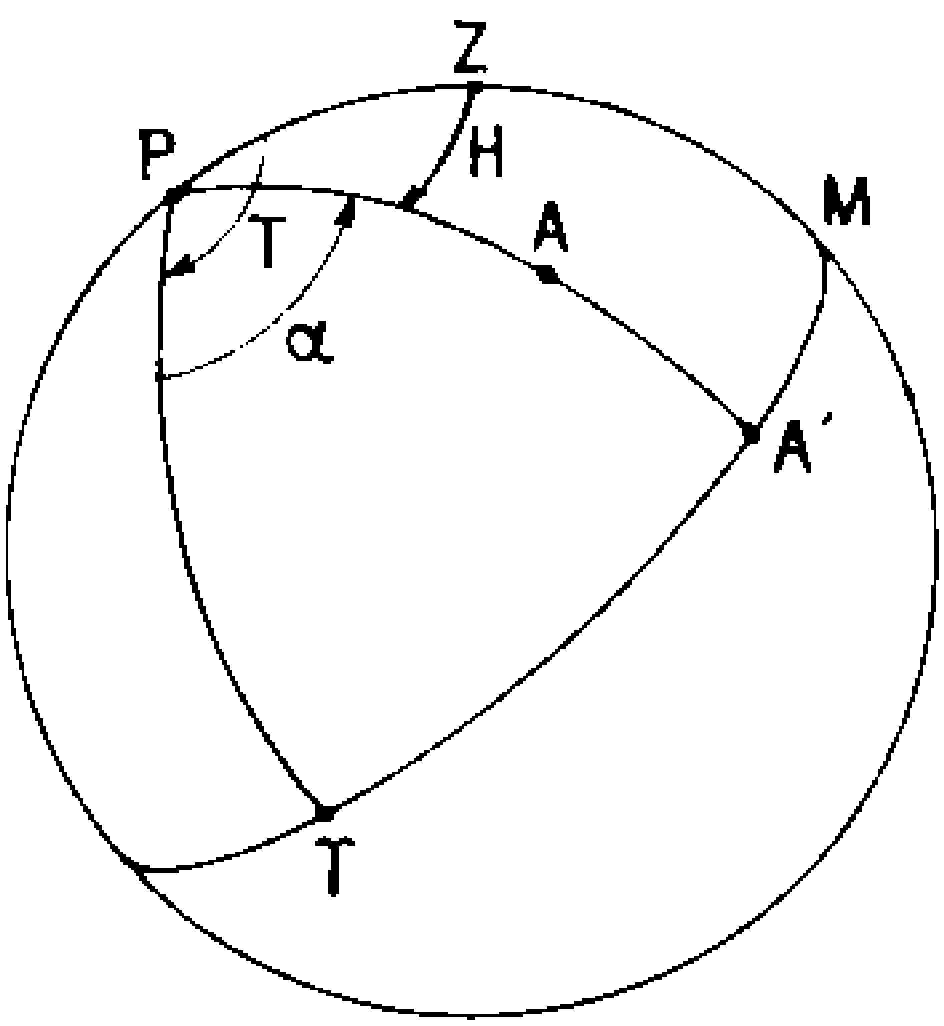
هرنقطه مانند A روی کرهٔ ثوابت بوسیلهٔ دوزاویه بعد(۱) و میل مشخص میشود. بعد نقطهٔ A

۱— *Ascension droite ; Right ascension*

عبارتست از فرجهٔ مابین صفحات دایره‌های ساعتی γ و A این زاویه را از صفر تا ۲۴ ساعت درجهت مثبت مثلثاتی اندازه‌میگیرند و آنرا بحرف α نشان‌میدهند.

زاویهٔ میل همانست که در دستگاه مختصات ساعتی تعریف شد یعنی برابرست با فاصلهٔ زاویه‌ای نقطهٔ A از صفحهٔ استوا که باقوس $\widehat{A'A}$ مشخص میشود. گاهی بجای میل یک ستاره فاصلهٔ قطبی آنرا بکار میبرند و آنرا بحرف p نمایش میدهند و بین p و δ همواره رابطهٔ زیر موجود است:

$$p+\delta = 90^\circ$$



(شکل ۳۳)

زوایای بعد و میل از حرکت یومی مستقل‌میباشند و همواره ثابتند مگر آنکه صفحهٔ اصلی یعنی صفحهٔ استوا و محل γ روی استوا تغییر کند و بطوریکه بعدا خواهیم‌دید صفحهٔ استوای سماوی و همچنین نقطهٔ γ روی کرهٔ ثوابت تغییرات کندی نسبت بزمان دارند بطوریکه مختصات استوائی یک‌ستاره را درفاصلهٔ زمانی که مثلا چندساعت‌ویا حداکثر چندروز میتوان ثابت دانست.

۳۵ ـ روابط مابین مختصات استوائی و ساعتی ـ هنگامیکه موضع قطبین سماوی روی کرهٔ ثوابت و محلی مشخص باشد وضع این دو کره‌نسبت‌بهم فقط تابع یک‌پارامتر خواهدبود یعنی مثلا اگر فرجه دایرهٔ ساعتی یکی‌از ثوابت باصفحهٔ نصف‌النهار یا بعبارت‌دیگر زاویهٔ‌ساعتی آن‌ستاره معلوم‌باشد وضع کرهٔ ثوابت نسبت‌بکرهٔ محلی مشخص خواهدبود یعنی منظرهٔ ستارگان‌برای یک‌ناظر زمینی کاملا معین میگردد. معمولا این‌پارامتر را زاویهٔ ساعتی نقطهٔ γ اختیار کرده‌اند و آنرا زمان نجومی (۱) مینامند.

دراینجا متذکرمیشویم که سابقاً یعنی چندین‌قرن قبل تصور میکردند که زاویهٔ ساعتی نقطهٔ γ بطور یکنواخت نسبت بزمان تغییرمیکند واز تغییرات غیرمتناسب آن با زمان

۱ - *Temps sidéral : Sidereal time*

باشد اولاً بایدمحورنوری دوربین دقیقاً برمحوردوران عمود باشد ثانیاً محور دوران کاملاًافقی باشد ثالثاً محور دوران دقیقاً درامتداد مشرق ومغرب قرار گرفته باشد ولی هیچیك ازاین سه‌موضوع را نمیتوان دقیقاً وبدون هیچگونه‌انحراف‌جزئی عملی‌ساخت‌بدینجهت درلحظه‌ایکه تصویر ستاره در مرکزتنکول منطبق‌شده وزمان‌آن‌روی کرونوگراف ثبت میگردد ستاره مورد رصد دقیقاً درصفحه٭ نصف‌النهار نمیباشد ولی‌باتدابیری میتوان اثر انحرافات سه‌گانه‌را روی زمان رصد ستاره برای هردستگاه تعیین نمود وبادرنظر گرفتن این آثار زمان ثبت‌شده روی‌نوار کرنوگراف را تصحیح می‌نمایند بطوریکه‌نتیجه‌حاصل زمان عبور ستاره را برنصف‌النهار مکان تعیین نماید این تصحیحات را تصحیحات خاص‌دستگاه نامند. عددی‌راکه پس‌از انجام تصحیحات فوق بدست‌میآیدبه τ نمایش میدهیم. τ عبارتست‌ازمقداری‌که ساعت نجومی رصدخانه درموقع عبور ستاره مزبور برنصف‌النهار مکان نشان‌میدهد واگر ساعت نجومی رصدخانه دقیقاًزمان نجومی‌را نشان میداد τ برابر با α بعد ستاره بود ولی همانطورکه ذکرشد زمان نجومی یکنواخت نیست‌وساعت نجومی رصدخانه نمیتواند زمان‌نجومی‌را مشخص نماید وقرارمیدهیم $\Delta = \alpha - \tau$ مقدار Δ را تصحیح‌ساعت‌نامندو نگاهداری‌زمان‌نجومی دریك‌رصدخانه عبارتست از تعیین Δ درتمام شبهای صاف (بدون‌ابر) بوسیله رصدستارگان اصلی که‌بعدشان در کاتالگ‌ستارگان اصلی تعیین شده‌است و رسم منحنی نمایش Δ برحسب زمان. برای رسم منحنی نمایش Δ دومحور عمودبرهم‌دریك‌صفحه کاغذ رسم‌میکنندومحور افقی‌را برحسب شبانه‌روز مدرج میکنند محور دوم‌که برای نمایش مقادیر Δ است‌برحسب اعشار ثانیه مدرج میکنند و برای هر رصدکه Δ را تعیین‌نموده‌اند نقطه‌ای روی این‌صفحه مشخص میگردد این‌نقاط را بهم وصل میکنند منحنی حاصل تغییرات تصحیح ساعت‌رانسبت بزمان تعیین مینماید این منحنی تقریباً بصورت یك‌خط مستقیم است یعنی تاحدودی‌بخط مستقیم نزدیك میباشد. مقدار Δ مربوط بدواختلاف است یکی اختلاف ساعت رصدخانه بازمان متوسط نجومی دوم اختلاف زمان نجومی حقیقی از زمان نجومی‌متوسط که‌آنرا‌بینظمیهای‌زمان نجومی نامند و عبارتست از تغییراتی نوسانی بادوره‌های تناوب کوتاه وبعداً‌چگونگی‌این‌تغییرات و دامنه‌آنرا خواهیم‌دید.

بعد ستارگان‌اصلی‌را همه‌ساله بارصدهای نصف‌النهاری درچندین رصدخانه جهان دقیقاً

معین میکنند و با درنظر گرفتن تغییرات آنها در اثر تغییر مکان نقطه γ و حرکت خاص ستارگان بعد و میلشان را برای سال بعد حساب نموده و در کاتالگی بنام کاتالگ ستارگان اصلی درج نموده قبل از شروع هر سال آنرا منتشر مینمایند این کاتالگ بنام زیر است.

Apparent place of fundamental stars

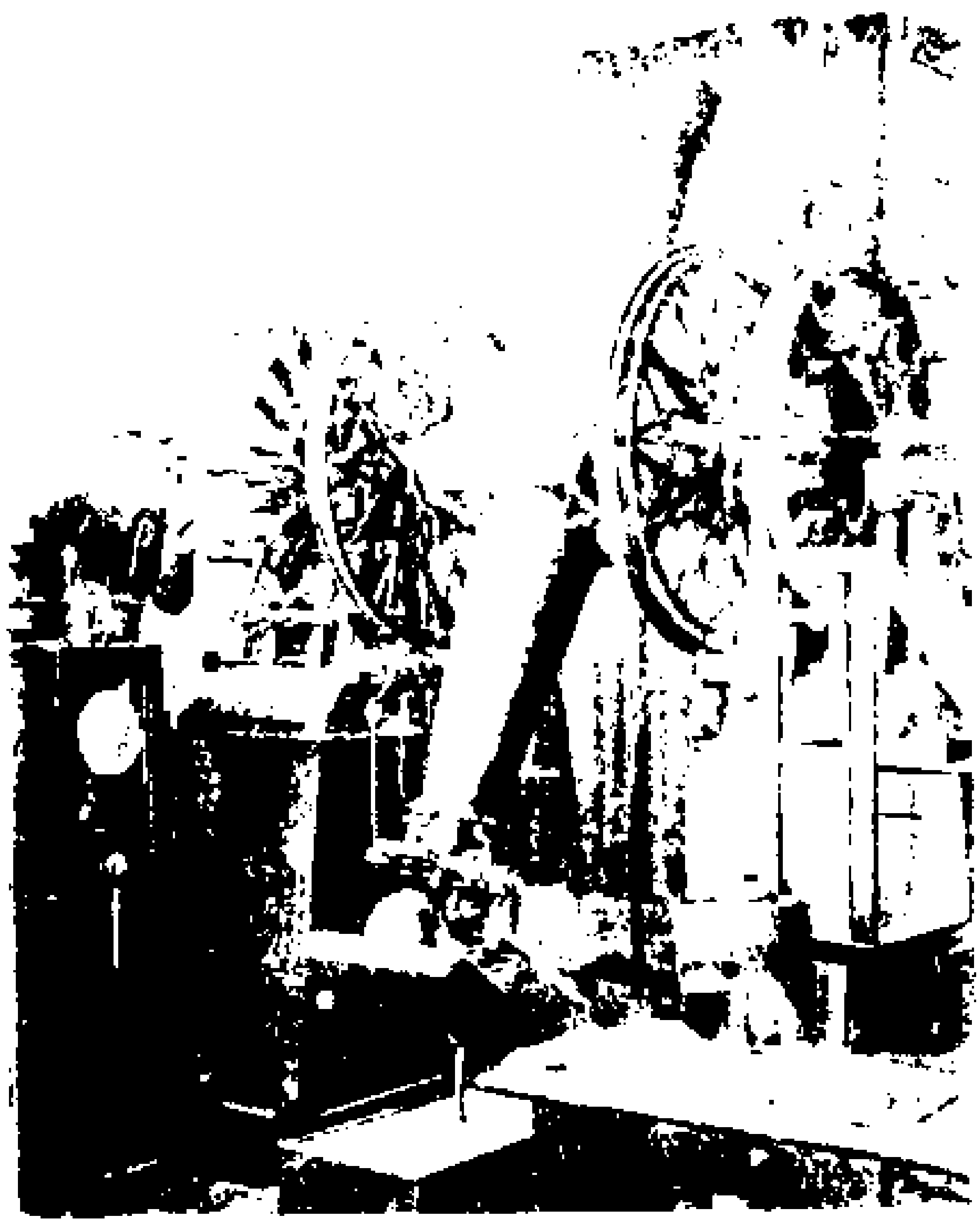
و آنرا باعلامت اختصاری FK ۴ نشان میدهند.

تعیین بعد ستارگان : هنگامیکه منحنی تغییرات تصحیح ساعت دریک رصدخانه در دست است میتوان بعد یک ستاره ویا جرم متحرک مانند ماه یا سیاره ویا ستاره دنباله‌دار را در لحظه عبور آنان از نصف‌النهار مکان بوسیلهٔ رصد نصف‌النهاری بدست آورد و همچنین میتوان بعد ستاره غیر معینی که در کاتالگ موجود نیست تعیین نمود و برای اینکار کافی است که لحظهٔ عبور شیئی موردنظر را از نصف‌النهار مکان باکمک دوربین نصف‌النهاری ازروی ساعت رصدخانه و با درنظر گرفتن تصحیحات خاص دستگاه تعین نموده و آنرا با مقدار تصحیح ساعت درلحظهٔ رصد که ازروی منحنی آن بدست میآید جمع نمود .

مطالب فوق‌الذکر اصول اعمال مربوط به رصدهای نصف‌النهاری میباشد و مادراینجا بیش‌ازاین وارد جزئیات عمل رصد و تعیین تصحیحات خاص دستگاه نمیشویم واین مطالب باید در کتابهای نجوم عملی تشریح گردد .

تعیین میل ستارگان : میل ستارگان را نیز بطور دقیق بوسیله دوربین نصف‌النهاری تعیین میکنند وبرای اینکار باید ارتفاع ستاره را هنگام عبور برنصف‌النهار بدست آورد وقتیکه ستاره ضمن عبور بر نصف‌النهار ازتار افقی وسط رتیکول عبور میکند بوسیله میکروسکپهای اطراف دایره قائم مدرج درجه‌ای راکه درمقابل نشانه‌هااست میخوانند و اعداد خوانده‌شده را بترتیب به a ، b ، c ، d نشان میدهیم (بنابفرض تعداد نشانه‌ها چهار عدد درنظر گرفته‌شده‌اند) وسپس دوربین را دوران میدهیم تا عدسی شیئی آن متوجه طشت جیوه واقع درزیر دستگاه شود بطوریکه تصویر رتیکول باخود رتیکول منطبق برهم دیده شوند دراینحال نیز درجات مقابل نشانه‌هارا میخوانیم و اعداد خوانده شده رابه a' ، b' ، c' ، d' نشان میدهیم پس مکمل زاویه سمت‌الرأسی ستاره عبارتست از :

دومیله اخیر که استوانه‌ای‌شکل میباشد و کاملاً صیقلی شده‌است روی غلطك‌هائی که‌برروی دوپایه بتنی مسلح قرارگرفته میغلطند و پایه‌های‌ثابت و غلطك‌های تکیه‌گاه محور بقسمی ساخته شده‌اند که محور دوران افقی بوده و درامتدادمشرق و مغرب ممتد باشد بدینطریق هنگامیکه دوربین حول محوردوران بچرخد همواره‌محوردوربین درصفحه نصف‌النهار واقع است. چون وزن دستگاه چندین‌تن میباشد لذا اهرمهائی درطرفین پایه‌ها تعبیه کرده‌اند تااز فشار دوربین روی غلطك‌ها بکاهد (شکل ۳٤). یکدایره‌قائم‌مدرج نیز بمیله محور دوران متصل‌است وهمراه



(شکل ۳٤)

دوربین دوران میکند ودرمقابل چهار ویا شش‌نقطه از محیط آن واقع بر رؤس مربع و یا شش‌ضلعی محاطی‌منتظم میکروسکپهای‌میکرومتردار نصب شده تابوسیله آن اعشار ثانیه درجات خوانده شود و مقدار دوران میله را طبق‌روش‌مذکور در (شماره ۱۰) تعیین میکنند. محور دوربین بوسیله‌خط‌واصل‌مابین مرکزنوری‌عدسی‌شیئی‌ومرکز رتیکول‌مشخص‌میگردد وبایداین‌خط

محور دوربین عمود باشد و اگر محور دوربین همه‌کاملاً افقی بوده و دقیقاً در امتداد مشرق و مغرب واقع باشد محور دوربین حین دوران همواره در صفحه نصف‌النهار واقع است. رتیکول دوربین بوسیله [illegible] افقی و قائم مدرج شده است و هنگامیکه محور [illegible] دوربین حین عبور [illegible] صفحه نصف‌النهار واقع است و [illegible] حول محور افقی دستگاه بوسیله جهتیکه روی این محور نصب شده معین میکند که موقع عبور ستاره [illegible] تصویر [illegible] رتیکول [illegible] قائم و افقی عبور میدهد و همینکه تصویر [illegible] رتیکول [illegible] عبور [illegible] روی کرنوگراف[1] ثبت میکند.

کرنوگراف دستگاهی است که [illegible] مسرح میشود و این نوار روی [illegible] دستگاه بوسیله یک موتور برقی با سرعت یکنواخت حرکت میکند و سرعت آنرا طوری تنظیم کرده‌اند که ساعت مخصوص رصدخانه معرف باشد. ساعت مخصوص رصدخانه ساعتی بسیار دقیق است که در نگاه‌داری آن احتیاطهای لازم معمول میکنند که حرکت آن حتی‌الامکان یکنواخت باشد مثلاً آنرا درمحلی عمیقی از سطح زمین نصب میکنند و باید درمحل نصب ساعت درجه حرارت و فشار هوا ثابت بماند و جریان هوا نباشد وحتی الامکان از عبورومرور درآن‌مکان خودداری میشود تا نوسانات هوا در نوسانات پاندول ساعت اثرنکند و طول پاندول را طوری تنظیم کرده‌اندکه‌این‌ساعت زمان نجومی را نشان‌دهد ولی بطوریکه قبلاً ذکر شد زمان نجومی که همان زاویه ساعتی نقطهγ میباشد تغییراتش یکنواخت نیست و ساعت رصدخانه کـه بطور یکنواخت کار میکند نمیتواند دقیقاً مقدارزمان‌نجومی را نشان دهد . ولی میتوان کـار این ساعترا چنان میزان نمود که همواره با زمان‌نجومی متوسط مطابق‌باشدبنابراین زمان ثبتشده روی کرنوگراف بطور دقیق زمان نجومی‌لحظه‌عبور ستاره بر نصف‌النهار نیست وبایدآنـرا تصحیح نمود.

تصحیح ساعت : باتوضیحات بالا معلوم‌میشودکه زمانیکه روی نوار کرنوگراف ثبت میشود مقداری است‌که ساعت نجومی رصدخانه‌درآن‌لحظه نشان‌میدهد و ضمناً متذکر میشودکه باآنکه برای کامل‌بودن دستگاه دوربین‌نجومی‌درموقع ساختمان و نصب آن دقت کافی بعمل میآیـد معهذا امکان ندارد کـه دستگاه بطور دقیق دارای مشخصات لازم باشد یعنی‌برای‌آنکه درلحظه رؤیت تصویر یک‌ستاره روی تاروسطی‌قائم رتیکول ستاره مزبور دقیقاً درنصف‌النهار

---

۱ — *Chronographe* .

اطلاعی نداشتند وباینجهت کلمه زمان را بزاویه‌مذکور اطلاق نمودند و مقـدار آنرا برحسب واحد ساعت مقیاس اندازه‌گیری زمان انتخاب کرده‌بودند ولی مقدار این زاویه متناسب بـ زمان تغییر نمیکند و تابعی است از زمان وبعدادرچگونگی تغییرات آن نسبت بـزمان بحث خواهیم کرد وازطرف‌دیگر کلمه نجومی که‌برای‌توصیف زاویه فوق انتخاب شده‌است مناسب‌نیست زیرا چون نجوم بمعنی ستارگان است ممکنست‌تصور شود که مقصود از زمان نجومی زاویـهٔ ساعتی ستارگان میباشد درصورتیکه این تصورصحیح نیست زیرانقطهٔ γ نسبت بستارگان کاملا ثابت نیـست و دارای تغییراتی است کـه بعداچگونگی این تغییرات را خواهیم دید و ضمنا ملاحظه‌خواهیم کرد که‌اندازه زاویه فوق‌الذکر که بزمان نجومی موسوم شده‌است تنها بوسیلهٔ حرکت ظاهری خورشید مشخص میشود وربطی‌بزاویه ساعتی ستارگان ندارد. برای‌نام‌گذاری زاویه فوق بهتر بود که اصطلاح (زاویه‌اعتدالی) را انتخاب میکردند چون نقطه γ موضع‌اعتدال بهاری است و اصطلاح فوق میتواند منظور رامشخص نماید ولی چون قدما اصطلاح (زمان نجومی) را بکار برده‌اند مانیز بـرای احترام‌بعلمای گذشته و بتبعیت ازآنان همان اصطلاح‌را بکار میبریم ولی باید همواره متذکر باشیم که‌مقصود از اصطلاح فوق زاویه ساعتی نقطه γ است و بمعنای لغوی اصطلاح فوق توجه‌ننمائیم.

بادرنظر گرفتن نکات فوق موقتاً از تغییرات نامتناسب زمان نجومـی نسبت بزمان مطلق صرفنظر میـکنیم یعنی بی‌نظمی‌های آن‌راکه درمدت زمان کوتاه ناچیزاست حذف میکنیم‌درعمل نیز میتوان کار یك ساعت را چنان میزان کرد که‌تامدت چند ساعت یا حداکثر چند روز عقربه عقربه‌های آن اندازهٔ زمان نجومی را باتقریب‌کافی نشان دهد ولی باید ازهم‌اکنون متوجه‌بود که‌نمیتوان یکساعت‌راکه‌دارای حرکت‌یکنواخت‌میباشد طوری میزان‌نمود که‌درمدت طولانـی زمان نجومی را صحیحاً نشان دهد.

از روی تعریف زمان نجومی و زاویه ساعتی و بعد یك ستاره بادرنظر گرفتن جهتهای مثبت اندازه‌گیری درهریك از کمیات فـوق‌ملاحظه میشود که برای هر ستاره و درهرلحظه رابطهٔ زیر مابین این کمیات وجود دارد.

$$H = T - \alpha$$

این رابطه همواره صادق است و به تغییرمکان نقطه γ نسبت بستارگان بـستگی نـدارد زیرا این تغییرمکان بیك‌اندازه روی T و α اثر میکند و ضمن تفریق α از T حذف‌میشود.

درهرشبانروز هرستاره ضمن حرکت یومی‌دوبار برصفحه نصف‌النهار مکان میگذرد یکبار موضع آن روی قوس PZP' است و دراینوقت زاویـه ساعتی آن $H = 0^h$ میباشد و

در دفعه‌دیگر موضع آن روی PNP′ است و دراینحال زاویـــه ساعتی آن $\mathrm{H} = ۱۲^{h}$ است واضح‌است‌که وقتیکه زاویه ساعتی ستاره صفراست ارتفاع ستاره به‌بیشترین مقدار ممکنه‌میرسد وبااینجهت این‌موضع‌رااوج[۱] ستاره نامند ووقتیکه‌زاویه ساعتی ستاره ۱۲ ساعت است ارتفاع آن کمترین مقدار ممکنه میباشد و موضع آنرا در اینحال حضض[۲] ستاره گویند. اوج نزدیکترین وضع نقطه‌حامل ستاره‌بسمت‌الرأس بوده‌وحضیض‌دورترین وضع آن بسمت‌الرأس میباشد.

اگر ستاره دراوج خود باشد چون $\mathrm{H} = ۰$ است خواهیم‌داشت $\mathrm{T} = \alpha$ بدین‌ترتیب تعریف دیگری برای زمان نجومی بدست‌میآید:

زمان نجومی عبارتست از بعد ستارگان هنگام عبور آنها از نقاط اوجشان. پس اگربعد ستاره‌ای معلوم باشد بـــارصدآن‌ستاره و تعیین‌لحظهٔ عبورش از نصف‌النهار مکان میتوان زمان نجومی را درآن‌مکان بدست آورد و وقتی کـــه‌زمان نجومی معلوم شود محل نقطه γ مشخص شده است و چنین‌بنظرمیرسدکـــه بوسیله رصـــدستارگان میتوان موضع γ را مشخص نمود ولی طوریکه ذکر شد باید قبلاً بعد ستاره دردست‌باشد و برای تعیین بعد ستارگان محتاج برصد خورشید خواهیم‌بود ودراینجاست که دخـــالت‌رصد خورشید برای تعیین نقطه γ محرزمیگردد.

درفصول‌بعد خواهیم‌دید که چگونه میتوان بعد ستارگان را بوسیله رصد آنان در شب و رصد خورشید در روز هنگام گذشتن آنان ازنصف‌النهار مکان بدست آورد و بدینوسیله بعد تعدادی ستارگان روشن‌راکه بستارگان اصلـــی‌موسومند بدست‌میآورند. وقتیکه مختصات این ستارگان تعیین شد ازروی آنها میتوان تصحیح‌ساعت نجومی‌راکه در رصدخانه‌ها برای تعیین زمان نجومی بکار میرود بدست آورد و ازروی‌ساعت نجومی رصدخانه‌ها و تصحیح ساعت بعد ماه و سیارات و ستارگان غیر اصلی‌راکه موردنظرباشد با رصد نصف‌النهاری این اجرام بدست میآورند دستگاهی که برای این‌منظور بکـــار میرود به‌دوربین نصف‌النهاری موسوم‌است .

۳٦ ـــ دوربین نصف‌النهاری : دوربین نصف‌النهاری دوربینی است‌که فقط میتواند در سطح نصف‌النهار حرکت نماید و برای رؤیت اجرام سماوی درموقع عبورشان از نصف‌النهار مکان بکارمیرود وتشکیل‌شده‌است ازیك‌دوربین کەفاصلهٔ کانونی عدسی شیئی آن تقریباً دومتر میباشد و ساختمان آن بشکل دومخروط ناقص‌کەازطرف قاعدتین بوسیلهٔ مکعبی بیـــکدیگر متصل شده‌اند. چون وزن‌دوربین بسیار زیاداست‌بدینجهت آنرا بشکل فوق‌الذکر ساخته‌اند تااز خمیدگی دوربین جلوگیری شود دوطرف‌قسمت‌مکعبی‌شکل دوربین دومیله بشکل مخروط‌ناقص متصل شده‌است بقسمی کەمحور آنها دریك‌امتدادبوده و بر محور دوربین عمود باشد انتهـــای

۱ — *Passage supérieur ; Upper culmination or upper transit .*
۲ — *Passage inférieur ; Lower culmination or lower transit.*

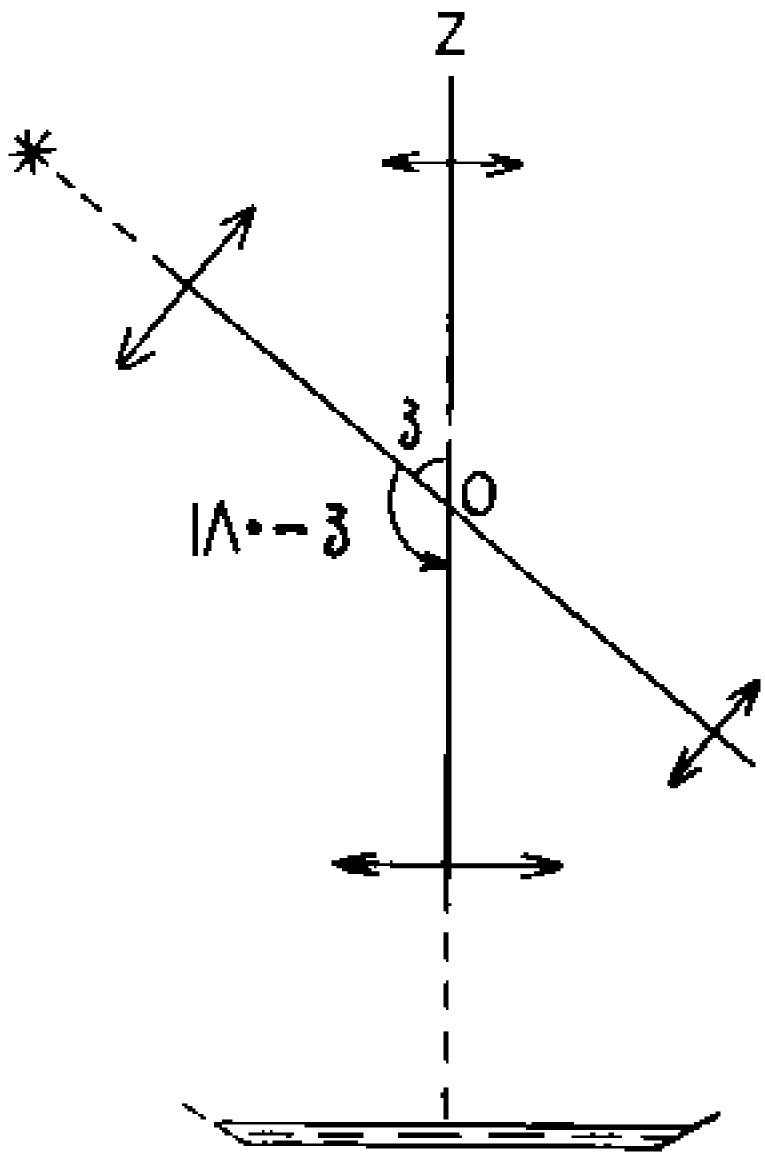
$$\frac{a-a'+b-b'+c-c'+d-d'}{4}=\frac{a+b+c+b}{4}-\frac{a'+b'+c'+d'}{4}$$

یعنی مکمل زاویه سمت‌الرأسی ستاره عبارتست‌ازتفاضل معدل اعداد خوانده‌شده مربوط برصد ستاره از معدل اعداد خوانده شده مربوط برصددرطشت جیوه .

هرگاه از حاصل رابطه فوق ۹۰ را کسر کنیم ارتفاع ستاره‌بدست میآید(شکل ۳۵) زیرا:

$$h=۹۰^\circ-z=(۱۸۰^\circ-z)-۹۰^\circ$$

نتیجه حاصل را ارتفاع‌ظاهری اوج ستاره‌مینامند و بادرنظرگرفتن انکسار جوی ارتفاع واقعی اوج ستاره بدست میآید و بعداًخواهیم‌دید چگونه ازروی ارتفاع اوج ستاره میل‌آن‌تعیین میگردد .



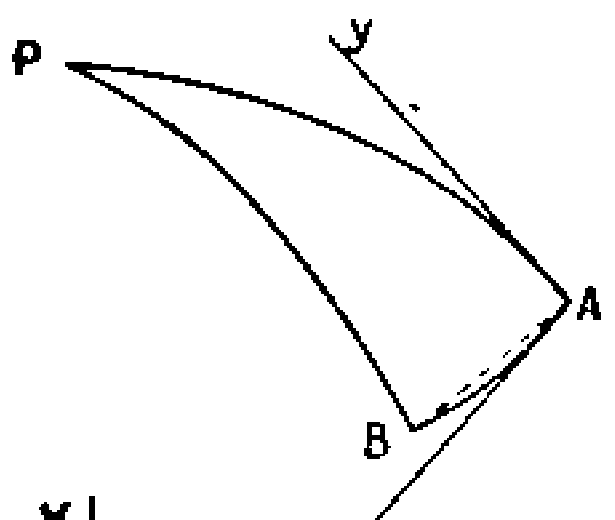
(شکل ۳۵)

۳۷ ـ تاثیر حرکت یومی دررصدهای تلسکوپی : هرگاه بایك دوربین بزرگ و یا تلسکوپ ستاره‌ایرا رصد کنیم تصویر این‌ستاره بعلت حرکت یومی درمیدان دید دوربین سریعاً تغییرمکان میدهد و در تلسکوپها عملاً نمیتوان تصویر ستاره را برمحل برخورد دو تار متعامد رتیکول منطبق نموده و لحظهٔ عبور را دقیقاً معین نمود وبخصوص دردوربینهای نصف‌النهاری که‌دوربین فقط درامتداد یك‌محور افقی‌میتواند دوران‌کند این‌عمل تقریباً غیرممکن است بدینجهت درتلسکوپها درصفحهٔ رتیکول دو دسته‌تارهای موازی بافواصل مساوی قرار میدهند بطوریکه امتداد این‌دودسته تار برهم عمودباشدوضمن عبور تصویر ستاره درمیدان دید همینکه بریکی ازنقاط تقاطع این تارها منطبق شد زمان‌را ثبت میکنند وبادرنظرگرفتن فاصلهٔ زاویه‌ای مربوط بدوتار متوالی و مختصات موضع رصدازروی شمارهٔ تارها تا مرکز رتیکول مختصات ستاره درلحظهٔ رصد بدست میآید. دربعضی ازتلسکوپها ممکن‌است دریك‌امتداد فقط یك تار وسط موجود بوده ودرامتداد عمودبرآن تارهای‌متوازی و متساوی‌الفاصله باشدوهمچنین‌ممکن‌

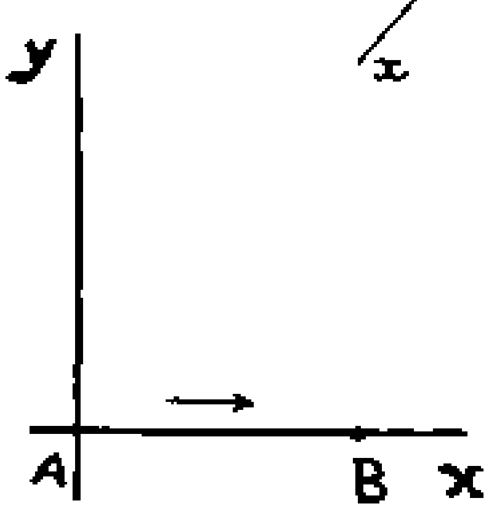
است مربک امتداد یك تار ثابت وجود داشته وتار عمود برآن متحرك بوده و متصل بـه پیچ میکرومتر باشد وهنگامیکه ستاره درمیدان دیددوربین قرار گرفت با چرخاندن محور دوران دوربین سعی میکنند که تصویر ستاره روی تار ثابت تغییرمکان دهد ودراینحال با چرخاندن پیچ میکرومتر تا رمتحرك را روی تصویرستاره‌قرار میدهند وهنگامیکه کاملاً منطبق شد زمان‌را ثبت میکنند و ازروی اعـداد پیچ میکرومترانحراف امتداد ستاره از محور دوربین درلحظهٔ رصد بدست میآید. بوسیلهٔ‌تلسکوپهائیکه رتیکول آنها دارای تارهای مدرج بوده ویا تار متصل به میکرومتر داشته‌باشد میتوان مختصات‌دیفرانسیل‌دوستاره نزدیك‌بهم‌را نیز تعیین نمود .

حال فرض‌کنیم که باتلسکوپ مجهز بـه‌تارهای مدرج ویا میکرومتردار ستاره‌ایرا رصد کرده‌باشیم و بخواهیم مختصات لحظه رصد راتعیین کنیم. برای اینکار دو حالت زیر را در نظر میگیریم :

حالت اول : زاویهٔ میل ستاره کوچك است. دراینحال میتوان رتیکول دوربین را چنان تنظیم نمود که تصویر ستاره در دوربین ضمن‌حرکت یومی ستاره رو ی‌یکی از تارها تغییر مکان دهد (درحقیقت دراین‌حالت انحناء قسمتی ازمدار ستاره که داخل میدان دید دوربین است چندان محسوس نبوده واین‌قسمت از مدار تقریباً بردایرهٔ عظیمه‌ایکه برتار مزبور میگذرد منطبق است) . هنگامیکه تصویر ستاره درامتداد یك‌تارتغییرمکان میدهد تارهای عمودبراین‌تار تصاویر دوایر ساعتی خواهند بود . پس‌بامشاهده حرکت‌یومی میتوان تارهای رتیکول ویا میکرومتریك دوربین‌را بمنظور تعیین‌زوایای‌وضعیت ستارگان‌میزان نمود. اگر Ax و Ay تارهای تنظیم‌شده باشند آنهارامحورهای‌مختصات دیفرانسیل‌اختیار میکنیم وفرض‌کنیم که‌هنگام‌عبور ستاره ازنقطه A و B زوایای ساعتی آن بترتیب H و $H+\Delta H$ باشد (شکل ۳۷) دراینحال فرمولهای (۵) شماره ۱۳ قابل‌استفاده بوده وباید درآنهاقرار دهیم.



(شکل ۳۷)



$$\Delta\psi = \Delta H ,\quad \Delta\theta = 0 ,\ \psi = H ,\ \theta = \delta$$

پس مختصات نقطه B چنین است :

$$B\begin{cases} x = \Delta H \cos\delta & (۱) \\ y = 0 \end{cases}$$

اما دراینجا $\Delta H = \Delta T$ زیرا از رابطه $H = T - \alpha$ (شماره ۲۵) خواهیم داشت :

$$\Delta H = \Delta T - \Delta\alpha$$

وچون تغییرات α بسیار کوچك است پس $\Delta\alpha$ درفاصله زمانی بسیار کوچك مابین عبور ستاره ازنقطه' A تانقطه' B صفر است و حاصل میشود $\Delta H = \Delta T$ وچون ΔT تغییرات زاویه' نجومی بوده و بستگی بستاره مورد رصد نـدارد پـس از رابطه (۱) معلوم میشود که تصویر ستاره روی Ax بطور یکنواخت برحسب زمان تغییرمکان میدهد و سرعت این حرکت متناسب است با $\cos\delta$ اگـر δ صفر باشد یعنی ستاره دراستوای سماوی باشد حاصل میشود $x = \Delta T$ یعنی اگر زمان نجومی یك ثانیه ساعت تغییر کند ستاره استوائی نیز همان مقدار روی محور Ax تغییر محل میدهد واین مقدار برحسب ثانیه درجه برابر است با $15''$ پس تغییرات ستاره‌ای با زاویه' میل δ روی محور Ax برحسب ثانیه' درجه درزمان ΔT اززمان نجومی عبارتست از :

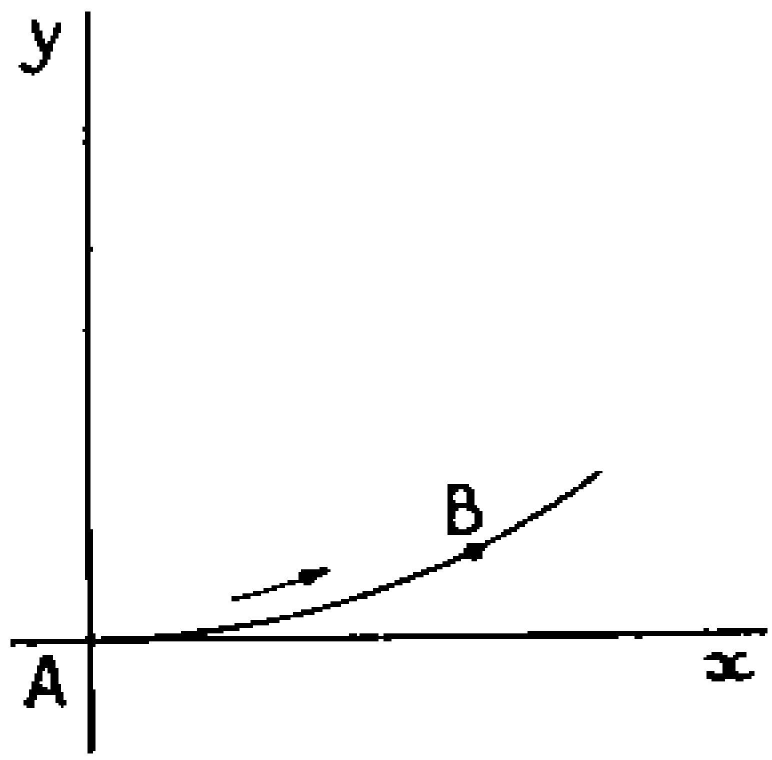
$$x = 15'' \cos\delta \; \Delta T \quad (۲)$$

(دراین فرمول ΔT برحسب ثانیه ساعت بیان شده است) مقدار x ازروی درجـات تـارهای متوازی ویا ازروی درجات پیچ میکرومتر بدست میآید وبااستفاده از رابطه' فوق ΔT یا ΔH تعیین شـده و مختصات ستاره درلحظه رصـد بدست میآید .

تبصره ــ از رابطه (۲) میتوان برای مدرج کردن تارهای متوازی رتیکول ویامدرج کردن میکرومتر دوربین استفاده کرد بـدینطریق که ازروی ساعت نجومی رصدخانه مقدار زمانی راکه طول میکشد تا تصویر یك ستاره از یك تاربه تار دیگر برسد تعیین میکنند واز فرمول فوق x ویا فاصله زاویه‌ای دوتار بدست میآیـد ودرمورد میکرومتر پیچ مربوطرا میگردانیم تا تصویر ستاره روی تار متصل بمیکرومتر قرار گیرد.وسپس درمدت یك ثانیه زمان نجومی باپیچاندن پیچ میکرمتر سعی میکنیم که تصویر ستاره همواره روی آن تار منطبق باشد، مقدار دوران پیچ را برارزش تغییرمکان تصویر ستاره دریك ثـانیه یعنی $15''\cos\delta$ تقسیم میکنند وباینطریق مشخص میشود که چه مقدار دوران پیچ برابر یك ثانیه انحراف محور دوربین خواهدبود وازروی آن پیچ میکرومتر را مدرج میکنند .

حالت دوم : زاویه میل ستاره نزدیك به $90°$ است. دراینحال انحناء مسیر زیاد بوده و انحناء درمیدان دیددوربین محسوس است ونمیتوان همواره آنرا برروی یك تار منطبق قرار داد (شکل ۳۸) دراینحالت باید از فرمولهای (٤) مکرر شماره ۱۳ استفاده کرد. اگر از جملات درجه سوم ΔH در بسط $\operatorname{tg}\Delta H$ و $\operatorname{tg}\frac{\Delta H}{2}$ صرفنظر کنیم وبادرنظر گرفتن آنکه δ یعنی میل

ستاره‌درزمان محدود ثابت است و خواهیم‌داشت $\Delta\delta = 0$ (درمورد ثوابت تغییرات δ خیلی ناچیز است و میتوان مقدارآنرا تاچندین‌روزهم ثابت دانست ودرمورد سیارات و ماه و خورشید هم تغییرات میل نسبت بزمان خیلی کند است و تغییرات آنرا درزمانی درحدود چند ثانیه‌میتوان صفر گرفت).



پس‌ترتیب رابطه اول فرمول مذکور بصورت زیر درمیآید :

(شکل ۲۸)

$$\mathrm{tg}\,\Delta H = x\,\mathrm{s\acute{e}c}\,\delta\,(1+\tfrac{1}{2}\sin^2\delta\,\Delta H^2)$$

وچون ΔH کوچك است‌پس ΔH^2 خیلی کوچك است ومیتوان بجای ΔH^2 مقدار $\mathrm{tg}^2\Delta H$ را قرارداد واگر طرفین رابطهٔ فوق‌را مجذورکرده‌ودرعبارت‌حاصل درطرف‌راست‌از جملات بیش‌ازدرجه‌دوم صرفنظر نمائیم حاصل‌میشود : $\Delta H^2 = x^2\mathrm{s\acute{e}c}^2\delta$

واگر این‌مقدار را در رابطه فوق قرار دهیم خواهیم داشت :

$$\mathrm{tg}\,\Delta H = x\,\mathrm{s\acute{e}c}\,\delta + \tfrac{1}{2}x^3\mathrm{s\acute{e}c}^3\delta\sin^2\delta = z$$

وازروی بسط $\mathrm{Arc\,tg}\,z$ پس‌از حذف‌جملات‌بیش‌از درجه سوم از x حاصل میشود :

$$\Delta H = \mathrm{Arc\,tg}\,z = z - \frac{z^3}{3} + \cdots = x\,\mathrm{s\acute{e}c}\,\delta + x^3\mathrm{s\acute{e}c}^3\delta\left(\frac{\sin^2\delta}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

وچون این فرمول هنگامی مورداستفاده است‌که δ بسیار نزدیك $90°$ میباشد پس میتوان قرار داد : $\sin^2\delta = 1$ و خواهیم‌داشت :

$$\Delta H = x\,\mathrm{s\acute{e}c}\,\delta\,\left(1 + \frac{x^2\mathrm{s\acute{e}c}^2\delta}{6}\right) \quad (3)$$

وازرابطهٔ دوم فرمول فوق‌الذکر خواهیم داشت

$$y=\frac{\sin 2\delta \Delta H^2}{4(1+\sin^2\delta\frac{\Delta H^2}{2})}=\frac{\Delta H^2}{4}\sin 2\delta(1-\sin^2\delta\frac{\Delta H^2}{2}+\cdots\cdots)$$

وباحذف جملات بالاتراز درجه‌دوم از ΔH حاصل میشود :

$$y=\frac{1}{4}\Delta H^2\sin 2\delta=\frac{x^2 séc^2\delta}{4}\sin 2\delta=\frac{x^2}{2}tg\delta \quad (4)$$

فرمولهای (۲ و ۳ و ٤) درمحاسبات رصدهای‌نصف‌النهاری‌عموماً مورداستفاده قرارمیگیرد درحقیقت هنگامیکه یك‌ستاره‌را بادوربین نصف‌النهاری رصد میکنیم باید زمان عبور ستاره را از نصف‌النهار مکان روی نوار کرنوگراف ثبت‌کنیم ولی عملاً این‌امر بادقت کافی ممکن‌نیست بنابراین درموقع رصد سعی میکنند کــه تصویرستاره روی نوار افقی مرکزی تغییرمکان دهد ودرلحظهٔ انطباق تصویر روی‌این‌نوار زمان راثبت نموده و x را بوسیله تارهای مدرج قائم‌ویا درجهٔ پیچ کرنومتر میخوانند پس درموقع ثبت‌زمان روی کرنوگراف H کاملا صفر نبوده و مقدار کوچك ΔH را دارد. ضمناً فاصلهٔ سمت‌الرأسی ستاره‌را نیز جهت تعیین میل آن روی دستگاه میخوانند اما چون x معمولاً صفرنیست‌پس زاویه سمت‌الرأسی خوانده شده نیز مربوط به‌لحظه عبور ستاره بر اوج نیست بلکه مربوط بچند لحظه قبل‌یا بعداز عبور ستــاره از اوج میباشد واگر δ نزدیك به 90° باشد چون y صفرنیست بنابراین میل ستاره که‌از‌روی فاصله‌سمت‌الرأسی ثبت شده حساب میشود صحیح نیست وباید آنرا تصحیح کرد و چون مقدار δ باندازه y زیادتراز مقدار واقعی خود میباشد (خواه‌تصویر ستاره قبل‌از عبور از نصف‌النهار و یا بعدازآن رؤیت‌شده باشد) پس باید مقدار y را از δ تصحیح نشده که‌از روی فاصله‌سمت‌الرأسی ستاره بدست میآید کم کرد تا مقدار واقعی δ بدست آید و y از رابطه (٤) بدست میآیــد (ولی دراین رابطه $tg\delta$ وجود دارد و درحقیقت باید درآن مقدار واقعی δ را قرارداد ولی چون مضرب $tg\delta$ خیلی کوچك است و مقدار تصحیح δ نیز کوچك میباشد پس‌میتوان درآن‌فرمول بجای δ مقدار تصحیح‌نشده آنرا قرارداد) پس‌از تعیین δ از روی فــرمول (۳) مقدار ΔH نیز بدست میآید که‌برابر با ΔT است وبادرنظر گرفتن مقدار آن و زمان ثبت شده روی کرنوگراف زمان عبور ستاره بــرنصف‌النهار بدست میآید. اگر δ نزدیك به ۹۰ نباشد y مساوی‌صفربوده‌وکافی‌است‌که‌ازرابطه (۲) مقدار ΔH یــا ΔT را تعیین نمائیم .

مثال ــ ستاره قطبی $(\alpha.U.Min)$ اندك زمانی پس از عبور از نصف‌النهار رصد شده است بقسمی که دروقت رصد موضع آن با تار وسطی قائم باندازه x فاصله داشته است و $x=۱۳۰/۰''=۰/۰۰۰۶۳۰۳$ میباشد مطلوبست :

زاویه ساعتی این ستاره هنگام رصد و همچنین میل ظاهری آن درصورتیکه میل حاصل ازروی فاصله سمت‌الرأسی برابر $۱۵''/۵$ و $۵۸'$ و ۸۸° باشد .

حل ــ ابتدا δ را بدست میآوریم و برای اینکار باید y محاسبه شود و داریم

$$tg\delta_۱=۵۵/۶۷$$

$$y=\frac{۱}{۲}\times۱۳۰''\times۰/۰۰۰۶۳۰۳\times۵۵/۶۷=۲''/۲۸$$

$$\delta=۸۸^\circ,\ ۵۸',\ ۱۳''/۲$$

$$séc\delta=۵۵/۶۴$$

اکنون ΔH را بدست میآوریم :

$$x\,séc\delta=۷۲۳۳/۲''=۰/۰۳۵۰۷$$

$$x^۲séc^۲\delta=۰/۰۰۱۲۳$$

$$\Delta H=۷۲۳۳''/۲(۱+\frac{۰/۰۰۱۲۳}{۶})=۷۲۳۴''/۷=۴۸۲^s/۳$$

فصل پنجم

زمین

۲۸ ـ ژئوئید[۱] ـ ازقدیم‌الایام علما بکرویت زمین پی‌برده بودنـد مثلاً افلاطـون و شاگردانش دریونان راجع باین موضوع بحث‌مینمودند. ارسطو کرویت زمین‌را ازروی‌خسوف ماه تشریح مینمود زیرا هیچ شکل هندسی وجودندارد که سایه‌اش همواره بشکل دایره بـاشد مگر کره که اگربهروضعی قرار گیرد همواره‌سایه‌اش بشکل دایره است وچون درموقع‌خسوف که‌سایه زمین روی ماه میافتد این سا یه بشکل‌سطح دایره بتدریج روی سطح ماه را می‌پوشاند ودرموقع بازشدن ماه نیز فصل‌مشترك بین‌قسمت‌تاریك و روشن بشکل دایره است و بتدریج‌سایه زائل شده و سطح ماه روشن میشود. پس چنین‌استنباط میشود کـه زمین کـروی‌شکل است. هنگامیکه‌روی‌زمین‌بطرف‌شمال‌پیش رویم‌بتدریج بر ارتفاع قطب سماوی افزوده میشود وبالعکس اگر بطرف جنوب رویم بتدریج از ارتفاع‌قطب‌کم میشود ومرتباًبه‌عدد ستارگان نیمکره جنوبی کهقبلاً مرئی نبوده و همواره زیر افق قـرار داشته‌اند افزوده می‌شود و این مطلب نیز مؤید نظریه کرویت زمین است. شعاع زمین رامیتوان‌بااندازه‌گرفتن قوسی از نصف‌النهار زمین بدست آوردواین‌عمل‌نیز از قدیم‌الایام انجام شده است.در سطح دریا وضع کرویت زمین بیشترمحسوس است واگر با کشتی روی اقیانوسها پیش رویم‌بقسمی که دیگر ارتفاعات ساحلی دیده نشود ملاحظه‌میکنیم دراطراف ما سطح اقیانوس بشکل‌دایره‌ای بآسمان محدود شده است مثل‌آنکه یك کره‌ای برکره دیگر محاط شده‌باشد واگر یك کشتی ازدور بتدریج بما نزدیك شود ابتدا دکل کشتی دیده میشود و سپس متدرجاً طبقات بالاو بعد قسمتهای پائین کشتی دیده خواهد شدبااین دلائل قدما نیز برکرویت زمین اعتقاد داشتندالبته ارتفاعات روی سطح زمین آنرا از حالت

---

۱ — *Géoide ; Geoid.*

کرهٔ هندسی ناحدی خارج میکند ولی‌بادرنظر گرفتن ابعاد زمین ملاحظه‌میشود کـه ارتفاع بلندترین قلهٔ عالم درمقابل زمین کمتر از ارتفاع‌ذرشتی بضخامت دومیلیمتر روی کره‌ای بشعاع یکمتر میباشد پس این پستی و بلندی‌ها درمقابل‌ابعاد زمین ناچیز است و شکل آنرا از حـالت [illegible] خارج نمی‌نماید ولی اگر دقیقاًشعاع انحناء نقاط مختلف نصف‌النهارات زمین‌را بدون درنظر گرفتن کوهها و پستی و بلندیهااندازه بگیریم خواهیم‌دید که شعاع زمین درهمهٔ نقاط کاملاً ثابت نیست یعنی شکل زمین بصورت کرهٔ کامل نمی‌باشد . فرض‌کنیم که آبهای تمام اقیانوسها و دریاها را بوسیله کانالهائی بهم‌وصل‌کرده باشیم، سطح آب این کانالها که درامتداد سطح اقیانوسها ادامه یافته و تمام زمین رادربرگرفته است شکلی را مشخص مینماید که آنرا ژئوئید نامند و هرنقطه از سطح زمین‌را باسطح‌ژئوئید مقایسه میکنند اگر آن‌نقطه بالای‌سطح ژئوئید باشد میگویند ارتفاع[1] آن‌نقطه مثبت است‌واگر زیر ژئوئید باشد ارتفاع آن نقطه را منفی احتساب میکنند حال برای مشخص نمودن شکل‌زمین کافی است که شکل ژئوئید را تعیین‌نموده وارتفاع نقاط مختلف زمین‌را ازآن بدست‌آوریم‌شکل ژئوئید را میتوان با تعیین نمودن شعـاع ژئوئید درنقاط مختلف زمین بدست آورد وشعاع‌نقاط مختلف زمین‌را بوسیله روش مثلث‌بنـدی بدست میآورند .

سطح ژئوئید شبیه سطوح ساده هندسی نمی‌باشد ولی بنابراندازه‌گیری‌های متعددکه‌بوسیله آن سطح ژئوئید را مشخص نموده‌اند معلوم‌شده‌است که‌میتوان یك‌بیضوی دوار پهن‌چنان بدست آورد که فاصله سطح آن با سطح ژئوئید درنقاط‌مختلف زمین ازحد معینی تجاوز ننماید.

ذیلاً مشخصات بیضوی‌های مختلفی که از اوائل قرن نوزدهم تاکنون بجای ژئوئید زمین انتخاب شده است ذکر مینمائیم :

بیضوی بسل[2] (۱۸۴۱ میلادی)

a = ۶۳۷۷۳۹۷/۱۵ متر

b = ۶۳۵۶۰۷۸/۹۶ متر

$$\varepsilon = \frac{a-b}{a} = \frac{۱}{۲۹۹/۱۵۲۹}$$

بیضوی کلارك[3] (۱۸۸۰ میلادی)

a = ۶۳۷۸۲۴۹/۲ متر

b = ۶۳۵۶۵۱۵/۰ متر

$$\varepsilon = \frac{۱}{۲۹۳/۴۶۶}$$

۱— *Altitude* .

۲— *Bessel* .

۳— *Clarke* .

بیضوی هلمر[۱] (۱۹۰۷ میلادی)

$\varepsilon = \frac{۱}{۲۹۸/۳}$ a=۶۳۷۸۲۰۰/۰۰ متر

b=۶۳۵۶۸۱۸/۱۷ متر

بیضوی هایفرد[۲] (۱۹۰۹ میلادی)

$\varepsilon = \frac{۱}{۲۹۷}$ a=۶۳۷۸۳۸۸ متر

b=۶۳۵۶۹۱۲ متر

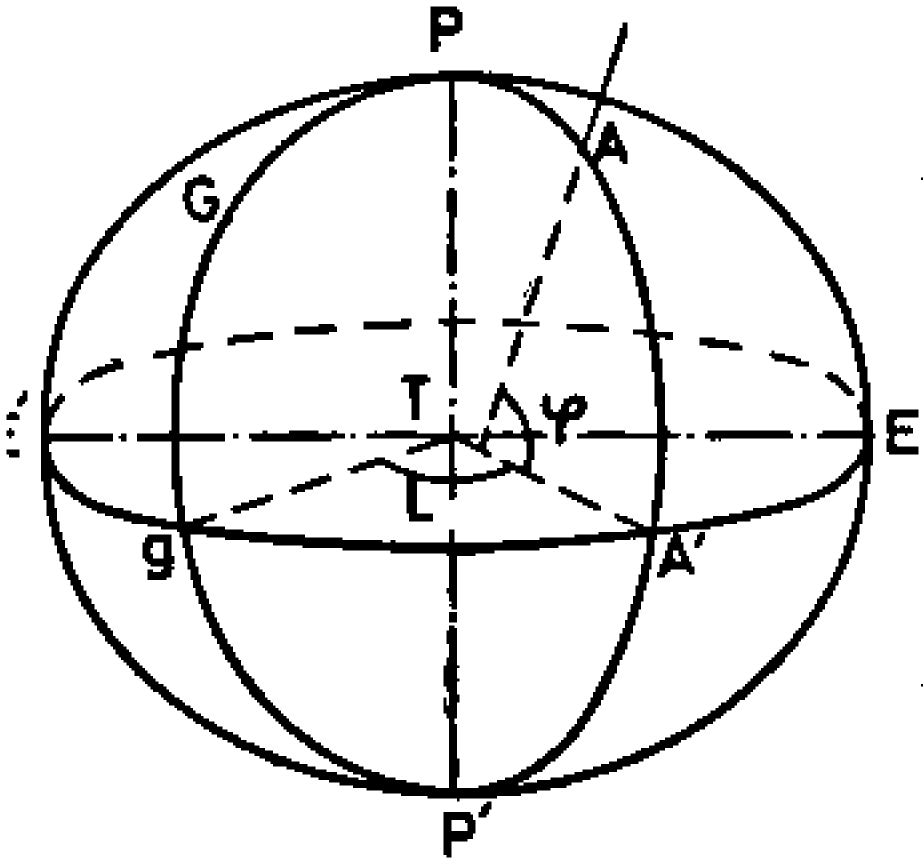
بیضوی مجمع بین‌المالی منجمین (۱۹۶۴ میلادی) U.A.I[۳]

$\varepsilon = \frac{۱}{۲۹۸/۲۵}$ a=۶۳۷۸۱۶۰ متر

b=۶۳۵۶۷۷۵ متر

محاسبات این‌کتاب براساس بیضوی‌هایفردمیباشند و این بیضوی با ژئوئید درهیچ‌نقطه‌ای از زمین بیش‌از یکصدمتر اختلاف ندارد .

۳۹ ـ مختصات جغرافیائی ـ محور دوران بیضوی فوق‌الذکر را محور زمین نامنداین محور بیضوی زمین را در دونقطه P,P′ قطع‌میکند که بقطبین زمین موسوم است آن نقطه‌را که به‌آسیا و اروپا نزدیکتراست قطب شمال و دیگری‌راقطب جنوب نامند(شکل ۳۹) صفحه‌ای راکه از مرکز زمین بر محور آن عمود شـود صفحه استوای زمین نامند، مقطع صفحه استوارا بازمین خط‌استوا[۴] میگویند. خط استوا زمین‌را بدوناحیه تقسیم میکند و ناحیه‌ایکه شامل قطب شمال است نیمکره شمالی[۵] و ناحیه دیگر رانیمکره جنوبی[۶] زمین نامند .



(شکل ۳۹)

زاویه خط قائم نقطه‌ای مانند A از سطح زمین را با استوا عرض جغرافیائی مکان A نامند

۱— *Helmert* ۲— *Hayford*

۳— *Union astronomique international.*

۴— *Equateur terrestre ; T errestial equator.*

۵— *Hémisphere terrestre nord ; Terrestial north hemisphere*

۶— *Hemisphère terrstre sud,; Terrestial south hemisphere*

و آنرا به φ نمایش میدهند و مقدار آنرا مثبت اختیار میکنند اگر مکان روی نیمکره شمالی باشد و هرگاه مکان در نیمکره جنوبی باشد مقدار آنرا منفی میگیرند پس تغییرات عرض جغرافیائی از -90° تا $+90^\circ$ خواهد بود. نیمه بیضی محدود بقطبین P' و P که بر مکان A بگذرد بنصف‌النهار جغرافیائی[1] مکان A موسوم است. نصف‌النهاری را که بر نقطه معینی از رصدخانه شهر گرینویچ میگذرد نصف‌النهار مبدأ اختیار کرده‌اند زاویه مسطحه فرجه مابین نصف‌النهار جغرافیائی مکان A و نصف‌النهار جغرافیائی مبدأ را طول جغرافیائی[2] آن مکان نامند و آنرا به L نمایش میدهند و مقدار آن عبارتست از اندازه قوس $\widehat{gA'}$ که نصف‌النهارات نقاط G و A بترتیب ولی در دریانوردی [illegible] میکنند و اندازه L را معمولاً برحسب واحد ساعت بیان میکنند و تغییرات آن از صفر تا ۱۲ + ساعت بسمت مغرب گرینویچ و از صفر تا ۱۲ - ساعت سمت مشرق آن مشخص میباشد بدین‌طریق نصف‌النهار ۱۲ + ساعت که امتداد نصف‌النهار گرینویچ است بر نصف‌النهار ۱۲ - ساعت منطبق میباشد. دریانوردان طول جغرافیائی را از صفر تا 180°- و از صفر تا 180° - بیان میکنند با همان قرارداد ذکر شده راجع بجهت مثبت و منفی.

تجربه فوکو: بطوریکه قبلاً ذکر شد حرکت یومی ستارگان در اثر حرکت دورانی زمین که بحرکت وضعی موسوم است حاصل میشود. بهترین دلیلی که برای حرکت وضعی زمین میتوان اقامه کرد تجربه فوکو میباشد. بنا بقوانین مکانیک صفحه نوسان یک پاندول نسبت بدستگاه مختصات ثابت تغییر نمیکند و اگر نقطه آویز پاندول هم دوران نماید باز صفحه نوسان نسبت بدستگاه مختصات مذکور ثابت خواهد ماند یعنی صفحه نوسان پاندول بدوران نقطه آویز بستگی ندارد و اگر پاندولی در قطب زمین بنوسان درآید ملاحظه خواهیم کرد که صفحه نوسان آن همواره نسبت بستارگان ثوابت ثابت میماند و بنابقوانین مکانیک اگر دریک مکان گلوله‌ای رابنخی آویزان کرده و آنرا ازوضع تعادل منحرف نموده و بدون سرعت اولیه رها کنیم بفرض آنکه زمین حول محور خود درمدت ۲۴ ساعت از مغرب بمشرق یکدور دوران نماید حرکت انتهای پاندول در سطح زمین مانند حرکت نقطه‌ایست که روی یک بیضی درارافقی (اندازه قطر اقصر آن خیلی کمتر ازقطر اطول است) حرکت نماید و این بیضی باسرعت زاویه‌ای ثابت درحول امتداد قائم درخلاف جهت مثلثاتی دوران نماید (در جهت از

۱— *Méridien géographique ; Meridien of longitude .*

۲— *Longitude .*

مغرب بجنوب) و مدت یکدور کامل بیضی برابر است با $T=\frac{۲۴^h}{\sin\varphi}$ این تجربه عملاً درسال ۱۸۵۱ بوسیله فوکو درداخل گنبد پانتئون Panthéon در پاریس بعمل آمد ونتیجه تجربه صحت فرض یعنی دوران زمین را محقق نمود . طول نخ آونگ دراین تجربه ۶۷ متر بود و ابتدا آونگ را باندازهٔ ۳ متر ازوضع شاغولی خارج نموده و با نخی بدیوار بستند و سپس نخ را سوزاندند درنتیجه گلوله آونگ بدون سرعت اولیه (نسبت بزمین) بحرکت افتادوچون زاویه انحراف پاندول کوچك است زمان نوسان پاندول از رابطه $T_۱=۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ بدست میآید که مقدار آن تقریبا ۱۶ ثانیه است و عملاً نیز زمان نوسان درهمین حدود بدست آمد و زمان نوسان بیضی بدور محور قائم درپاریس برابر است با

$$T=\frac{۲۴}{\sin\varphi}=\frac{۲۴}{\sin ۴۷^\circ ,۵۲'}=۳۲^h$$

واین مطلب نیز عملاً مطابقت مینمود و قطراقصر بیضی بنابقوانین مکانیك از رابطه $\frac{b}{a}=\frac{T_۱}{T}$ بدست میآید ودراین تجربه داریم : $\frac{T_۱}{T}=\frac{۱}{۷۲۰۰}$

بنابراین : $b=\frac{۳^m}{۷۲۰۰}=۰/۴$ میلیمتر تقریباً.

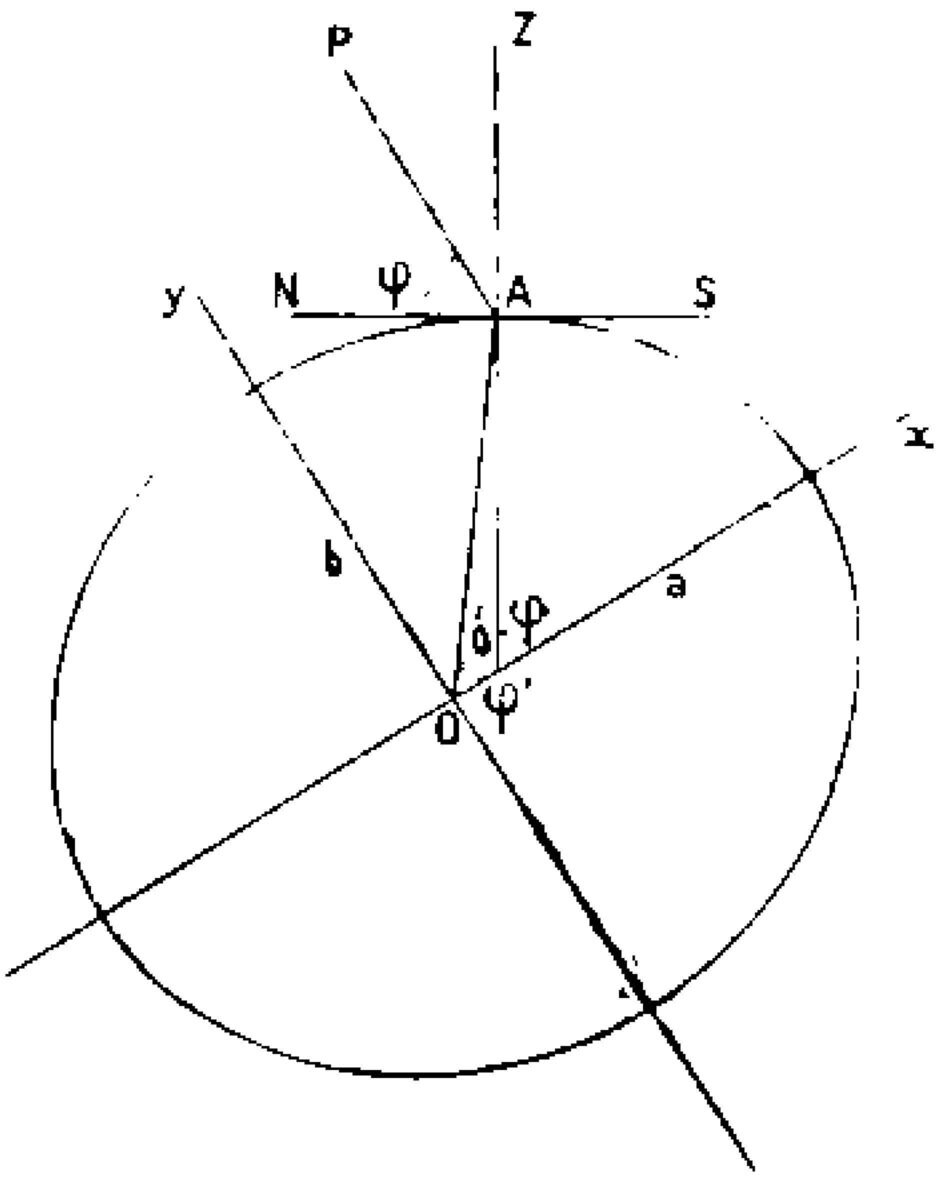
یعنی درحالیکه محور اطول بیضی ۶ متر باشد محور اقصر آن کمتر از یك میلیمتر خواهد بود پس عملاً مثل اینستکه آونگ در یك صفحه قائم نوسان کند و آن صفحه در جهت معکوس حول محور قائم دوران نماید و اثرآن روی صفحه افق قطعه خطهائی است که همه بریکنقطه گذشته ودر نقطه تقاطع نصف شوند یعنی نقطه تقاطع این خط بر امتداد قائم مار بر نقطه آویز قراردارد نتیجه آزمایش تمام این مطالب را عیناً محقق نمود بنابراین معلوم میشود که زمین حول محور خود دوران می‌نماید و دراثر این دوران ساکنین زمین می‌بینند که تمام اجرام سماوی بدور آنها میگردند. درحقیقت محور عالم همان محور دوران زمین است و چون درهر نقطه از سطح زمین خطی بموازات محور زمین رسم کنیم برای ناظر درآن مکان تمام اجرام سماوی بدور آن محور دوران می‌نماید و آنرا محور عالم می‌پندارد بهرحال محور عالم درهرمکان موازی محور زمین می‌باشد پس ارتفاع قطب یا عرض نجومی درهرمکان برابر با عرض جغرافیائی آن مکان خواهد بود و استوای سماوی موازی صفحه استوای زمین است و اگر مکان نقطه‌ای واقع برخط استوای زمین باشد صفحه استوای سماوی درآن نقطه برصفحهٔ استوای زمین منطبق است و خط قائم درهر مکان خطی است که بر سطح بیضوی عمود باشد (زیرا سطح بیضوی که بر ژئوئید منطبق درنظر گرفته شده همان سطح آبهای راکد است) و چون بیضوی دوار است پس خط قائم درهر مکان محور زمین راقطع میکند بنابراین صفحه نصف النهار هرمکان بر صفحه نصف النهار جغرافیائی آن مکان منطبق است .

۳۰ ــ عرض مرکزی و رابطهٔ آن باعرض جغرافیائی[1] : خط OA واصل مابین مرکز بیضوی و مکان A باصفحه استوای زمین زاویه‌ای‌میسازد که‌آنرا به φ' نشان مدهیم و آنرا عرض مرکزی مکان نامند (شکل ۴۰) مختصات پارامتری نقطه A نسبت بمحورهای بیضی نصف‌النهار نقطه A عبارتست از :

$$\xi = a\cos u \qquad \eta = b\sin u$$

اگر A' متناظر نقطه A روی دایره اصلی‌بیضی باشد زاویه OA' با صفحه استوا برابر با u میباشد و آنرا آنومالی مرکزی[2] نامند.

اگر φ عرض جغرافیائی مکان A باشد ضریب زاویه خط قائم نقطه A عبارتست از :



(شکل ۴۰)

$$tg\,\varphi = -\frac{\xi'}{\eta'} = \frac{a}{b}\,tgu$$

و ضریب زاویه خط OA چنین است :

$$tg\varphi' = \frac{\eta}{\xi} = \frac{b}{a}\,tgu$$

پس عرض مرکزی هر مکان با عرض جغرافیائی آن مکان بوسیله رابطه زیر بیکدیگر مربوط‌میشوند

$$tg\,\varphi' = \frac{b^2}{a^2}\,tg\,\varphi$$

در محاسبات نجومی اغلب رابطه‌ای بصورت‌زیر مشاهده میکنیم :

$$tgy = p\,tgx \,,\ (p>0)$$

حال ثابت میکنیم که y را میتوان برحسب x بصورت‌زیر بسط داد :

$$y = x + q\sin 2x + \frac{q^2}{2}\sin 4x + \frac{q^3}{3}\sin 6x + \dots$$

که‌در آن $q = \frac{p-1}{p+1}$ بوده و داریم : $|q|<1$

برای اثبات آن چنین مینویسیم :

۱ــ *Latitude géocentrique : Geocentric latitude*

۲ــ *Anomalie excentrique : Eccentric anomaly.*

$$\operatorname{tg}(y-x)=\frac{\operatorname{tg}y-\operatorname{tg}x}{1+\operatorname{tg}y\operatorname{tg}x}=\frac{(p-1)\operatorname{tg}x}{1+p\operatorname{tg}^2x}$$

وچون قرار دهیم $q=\frac{p-1}{p+1}$ ویا $p=\frac{1+q}{1-q}$ خواهیم داشت :

$$\operatorname{tg}(y-x)=\frac{2q\operatorname{tg}x}{1-q+(1+q)\operatorname{tg}^2x}=\frac{2q\sin x\cos x}{(1-q)\cos^2x+(1+q)\sin^2x}$$

ویا

$$\operatorname{tg}(y-x)=\frac{q\sin 2x}{1-q\cos 2x}=q\sin 2x(1+q\cos 2x+q^2\cos^2 2x+\dots)$$

واز روی بسط $\operatorname{Arctg}x$ داریم :

$$y-x=q\sin 2x(1+q\cos 2x+\dots)-\frac{q^3}{3}\sin^3 2x(1+q\cos 2x+\dots)^3+\dots$$

پس

$$y=x+q\sin 2x+\frac{q^2}{2}\sin 4x+\frac{q^3}{3}(3\sin 2x\cos^2 2x-\sin^3 2x)+\dots$$

ویا

$$y=x+q\sin 2x+\frac{q^2}{2}\sin 4x+\frac{q^3}{3}\sin 6x+\dots$$

ودراینجا داریم :

$$p=\frac{b^2}{a^2}\ ,\quad -q=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$$

وازطرفی

$$b=a(1-\varepsilon)$$

و حاصل میشود :

$$-q=\frac{a^2-a^2(1-\varepsilon)^2}{a^2+a^2(1-\varepsilon)^2}=\frac{2\varepsilon-\varepsilon^2}{2-2\varepsilon+\varepsilon^2}=\left(\varepsilon-\frac{\varepsilon^2}{2}\right)\left[1+\left(\varepsilon-\frac{\varepsilon^2}{2}\right)+\left(\varepsilon-\frac{\varepsilon^2}{2}\right)^2+\dots\right]$$

ویا

$$-q=\left(\varepsilon-\frac{\varepsilon^2}{2}\right)+\left(\varepsilon-\frac{\varepsilon^2}{2}\right)^2+\dots=\varepsilon+\frac{\varepsilon^2}{2}+\dots$$

بطریق دیگر داریم :

$$-q=\frac{\varepsilon-\frac{\varepsilon^2}{2}}{1-(\varepsilon-\frac{\varepsilon^2}{2})}=\frac{1}{(\frac{1}{\varepsilon}-1+\frac{\varepsilon}{2})\times\frac{1}{1-\frac{\varepsilon}{2}}}=\frac{1}{(\frac{1}{\varepsilon}-1+\frac{\varepsilon}{2})(1+\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon^2}{4}+\dots)}$$

با

$$-q=\frac{1}{\frac{1}{\varepsilon}-\frac{1}{2}+\frac{\varepsilon}{4}+\dots}$$

نااین $q-$ محسوساً برابر با :

$$-q=\frac{1}{296/5}=\frac{206265''}{296/5}=695''/66=11',35''/66$$

و

$$q^2=\frac{695''/66}{296/5}=2''/32$$

پس خواهیم داشت

$$\varphi'=\varphi-11',35''/66\sin 2\varphi+1''/16\sin 4\varphi \quad \dots\dots$$

وازطرف دیگر میتوان $tg(\varphi-\varphi')$ را برحسب u بدست آورد و داریم :

$$tg(\varphi-\varphi')=\frac{tg\,\varphi-tg\varphi'}{1+tg\varphi\; tg\varphi'}=\frac{a^2-b^2}{2ab}\sin 2u$$

و چون u در استوا صفر است ودرقطب u برابر $\frac{\pi}{2}$ میباشد پس $\varphi-\varphi'$ در استوا وقطب صفر است و هنگامی تفاضل فوق ماکزیمم‌میباشد که $\sin 2u=1$ باشد یعنی $u=45^\circ$

ودراینحال داریم

$$tg\varphi=\frac{a}{b}\;,\; tg\varphi'=\frac{b}{a}$$

ویا

$$tg\varphi=\cot g\varphi' \qquad \text{ویا} \qquad tg\varphi\, tg\varphi'=1$$

وازآن نتیجه میشود کەدر مکانیکه $\varphi-\varphi'$ ماکزیمم است باید $\varphi+\varphi'=90^\circ$ باشدواگر φ و φ' راازروی مقادیر a و b بدست آوریم دراین‌مکان خواهیم داشت :

$$\varphi=45^\circ,5',47''/83$$

$$\varphi'=44^\circ,54',12''/17$$

پس حداکثر اختلاف مابین عرض مرکزی‌وعرض جغرافیائی برابر است با $11',35''/66$

۳۱ ــ شعاع حامل نقاط مختلف سطح زمین : اکنون چند فرمول مربوط بشعاع حامل OA را بدست میآوریم وبرای اینکار قرار میدهیم : $OA=\rho a$

ρ عددیست نزدیك بواحد یعنی اگر Aروی استوا باشد $\rho=1$ میباشد و اگر A درقطب باشد ρ بحداقل مقدار خود که $\frac{296}{297}$میباشد میرسد و بعبارت دیگر میتوان گفت کـهρ اندازه شعاع حامل OA است درصورتیکه a یعنی شعاع استوائی واحد اندازه‌گیری انتخاب شده‌باشد و همچنین قرار میدهیم :

$$x=\frac{\xi}{a}=\frac{OA\cos\varphi'}{a}=\rho\cos\varphi'$$

$$y=\frac{\eta}{a}=\frac{OA\sin\varphi'}{a}=\rho\sin\varphi'$$

xوy نیز مختصات نقطه A است درصورتیکهa واحد اختیار شود :

مقادیر xوy برای محاسبه اختلاف منظر یومی لازم است و بهتراست این مقادیررا برحسب φ یعنی عرض جغرافیائی مکان بدست آوریم وبرای‌اینکار قرار میدهیم :

$$x=C\cos\varphi \;\; ; \;\; y=S\sin\varphi$$

و کافی است که CوS را بدست آوریم. داریم :

$$x=\rho\cos\varphi'=\frac{\xi}{a}=\cos u$$

پس خواهیم‌داشت :

$$y=\rho\sin\varphi'=\frac{\eta}{a}=\frac{b}{a}\sin u$$

$$\frac{S}{C}\operatorname{tg}\varphi=\operatorname{tg}\varphi'=\frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}\varphi=\frac{b}{a}\operatorname{tg} u$$

و ازآنجا نتیجه‌میشود که :

$$\frac{S}{C}=\frac{b^2}{a^2} \quad \text{و} \quad \operatorname{tg} u=\frac{b}{a}\operatorname{tg}\varphi$$

ویا

$$S=\frac{b^2}{a^2}C=(1-\varepsilon)^2C$$

پس‌اگر C را حساب کنیم S ازروی آن تعیین میشود و داریم

$$C=\frac{x}{\cos\varphi}=\frac{\cos u}{\cos\varphi}=\frac{1}{\cos\varphi\sqrt{1+\operatorname{tg}^2u}}=\frac{1}{\sqrt{\cos^2\varphi+\frac{b^2}{a^2}\sin^2\varphi}}$$

پس

$$C=\frac{1}{\sqrt{1-(2\varepsilon-\varepsilon^2)\sin^2\varphi}} \quad \text{و} \quad S=(1-\varepsilon)^2C$$

حال مقدار C را از روی بسط آن تعیین نموده واز جملات‌درجه سوم ببالا برحسبε

که بسیار کوچکند صرفنظر میکنیم:

داریم:

$$C=\left[۱-(۲\varepsilon-\varepsilon^{۲})\sin^{۲}\varphi\right]^{-\frac{۱}{۲}}=۱+\frac{۱}{۲}(۲\varepsilon-\varepsilon^{۲})\sin^{۲}\varphi+\frac{۱\times۳}{۲\times۴}(۲\varepsilon-\varepsilon^{۲})^{۲}\sin^{۴}\varphi+\dots$$

و یا

$$C=۱+\frac{۱}{۴}(۲\varepsilon-\varepsilon^{۲})(۱-\cos۲\varphi)+\frac{۳}{۲\times۸}\varepsilon^{۲}(۳-۴\cos۲\varphi+\cos۴\varphi)+\dots$$

و یا

$$C=۱+\frac{\varepsilon}{۲}+\frac{۵}{۱۶}\varepsilon^{۲}-(\frac{\varepsilon}{۲}+\frac{\varepsilon^{۲}}{۲})\cos۲\varphi+\frac{۳}{۱۶}\varepsilon^{۲}\cos۴\varphi+\dots$$

و از روی آن S را بدست می‌آوریم

$$S=(۱-۲\varepsilon+\varepsilon^{۲})\left[۱+\frac{\varepsilon}{۲}+\frac{۵}{۱۶}\varepsilon^{۲}-(\frac{\varepsilon}{۲}+\frac{\varepsilon^{۲}}{۲})\cos۲\varphi+\frac{۳}{۱۶}\varepsilon^{۲}\cos۴\varphi+\dots\right]$$

و یا

$$S=۱-\frac{۳}{۲}\varepsilon+\frac{۵}{۱۶}\varepsilon^{۲}-(\frac{\varepsilon}{۲}-\frac{\varepsilon^{۲}}{۲})\cos۲\varphi+\frac{۳}{۱۶}\varepsilon^{۲}\cos۴\varphi+\dots$$

واگر بجای ε مقدارش یعنی $\frac{۱}{۲۹۷}$ را قرار دهیم بسطهای عددی زیر برای C و S بدست میآید

$$C=۱/۰۰۱۶۸۷۱-۰/۰۰۱۶۸۹۲\cos۲\varphi+۰/۰۰۰۰۰۲۱\cos۴\varphi$$

$$S=۰/۹۹۴۹۵۳۰-۰/۰۰۱۶۷۷۸\cos۲\varphi+۰/۰۰۰۰۰۲۱\cos۴\varphi$$

و مقدار ρ از رابطه زیر بدست میاید :

$$\rho=\sqrt{x^{۲}+y^{۲}}=\sqrt{C^{۲}\cos^{۲}\varphi+S^{۲}\sin^{۲}\varphi}=C\sqrt{\cos^{۲}\varphi+(۱-\varepsilon)^{۴}\sin^{۲}\varphi}$$

$$\rho=C\left[۱-(۴\varepsilon-۶\varepsilon^{۲})\sin^{۲}\varphi\right]^{\frac{۱}{۲}}$$

و یا

$$\rho=C\left[۱-\frac{۱}{۲}(۴\varepsilon-۶\varepsilon^{۲})\sin^{۲}\varphi-\frac{۱}{۸}(۴\varepsilon-۶\varepsilon^{۲})^{۲}\sin^{۴}\varphi-\dots\right]$$

$$\rho=C\left[1-(\varepsilon-\frac{3}{2}\varepsilon^2)(1-\cos 2\varphi)-\frac{\varepsilon^2}{4}(3-4\cos 2\varphi+\cos 4\varphi)\ldots\right]$$

$$\rho=\left[1+\frac{\varepsilon}{2}+\frac{5}{16}\varepsilon^2-(\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon^2}{2})\cos 2\varphi+\frac{3}{16}\varepsilon^2\cos 4\varphi+\ldots\right]\times$$

$$\left[1-\varepsilon+\frac{3}{4}\varepsilon^2+(\varepsilon-\frac{\varepsilon^2}{2})\cos 2\varphi-\frac{\varepsilon^2}{4}\cos 4\varphi+\ldots\right]$$

$$\rho=1-\frac{\varepsilon}{2}+\frac{5}{16}\varepsilon^2+\frac{\varepsilon}{2}\cos 2\varphi-\frac{5}{16}\varepsilon^2\cos 4\varphi+\ldots$$

و فرمول عددی چنین است :

$$\rho=0/99832200+0/0016835\cos 2\varphi-0/0000035\cos 4\varphi$$

اگر ارتفاع مکان درروی زمین درامتدادقائم مکان نسبت بسطح ژئونید h متر باشد به xوy بترتیب باندازه $\frac{h}{a}\cos\varphi$ و $\frac{h}{a}\sin\varphi$ افزوده میشود زیرا واحد مقادیر xوy شعاع استوا یعنی a بوده است و قرار میدهیم .

$$\Delta=\frac{h}{a}=\frac{h}{6378388}$$

و خواهیم داشت :

$$x=(C+\Delta)\cos\varphi \qquad \rho=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$y=(S+\Delta)\sin\varphi \qquad \operatorname{tg}\varphi'=\frac{y}{x}$$

ازروی روابط فوق میتوان مختصات یکنقطه از سطح زمین را که برروی ژئونید واقع نباشد بدست آوردوهمچنین ρ و φ' را تعیین‌نمود . اگر Δ خیلی زیاد نباشد مقدار ρ محسوساً برابر است با ρ مربوطبه ژئونیدباضافه Δ

مثال ــ مطلوبست تعیین xوy مختصات نقطه‌ای از سطح زمین و همچنین طول شعاع حامل آن نقطه برحسب a شعاع استوای زمین درصورتیکه عرض جغرافیائی این نقطه برابر با $48°35'0''$ بوده و بارتفاع ۱۵۶ متر ازسطح دریاباشد .

حل

$$\begin{cases}\sin\varphi=0/74991187\\ \cos\varphi=0/66153000\end{cases}\quad \begin{cases}\sin 2\varphi=0/99219\\ \cos 2\varphi=-0/12476\end{cases}\quad \begin{cases}\sin 4\varphi=-0/248\\ \cos 4\varphi=-0/969\end{cases}$$

و

$$C=۱/۰۰۱۶۸۷۱+۰/۰۰۰۲۱۰۷-۰/۰۰۰۰۰۲۰=۱/۰۰۱۸۹۵۸$$
$$S=۰/۹۹۴۹۵۳۰+۰/۰۰۰۲۰۹۳-۰/۰۰۰۰۰۲۰=۰/۹۹۵۱۶۰۳$$
$$\Delta=۰/۰۰۰۰۰۲۴۵$$
$$x=\rho\cos\varphi'=(C+\Delta)\cos\varphi=۰/۶۶۲۸۰۰۳$$
$$y=\rho\sin\varphi'=(S+\Delta)\sin\varphi=۰/۷۴۶۳۰۷۷$$
$$\rho=۰/۹۹۸۳۲۰۰-۰/۰۰۰۲۱۰۰+۰/۰۰۰۰۰۳۴+\Delta=۰/۹۹۸۱۳۷۹$$

فرمولهای مذکور در شماره ۳۱ خیلی مورد استعمال دارد و بعداً موارد استعمال آنها را ذکر خواهیم کرد مقادیر C و S و ρ توابعی نوسانی از φ بادامنه‌های ضعیف میباشند و چون‌برای محاسبه آنها درهر مورد ازروی فرمولهای مربوطه مقدار زیادی وقت صرف میشود بدینجهت این مقادیر را برای مقادیرمختلف φ حساب کرده‌ودرجداولی مرتب‌نموده‌اند ودرهرمورد ازروی آن جداول بوسیله تناسب مقادیر C و S و ρ را استخراج میکنند .

۳۲ ــ طول جغرافیائی ــ فرض‌کنیم که O مرکزکره سماوی مربوط بیـك مکان باشد و $P'P$ محور عالم و Sنقطه حامل‌سمت‌الرأس آنمکان روی کره سماوی باشد و خط OG را موازی قائم نقطهٔ مبدأ که‌در رصدخانه گرینویچ است رسم میکنیم صفحه PGP' موازی صفحه نصف‌النهار جغرافیائی گرینویچ خواهد بود(شکل ۵۱) و چون صفحه نصف‌النهار نجومی مکان مفروض یعنی PSP' منطبق بر صفحـهٔ‌نصف‌النهار جغرافیائی آنمکان است پس فرجه مابین صفحات PGP' و PSP' با علامت مذکور درشماره ۲۹ برابر با طول جغرافیائی مکان میباشد واگر A نقطه حامل یك ستاره‌روی کره سماوی باشد PAP'دایره ساعتی ستاره A بوده و فرجه صفحات PAP' و PSP' عبارتست از زاویه ساعتی ستاره A و اگر فاصله ستاره A تازمین زیاد باشد بطوریکه ابعاد زمین درمقابل آن ناچیز باشد دایره ساعتی ستـاره A در مکان O موازی دایره ساعتی آن ستاره درگرینویچ خواهد بود وچون صفحه PGP' نیز موازی صفحه نصف‌النهار نجومی گرینویچ میباشد پس فرجه صفحات PAP' و PGP' برابر است با زاویه ساعتی ستاره A در **گرینویچ** و با **درنظرگرفتن جهت مثبت** اندازه گیـری زوایای ساعتی وطول جغـرافیائی رابطه جبری‌زیررا خواهیم داشت .

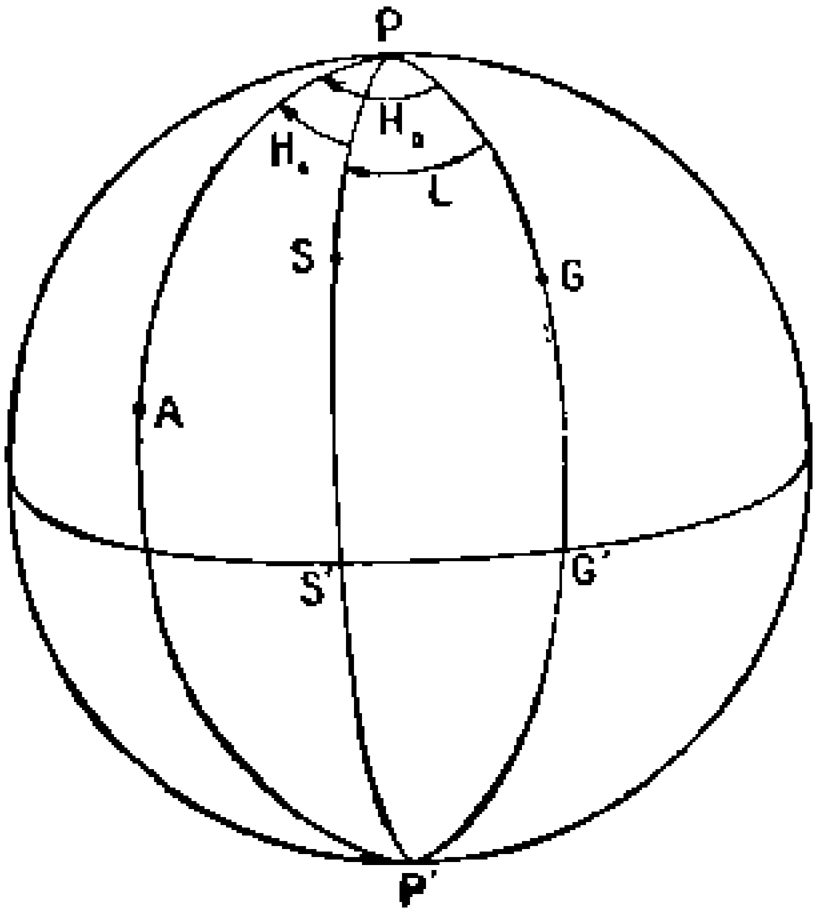
$$H_0-H_1=L \qquad (۱)$$

در رابطه فوق H_0 و H_1 بترتیب زوایای‌ساعتی ستاره در گرینویچ ودرمکان مفروض دریك لحظه میباشد اگر نتیجه رابطه (۱) بیش‌از۱۲ ساعت باشد مکان مزبور درجائی‌است کـه طول جغرافیائی‌آنها منفی اختیار میشود وبرای‌بدست‌آوردن مقدار طول جغرافیائی بـرطبق قرارداد ذکرشده باید ۲٤ ساعت را ازآن کم‌کنیم وهمچنین اگر مقدار L در رابطه (۱)

منفی درآید و قدرمطلق آن بیش از ۱۲ باشد درحقیقت طول جغرافیائی مکان مثبت است و برای تعیین مقدار آن برحسب قرارداد باید ۲۴ ساعت به آن افزود.

از رابطه (۱) حاصل میشود : $H_1 = H_0 - L$

یعنی زاویه ساعتی هرستاره درهر لحظه دریک مکان برابر است با زاویه ساعتی آن ستاره درهمان لحظه در گرینویچ باضافه (L-) این مطلب برای هرنقطه از آسمان صادق است فقط بشرط آنکه فاصله آن نقطه تازمین بقدر کفایت زیاد باشد که ابعاد زمین درمقابل آن ناچیز محسوب شود یعنی اگر نقطه موردنظر نقطه γ ویا مرکز خورشید باشد هرچند این نقاط محل خود را نسبت بثوابت تغییر میدهند ولی چون زاویه ساعتی آنها در دومکـــان دریك لحظه درنظر گرفته میشود تغییر وضع آنها برحسب زمـــان تأثیری در رابطه فوق ندارد و چون زاویه ساعتی نقطه γ را زمان نجومی می‌نامند پس می‌توان گفت که در هرلحظه زمان نجومی در



(شکل ۴۱)

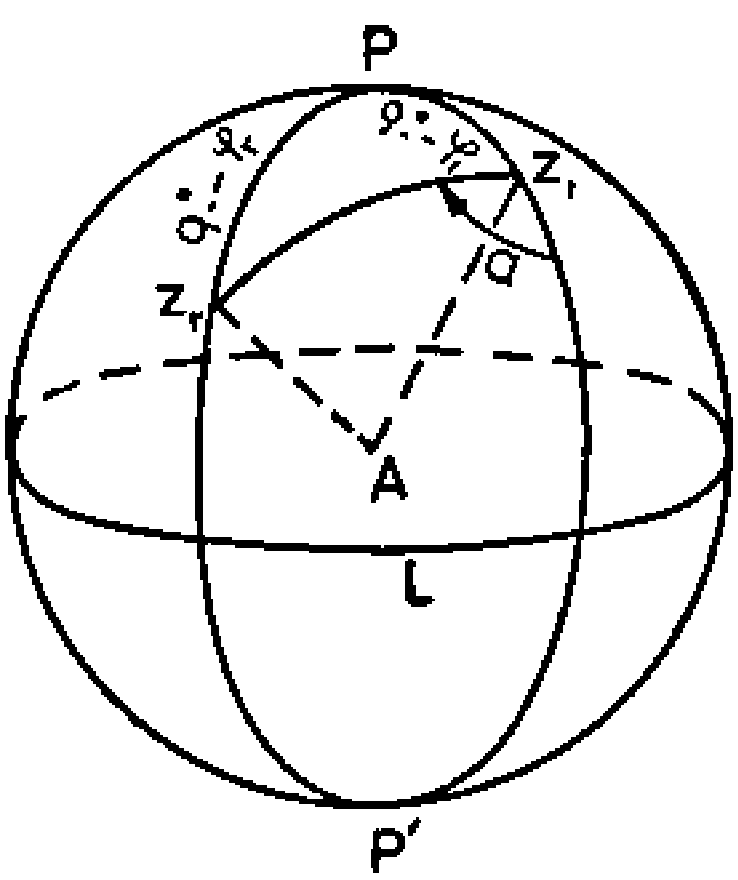
یك مکان برابراست با زمان نجومی گرینویچ باضافه (L —) وهمچنین چون زاویه ساعتی مرکز خورشید را در هرمکان زمان خورشیدی حقیقی آن مکان می‌نامنـــد . پس در هـــر لحظه زمان خورشیدی حقیقی در هـــر مکان برابر است بـــا زمـــان خورشیدی حقیقی در گـــرینویچ باضافـــه (L —) وبعبارت دیگر طول جغرافیائی هر مکان برابراست با تفاضل زمان نجومی یـــا زمان خورشیدی حقیقی گرینویچ از زمـــان نجومی ویا زمان خورشیدی حقیقی درآن مکان اگر بجای G مبدأ اندازه گیری طول مکان دیگری مانند G_1 را اختیار کنیم تمام مطالب فوق الذکر صحیح خواهد بود فقط بشرط آنکه L را تفاضل مابین طول جغرافیائی دومکـــان منظور نمائیم .

از روی مطالب فوق اصول تعیین طول جغرافیائی بدست میآید وبرای اینکار کافی است که زمان نجومی یا خورشیدی دو مکان را باهم مقایســه نمود وبادانستن طول جغرافیائی یکی از دومکان جغرافیائی مکان دیگر تعیین میشود . هنگامی که منظور تعیین طول جغرافیائی بادقت بسیار زیاد باشد در دو ایستگاه واقع دردومکان دوربینهای نصف‌النهاری و ساعت نجومی نصب میکنند ودرمدت چندماه در تمام شبهـــای صاف بوسیله رصد ستارگان اصلی تصحیح ساعتها را

مشخص میکنند و برای مقایسه ساعتهای دومکان در هریك از ایستگاههای این دو مکان لحظهٔ علامات کوتاه (نقطه) که از یك ایستگاه رادیو تلگرافی در لحظه معین منتشر میشود ثبت میکنند اگر h_1 و h_2 بترتیب زمانهای ثبت شده یك علامت باشد (البته این مقادیر را با درنظر گرفتن زمان انتشار امواج از ایستگاه فرستنده تا ایستگاه گیرنده تصحیح میکنند) و Δ_1 و Δ_2 بترتیب مقادیر تصحیح ساعت در لحظه ثبت علامت در این دو ایستگاه باشد اختلاف عرض جغرافیائی این دو مکان از رابطه زیر بدست میآید $|L|=|(h_2+\Delta_2)-(h_1+\Delta_1)|$

در دریا و هواپیما برای تعیین طول جغرافیائی بطریق مشابهی در ابتدا میتوانند بدینطریق که کرونومتر دقیقی که با زمان گرینویچ میزان شده است همراه میبرند و تصحیح ساعت را بوسیله ثبت علائم رادیوئی چندین مرتبه در شبانه‌روز تعیین می‌کنند و زمان محلی‌را بوسیله رصد خورشید و یا رصد ستارگان درخشان مثلی با کمك سکستان بدست میآورند یعنی با سکستان ارتفاع ستاره یا خورشید را اندازه میگیرند وبااستفاده از جداولی که مختصات‌ستاره (بعد دو میل) مورد رصد ویا خورشید درآن ثبت است وهمچنین بااستفاده از روابط مابین ارتفاع‌ستاره و زاویه ساعتی مختصات ستاره (که در فصل آینده ذکر میشود) زاویه ساعتی ستاره را تعیین نموده وازروی‌آن زمــان محلی را استخراج‌مینمایند (در دریا و هواپیما زاویه ساعتی ستاره را از روی ارتفاع تعیین شده با سکستان و بعدو میل ستاره از روی جداولی که‌برای اینمنظور حساب شده است باسرعت استخراج مینمایند).

۳۳ــ تعیین سمت یك مکان نسبت به نصف‌النهار مکان دیگر: فرض‌کنیم A بمختصات (L_1 و φ_1) و B بمختصات (L_2 و φ_2) دونقطه از سطح زمین باشند، ازنقطه B و خط قائم مکان A صفحه‌ئی مرور میدهیم، زاویهٔ مابین این صفحه و صفحه نصف‌النهار نقطهٔ A را سمت مکان B نسبت بنصف‌النهار مکان A گویند. جهت اندازه‌گیری این زاویه همان‌جهت اندازه‌گیری زاویه سمت است. در کرهٔ سماوی مکان A شعاعهای AZ_1 و AZ_2 رابترتیب موازات قائمهای مکانهای A،B رسم میکنیم، صفحه APZ_1 نصف‌النهار مکان A بوده وصفحهٔ

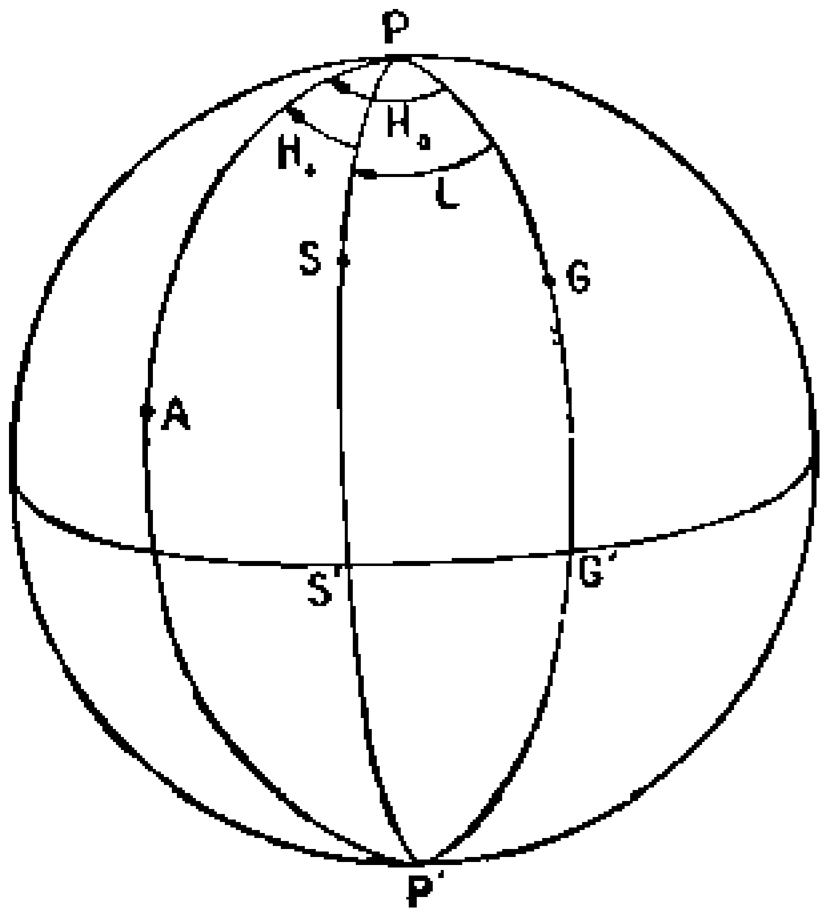


(شکل ۴۲)

منفی درآید و قدرمطلق آن بیش از ۱۲ باشددرحقیقت طول جغرافیائی مکان مثبت است و برای تعیین مقدار آن برحسب قرارداد بایـــد۲٤ ساعت به آن افزود .

از رابطه (۱) حاصل می‌شود : $H_1 = H_0 - L$

یعنی زاویه ساعتی هرستاره درهر لحظه دریك مکان برابر است با زاویه ساعتی آن‌ستاره درهمان لحظه درگرینویچ باضافه (L-) این‌مطلب برای هرنقطه از آسمان صادق است فقط بشرط آنکه فاصله آن‌نقطه تازمین بقدر کفایت زیاد باشد که ابعاد زمین درمقابل آن ناچیز محسوب شود یعنی اگر نقطه موردنظر نقطه γ ویا مرکز خورشید باشد هرچند این نقاط محل خود را نسبت بثوابت تغییر میدهد ولی چون زاویـه ساعتی آنها در دومکـــان دریك لحظه درنظر گرفته میشود تغییر وضع آنها برحسب زمـان تأثیری در رابطه فوق ندارد و چون زاویـه ساعتی نقطه γ را زمان نجومی می‌نامند پس می‌توان گفت که در هرلحظه زمان نجومی در



(شکل ٤١)

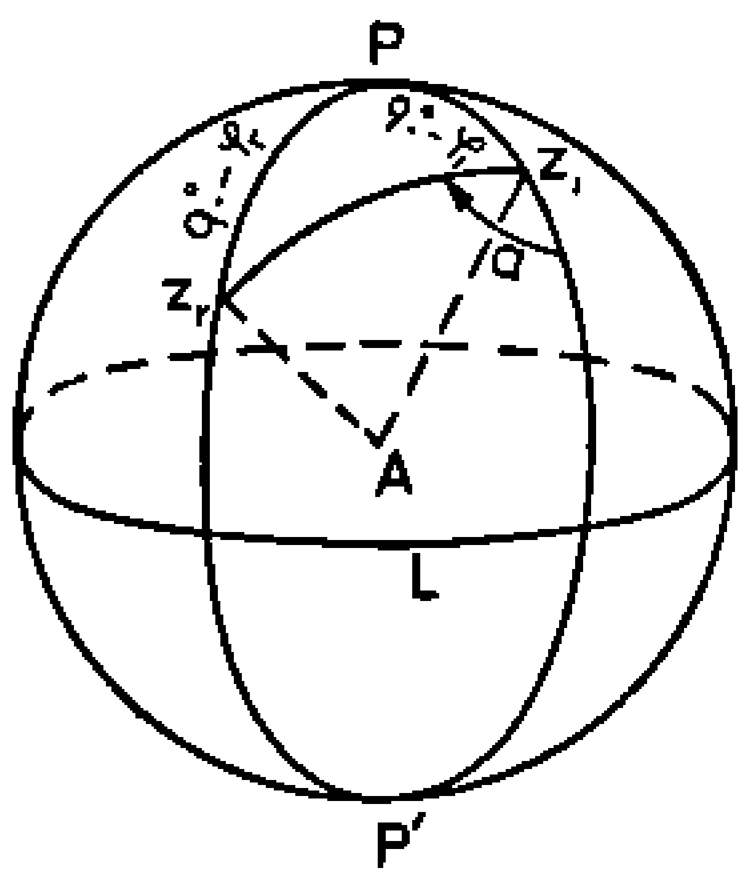
یك‌مکان برابراست با زمان نجومی گرینویچ باضافه (L −) وهمچنین چون زاویه ساعتی مرکز خورشید را در هرمکان زمان خورشیدی‌حقیقی آن مکان می‌نامنـــد . پس در هـــر لحظه‌زمان خورشیدی حقیقی در هـــر مکان برابر است بـــا زمـــان خورشیدی حقیقی در گـــرینویچ باضافـــه (L −) وبعبارت دیگر طول‌جغرافیائی‌هر مکان برابراست با تفاضل زمان نجومی یـــا زمان خورشیدی حقیقی گرینویچ از زمـــان‌نجومی ویا زمان خورشیدی حقیقی درآن‌مکان اگر بجای G مبدأ اندازه‌گیری طول مکان دیگری مانندG را اختیار کنیم تمام مطالب فوق‌الذکر صحیح خواهد بود فقط بشرط‌آنکه L را تفاضل مابین طول جغرافیائی دومکـــان منظور نمائیم .

از روی مطالب فوق اصول تعیین طول جغرافیائی بدست میآید وبرای‌اینکار کافی است که زمان نجومی یا خورشیدی دو مکان‌را باهم‌مقایسه نمود وبادانستن طول جغرافیائی یکی‌از دومکان جغرافیائی مکان دیگر تعیین میشود . هنگامی‌که منظور تعیین طول‌جغرافیائی‌بادقت بسیار زیاد باشد در دو ایستگاه واقع‌دردومکان‌دوربینهای نصف‌النهاری و ساعت نجومی نصب میکنند ودرمدت چندماه در تمام شبهـــای صاف‌بوسیله رصد ستارگان اصلی تصحیح ساعتها را

مشخص میکنند و برای مقایسه ساعتهای دومکان در هریك از ایستگاههای این دو مکان لحظه علامات کوتاه (نقطه) که از یك ایستگاه رادیوتلگراف در لحظه معین منتشر میشود ثبت میکنند اگر h_1 و h_2 بترتیب زمانهای ثبت شده این علامات باشد (البته این مقادیر را با درنظر گرفتن زمان سیر امواج از ایستگاه فرستنده تا ایستگاه گیرنده تصحیح میکنند) و Δ_1 و Δ_2 بترتیب مقادیر تصحیح ساعت در لحظه ثبت علامت در این دو ایستگاه باشد اختلاف عرض جغرافیائی بین دومکان از رابطه زیر بدست میآید. $|L|=|(h_2+\Delta_2)-(h_1+\Delta_1)|$

در دریا و هواپیما برای تعیین طول جغرافیائی بطریق ساده‌تری متوسل میشوند بدینطریق که کرونومتر دقیقی که با زمان گرینویچ میزان شده است همراه میبرند و تصحیح ساعت را بوسیله علائم رادیوئی چندین مرتبه در شبانه‌روز تعیین می‌کنند و زمان محلی‌را بوسیله رصد خورشید و یا رصد ستارگان درخشان حالی با کمك سکستان بدست میآورند یعنی با سکستان ارتفاع ستاره یا خورشید را اندازه میگیرند وبااستفاده از جداولی که مختصات‌ستاره (بعد دو میل) مورد رصد و یا خورشید درآن ثبت است‌وهمچنین بااستفاده از روابط مابین ارتفاع‌ستاره و زاویه ساعتی مختصات ستاره (که در فصل‌آینده ذکر میشود) زاویه ساعتی ستاره را تعیین نموده وازروی‌آن زمان محلی را استخراج‌مینمایند (در دریا و هواپیما زاویه ساعتی ستاره را از روی ارتفاع تعیین شده با سکستان و بعدو میل ستاره از روی جداولی کهبرای اینمنظور حساب شده است باسرعت استخراج مینمایند).

۴۳ــ تعیین سمت یك مکان نسبت به نصف‌النهار مکان دیگر: فرض‌کنیم A بمختصات (φ_1 و L_1) و B بمختصات (φ_2 و L_2) دونقطه ازسطح زمین باشند، برنقطه B و خط قائم مکان A صفحه‌ای مرور میدهیم، زاویه مابین این صفحه و صفحه نصف‌النهار نقطه A را سمت مکان B نسبت بهنصف‌النهار مکان A گویند. جهت اندازه‌گیری این زاویه همان‌جهت اندازه‌گیری زاویه سمت است. در کره سماوی مکان A شعاعهای AZ_1 و AZ_2 رابترتیب موازات قائمهای مکانهای A،B رسم میکنیم، صفحه APZ_1 نصف‌النهار مکان A بوده وصفحه



(شکل ۴۲)

APZ_2 موازی نصف‌النهار مکان B است، زاویه $P'\hat{Z_1}Z_2$ تقریباً مساوی باسمت مطلوب است زیرا صفحه AZ_1Z_2 بر قائم مکان A گذشته و موازی قائم مکان B میباشد و اگر قائمهای نقاط مختلف زمین همگی در مرکززمین متقارب بودند این صفحه از نقطه B مرور مینمایند ولی چون قائمهای نقاط مختلف زمین‌دقیقاً از مرکز زمین نمیگذرند لذا صفحه AZ_1Z_2 نیز دقیقاً از نقطه B نخواهدگذاشت و سمت صفحه AZ_1Z_2 و سمت‌صفحه‌ایکه بر نقطه B و خط قائم نقطه A میگذرد دومقدار بسیار نزدیك بوده و میتوان باتقریب کافی آنها را مساوی دانست .

زاویهٔ Z_1 از حل مثلث PZ_1Z_2 بدست آمده وازروی آن بادرنظر گرفتن وضع نسبی نقاط Z_2Z_1 سمت صفحه AZ_1Z_2 تعیین میشود، در مثلث PZ_1Z_2 دو ضلع و زاویه بین آنها بشرح‌زیر معلومند :

$$P=|L_2-L_1| \qquad \widehat{PZ_1}=90^\circ-\varphi_1 \quad \text{و} \quad \widehat{PZ_2}=90^\circ-\varphi_2$$

اگر $|L_2-L_1|$ بیش‌از ۱۲ ساعت باشد $P=24^h-|L_2-L_1|$ خواهد بود و زاویه سمت مطلوب عبارتست از :

اگر B غرب A باشد $a=180^\circ-Z_1$

اگر B شرق A باشد $a=180^\circ+Z_1$

برای تعیین Z_1 از روابط زیر می‌توان استفاده کرد :

$$\operatorname{tg}\frac{Z_1-Z_2}{2}=\operatorname{cotg}\frac{P}{2}\cdot\frac{\sin\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}}{\cos\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{Z_1+Z_2}{2}=\operatorname{cotg}\frac{P}{2}\cdot\frac{\cos\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}}{\sin\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}}$$

از روابط فوق $\frac{Z_1-Z_2}{2}$ و $\frac{Z_1+Z_2}{2}$ بدست میآید واز جمع و تفریق آنها مقادیر Z_1 و Z_2 حاصل‌میشوندوازروی آنهامیتوان‌سمت B رانسبت به نصف‌النهار A ویا سمت A را نسبت به نصف‌النهار B بدست آورد .

۳۴ـ تغییر عرض مکان و تغییر محل قطبین زمین ـ اگر قطبین‌آنی‌دوران‌روی‌سطح زمین ثابت بودند وهمچنین اگر امتداد قائم درهرمکان نسبت بنشانه‌های محلی درآن مکان کاملاً ثابت باشد عرض تمام نقاط زمین همواره‌ثابت میماند اما کوستنر (Küstner) در۱۸۸۸

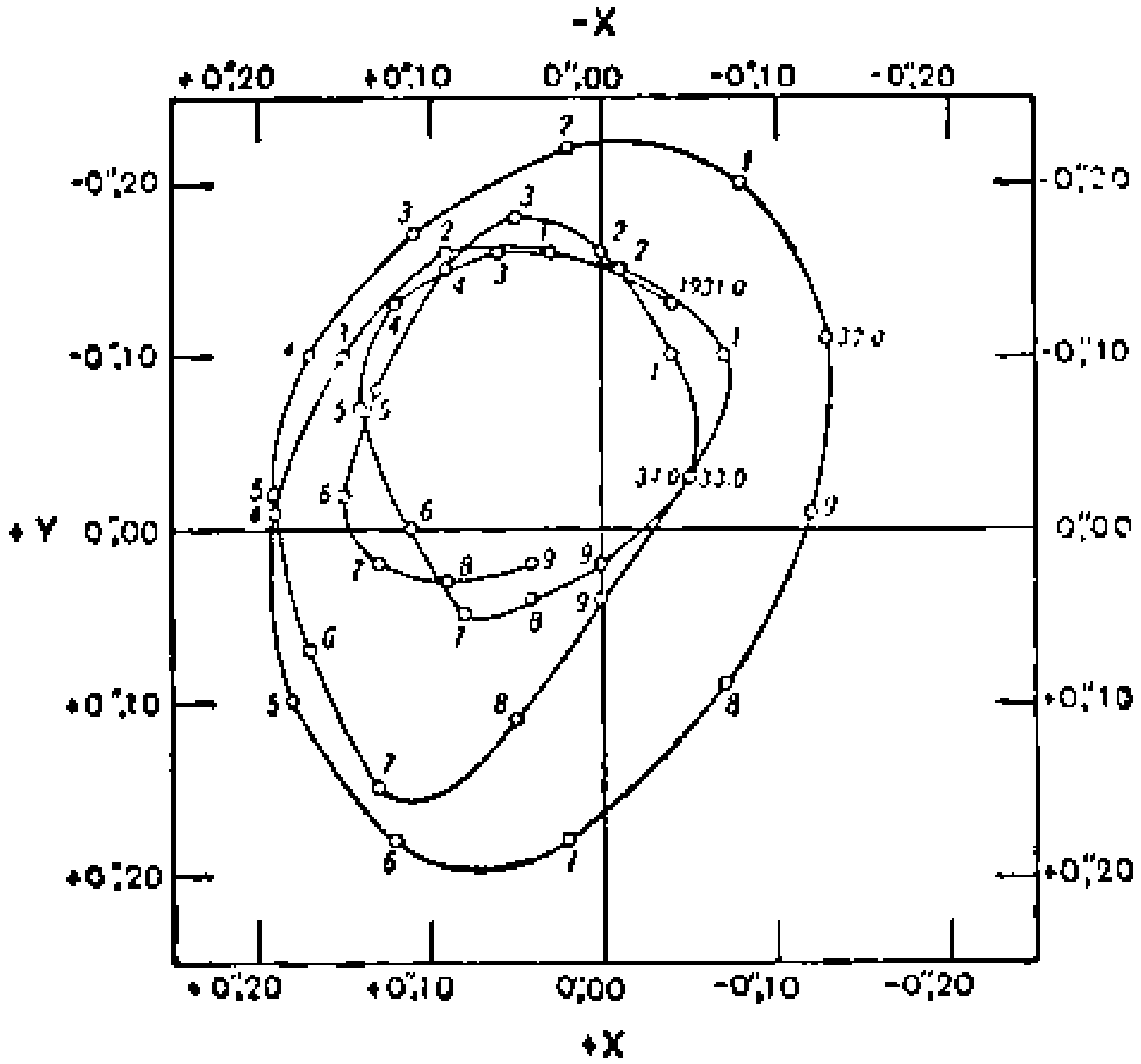
میلادی وپس‌ازاو شاندلر Chandler ملاحظه کردند که عرض جغرافیائی یک‌مکان دارای تغییراتی درحدود یکدهم ثانیه درجه میباشد پس معلوم‌میشود محل قطبین روی زمین دقیقاً ثابت نمی‌باشد واگر بقوانین مکانیك راجع بحرکت یکجسم صلب حول یکنقطه مراجعه کنیم وفرض‌کنیم کەبیضوی اینرسی این جسم دوار بوده و نیروهای خارجی برآن اثر کند نتایج‌زیررا خواهیم‌داشت :

۱ ـ اگر محور دوران اولیه بر محوراصلی بیضوی اینرسی منطبق بوده و نقطه ثابت برمرکز بیضوی اینرسی منطبق باشد محـــوردوران درفضا وهمچنین درجسم ثابت مانده و جسم حول این محور باسرعت ثابتی دوران می‌کند .

۲ ـ اگر محور دوران اولیه که بنابفرض بر مرکز بیضوی اینرسی میگذرد بر محور اصلی این بیضوی منطبق نباشد محور دوران‌درجسم حول محور اصلی اینرسی روی‌مخروط دواری حرکت میکند و اثرآن روی بیضوی‌اینرسی کەبه پولوری موسوم است یك دایره میباشد. و زمین چون بشکل بیضوی دواراست‌پس‌اگرآنرا جسم صلب همگنی تصور کنیـم بیضوی اینرسی‌آن نیز بیضوی دوار بوده ومحور دوران آن بیضوی منطبق بر محـــور دوران بیضوی زمین است. اولر‌بادرنظرگرفتن‌فرضیات فوق و احتساب انحراف محور دوران اولیه با محور دوران بیضوی زمین نشان داده‌است که باید قطب آنی دوران حـــول قطب اینرسی زمین یك پولودی دوار درمدت ۳۰۵روز طی کند ولی نتیجه مشاهدات بانتیجـــه نظریه اولر اختلاف دارد و معلوم میشود کـه‌فرضیات مسئله کاملاً صحیح نیست.

برای تعیین تغییرمکان قطب روی سطح‌زمین و رسم منحنی تغییرات آن سه ایستگاه بین‌المللی که تقریباً متساوی‌الفاصله بوده ودرروی مدار ۳۹° قرار دارند ایجاد کرده‌اند و دراین ایستگاهها مرتباً بوسیله رصد عـــرض‌جغرافیائی مکان را تعیین میکنندوسعی‌میکنند کەهرچه ممکن‌باشد تعداد رصدها بیشتر باشـــدوازروی نتایج حاصله این ایستگاهها میتوان محل قطب را در زمانهای مختلف روی سطح‌زمین مشخص نموده و منحنی آنرا رسم کرد و نتایج حاصله ازسال ۱۹۳۱/۰ تا ۱۹۳۴/۹ مطابق شکل ۴۳ میباشد و بطوریکه مشاهـــده می‌شود منحنی مزبور بادایره تفاوت فاحش‌داردو تشکیل شده است از یك مارپیچی کەبطور نامنظم بدور قطب متوسط حلقه زده‌است ولی باید دانست که قطب آنی دوران هـــرگز از قطب متوسط بیش‌از ۰/"۴ یا ۱۳ متر دورنمیشود

درحقیقت نمیتوان زمین‌را غیرقابل‌تغییرشکل دانسته و آنرا مانند یك جسم صلب‌تصور نمود همچنانکه جذر و مد دریاها این‌موضوع‌را نشان میدهد ازطرف‌دیگر از آثار جـــوی



(شکل۴۲)

و جریانات هوا و حرکات آتمسفر زمین نیز نمیتوان صرفنظر کرد و همچنین تغییر مکانهای اجرام هسته مرکزی زمین نیز موجوداست .

با مطالعات دقیق دوائر زیر در تغییرات‌عرض جغرافیائی مشخص میشود .

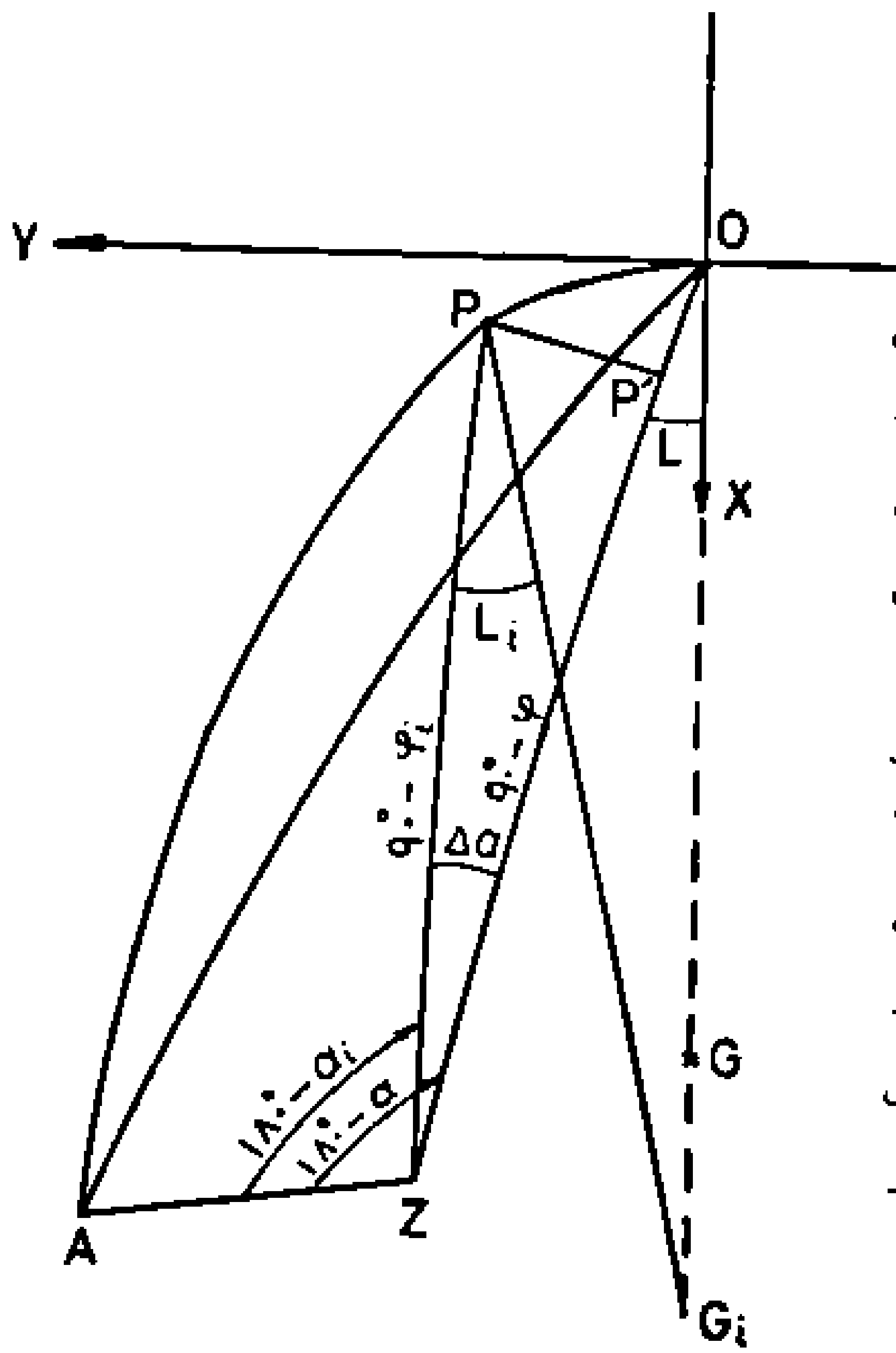
۱ ــ تغییرمکانهای سالیانه قطب که نصف‌دامنه آن‌درحدود ۱/"۰ یا ۳ متر میباشد و این تغییرمکانها را درائر تغییرات جوی‌میدانند .

۲ ــ تغییرمکانهائیکه دوره آن درحدود۴۷۲ روز بوده که آنرا دوره تغییرات شاندلر گویند و نصف دامنه آن درحدود ۲/"۰ یا ۶متر میباشد و این‌همان تغییرات موردمطالعه اولر است که صلب نبودن زمین در مدت‌دورهٔ تناوب‌آن تأثیر کرده است.

اگر منحنی تغییرات قطب را بموجب آثار فوق‌الذکر رسم کنیم منحنی حاصل تقریباً نظیر منحنی واقعی تغییرات قطب میباشد ولی‌با مقایسه دقیق این‌دومنحنی اختلافاتی دیده میشود که صرفنظر کردنی نبوده وعلاوه‌براین‌نامنظم‌هم میباشند . این اختلافات بسبب وجود آثار مختلفی است که ضمن تحلیل و تفسیرریاضی موضوع این آثار ازنظر دور مانده‌است دفتر بین‌المللی عرضها (Le service International des Latitudes) پس از حل‌و بحث مشاهدات و رصدها جدولی‌شامل مختصات قطب آنی دوران برحسب‌یکدهم

تنظیم و منتشر مینمایند. مبـدأ دستگـاه مختصات که بطـور دلخـواه درون منحنی ت قطب انتخاب شده است قطب متوسط‌نامند و محور X ها مماس بر نصف‌النهار مبدأ ، جهت مثبتش بسمت گرینویچ است ومحور Y ها عمود برآن بوده و جهت مثبتش طول +٦ ساعت میباشد، اگر L طـول‌جغرافیائی مکانی مانند Z باشد و نصف‌النهارات O وP قطب متوسط و آنی مکان را رسم‌کرده و فرض کنیم که P' تصویر P روی ZO (شکل ٤٤) چون نقاط O وP خیلی‌بهم‌نزدیکند و طول OP نسبت بابعاد ZO,ZP است پس میتوان ZP' را مساوی ZP دانست بنا برابن زیادی عرض آنی بـر عرض یك‌مکان برابر است با تصویر $\overrightarrow{OP}$ برروی نصف‌النهار OZ . اگر بردار $\vec{a}$ طول واحد روی OZ درنظر بگیریم

$$\underset{OZ}{\text{proj}}\,\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OP}.\vec{a}=x\cos L+y\sin L$$



(شکل ٤٤)

ن $\widehat{PZ}$ و $\widehat{OZ}$ بترتیب متمم عرض‌آنی و عرض ط مکان Z میباشند پس‌اگر عرض‌جغرافیائی مکانی دردست‌باشد برای‌تعیین عرض‌متوسط باید مقدار فوق رااز عرض آنی کم‌کنیم بالعکس با افزودن مقدار فوق بـه‌عرض سط عرض آنی بدست میآید .

عرض جغرافیائی مکان بعلت تغییرامتداد ر قائم مکان نیز تغییر می‌کند ولی عموماً اعات درباره علل این تغییر بسیار کم‌است در رصدخانه گرینویچ انحرافـات خط راکه دراثر جذر و مد رود تایمز حـاصل ود بدست آورده‌انـد این انحرافـات در ر عرض جغرافیائی گرینویچ تأثیردارد .

درهرمکان نصف‌النهار آنی همواره بر فالنهار متـوسط منطبق نیست (ممکن‌است

در يك‌مكان بعضی اوقات این دو نصف‌النهار در يك‌امتداد باشد، مثلا هنگاميكه مكان در امتداد OP قرار گرفته‌باشد) بنا براین‌تغییرمکان قطب در سمت ستارگان و همچنین درطول جغرافیائی مکان تأثیر دارد و این‌اثرات را ذیلا مطالعه میکنیم :

الف ــ تغییرات‌سمت ــ اگر A نقطه‌حامل يك‌ستاره روی کره سماوی بوده و Z سمت‌الرأس مکان باشد مثلث OZA مثلث وضعیت ستاره نسبت بقطب متوسط بوده و مثلث OAP مثلث وضعیت نسبت بقطب آنی‌خواهدبود و اگر a_i سمت آنی و a سمت متوسط‌ستاره‌باشد داریم.

$$A\hat{Z}O = ۱۸۰^\circ - a \qquad A\hat{Z}P = ۱۸۰^\circ - a_i$$

$$P\hat{Z}O = a_i - a = \Delta a$$

و چون ابعاد مثلث OPP' خیلی کوچك است‌میتوان‌آنرا مانند مثلث مستقیم‌الخط درنظر گرفت و چون زاویه $\overrightarrow{P'P}$ با Ox و Oy بترتیب $L+۹۰^\circ$ و L میباشد پس داریم :

$$\overline{PP'} = -\overline{P'P} = -\mathrm{proj}_{\overrightarrow{P'P}}\overrightarrow{OP} = -\left[x\cos(L+۹۰^\circ) + y\cos L\right]$$

$$\overline{PP'} = x\sin L - y\cos L$$

اگر φ_i عرض جغرافیائی آنی مکان‌باشد داریم $ZP = ۹۰^\circ - \varphi_i$ و از مثلث ZPP' خواهیم‌داشت

$$\frac{\sin\Delta a}{\sin PP'} = \frac{۱}{\cos\varphi_i}$$

وچون Δa و PP' بسیار کوچکند پس خواهیم‌داشت :

$$\Delta a = (x\sin L - y\cos L)\sec\varphi_i$$

ولی چون مقدار داخل پرانتز یعنی PP' بسیار کوچك است وازطرفی φ_i و φ نیزخیلی بهم نزدیکند میتوان‌نوشت :

$$\Delta a = (x\sin L - y\cos L)\sec\varphi$$

ب ــ تغییرات طول ــ بنابقرارداد طول‌جغرافیائی آنی مکان‌را نسبت به نصف‌النهاری که‌ازقطب گذشته و استوای متوسط را در نقطه‌ای بطول متوسط صفر قطع میکند اندازه میگیرند . اگر G_i محل برخورد نصف‌النهار متوسط گرینویچ با استوای متوسط باشد طول متوسط نقطه G_i صفر است و بنابراین‌نصف‌النهار PG_i که قطب‌آنی P رابه‌نقطه G_i وصل میکند نصف‌النهار مبدأ برای اندازه‌گیری طولهای‌آنی اختیار مینمایند واضح‌است‌که این نصف‌النهار از مبدأ گرینویچ نمیگذرد (مگرهنگامی که قطب آنی روی نصف‌النهار متوسط

گرینویچ‌باشد) وزاویه $Z\hat{P}G_i$ طول آنی مکان Z بوده و آنرا به L_i نمایش میدهیم نقطه G_i روی نصف‌النهار متوسط گرینویچ واقع استو محور OX راین نصف‌النهار مماس میباشد و طول قوس OG_i بـرابر ۹۰ میباشد پس‌مثلث POG_i قائم‌الضلع‌است و می‌توان نوشت :

$$\cos\widehat{PG_i} = \sin\widehat{OP}\cos P\hat{O}G_i = OP\cos P\hat{O}G_i = OP\frac{x}{OP} = x$$

ودر مثلث قائم‌الضلع ZOG_i داریم :

$$\cos\widehat{ZG_i} = \cos L\cos\varphi \qquad (۱)$$

و درمثلث ZPG_i میتوان نوشت :

$$\cos\widehat{ZG_i} = \cos\widehat{PG_i}\sin\varphi_i + \cos\varphi_i\sin\widehat{PG_i}\cos L_i \qquad (۲)$$

$$\sin\widehat{PG_i} = \sqrt{1-\cos^2 PG_i} = \sqrt{1-x^2} = 1-\frac{1}{2}x^2+\dots\dots \# 1$$

چون x بسیار کوچك است از جملات بی‌نهایت‌کوچك درجه‌دوم ببالا صرفنظرمیکنیم وبا درنظر گرفتن روابط (۱ و ۲) خواهیم‌داشت

$$\cos L\cos\varphi = x\sin\varphi_i + \cos\varphi_i\cos L_i \qquad (۳)$$

وبادرنظر گرفتن روابط $\varphi_i = \varphi + \Delta\varphi$ و $L_i = L + \Delta L$ و باصرفنظر کردن از بینهایت کوچکهای‌مرتبه‌دوم ببالا میتوان نوشت :

$$\sin\varphi_i = \sin\varphi + \Delta\varphi\cos\varphi \qquad \cos\varphi_i = \cos\varphi - \Delta\varphi\sin\varphi$$

$$\cos L_i = \cos L - \Delta L\sin L$$

وبا بردن این مقادیر در روابط (۳) و حذف‌بینهایت کوچکهای بالاتراز درجه اول حاصل میشود :

$$x\sin\varphi - \Delta\varphi\sin\varphi\cos L - \Delta L\sin L\cos\varphi = 0$$

وباقراردادن مقدار $\Delta\varphi$ در رابطه فوق حاصل میشود :

$$\Delta L\sin L\cos\varphi = \sin\varphi(x - x\cos^2 L - y\sin L\cos L) =$$

$$\sin\varphi\sin L(x\sin L - y\cos L)$$

$$\Delta L = (x\sin L - y\cos L)\operatorname{tg}\varphi$$

اگر مکان موردنظر را گرینویچ بگیریم ملاحظه میشودکه $\Delta L = -y\operatorname{tg}\varphi_G$

واین‌عبارت صفر نیست مگرآنکه y صفر باشد پس طول جغرافیائی آنی گرینویچ همـواره صفر نیست (زیرا بنابقرارداد نصف‌النهار آنی مبدأ همواره از گرینویچ نمیگذرد). مقدار ΔL در گرینویچ ازلحاظ قدرمطلق ممکن‌است تا مقدار $0^{s}/030$ برسد

فصل ششم

روابط مابین مختصات محلی و بحث در عبور ستارگان از ارتفاع ویا سمتهای معین

۴۵ ـ روابط مابین دستگاههای مختصات‌محلی ــ مسائلی که دراین‌فصل بررسی میشوند ازجمله مسائل اساسی نجوم و زمین‌پیمائی و دریا نوردی‌است و ابتدا روابط مابین مختصات محلی را بررسی می‌کنیم .

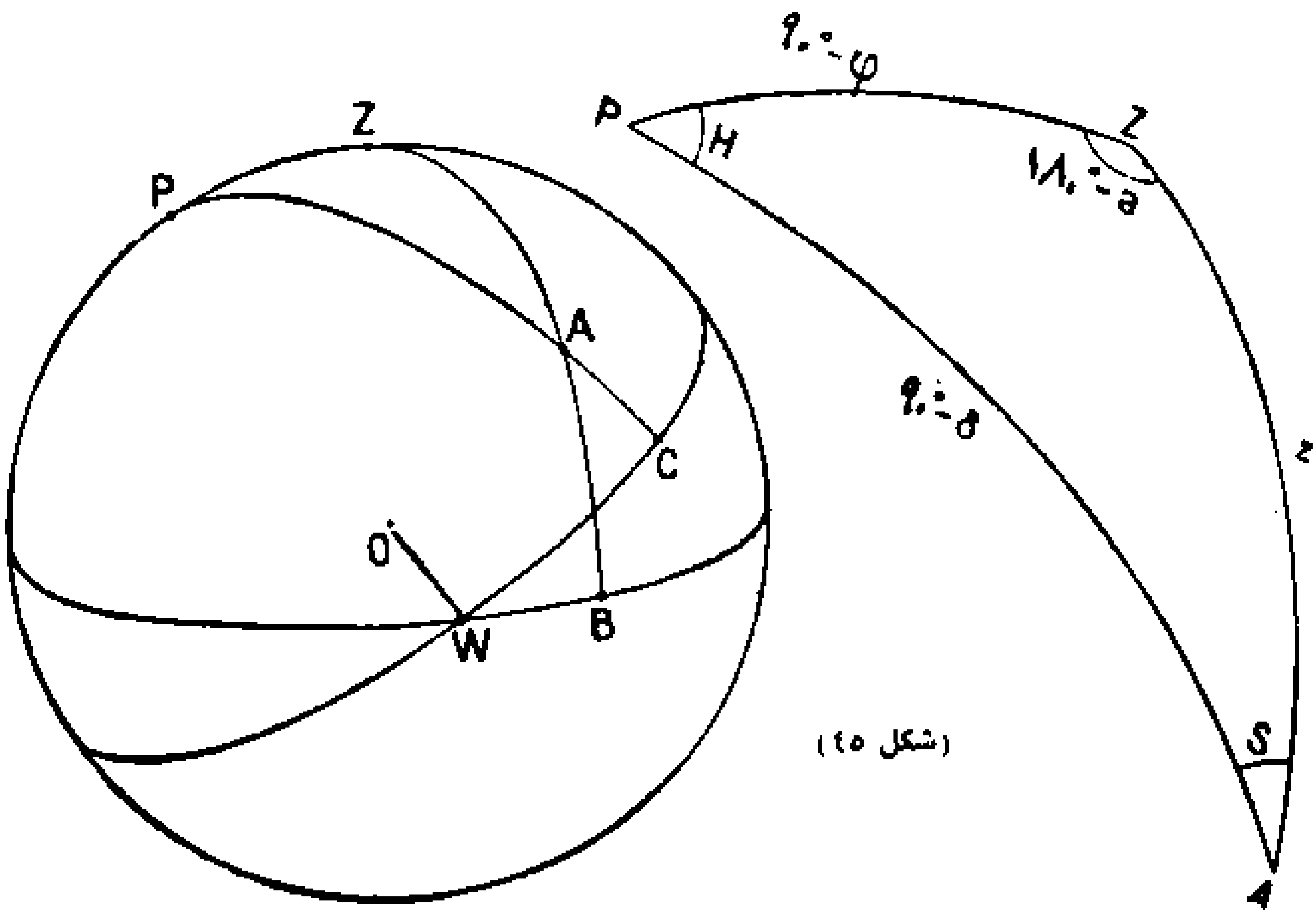
فرض کنیم A نقطه‌ای از آسمان باشد و مختصات افقی آن بترتیب a و h و مختصات ساعتی آن H و δ باشد دستگاه مختصات افقی‌بوسیله‌ٔ یك دوران حول OW باندازه‌ٔ $90°-\varphi$ بر دستگاه مختصات ساعتی منطبق می‌شود و برای‌گذشتن از یك دستگاه بدستگاه دیگر یعنی بدست آوردن مختصات ساعتی نقطه‌ٔ A در صورتیکه‌مختصات افقی آن در دست باشد و بالعکس کافی است که مثلث کروی PZA را حل کنیم، این‌مثلث بمثلث‌وضعیت نقطه A موسوم‌است (ش۴۵) و عناصر آن چنین‌است :

$$\text{سه ضلع}\begin{cases}\widehat{PZ}=90°-\varphi\\ \widehat{PA}=90°-\delta\\ \widehat{ZA}=z\end{cases}\qquad\qquad \text{سه زاویه}\begin{cases}Z=180°-a\\ P=H\\ A=S\end{cases}$$

زاویه A به زاویه ستاره و یا زاویه اختلاف منظر موسوم‌است و این زاویه در محاسبات نجومی فقط بعنوان معین وارد میشود و آنرابحرف S نمایش میدهند، مختصات ساعتی‌ستاره برحسب مختصات افقی‌آن از روابط زیر که همان گروه گس می‌باشد بدست می‌آید .

$$(1)\begin{cases}\sin\delta = \sin\varphi\ \cos z - \cos\varphi\ \sin z\ \cos a\\ \cos\delta\ \sin H = \sin z\ \sin a\\ \cos\delta\ \cos H = \cos\varphi\ \cos z + \sin\varphi\ \sin z\ \cos a\end{cases}$$

و بالعکس مختصات ساعتی مطابق فرمولهای زیر نسبت بمختصات افقی بدست میآید (این روابط نیز از روی دستگاه گس نوشته میشود) :



(شکل ۲۵)

$$(2)\begin{cases}\cos z = \sin\varphi\ \sin\delta + \cos\varphi\ \cos\delta\ \cos H\\ \sin z\ \sin a = \cos\delta\ \sin H\\ \sin z\ \cos a = -\cos\varphi\ \sin\delta + \sin\varphi\ \cos\delta\ \cos H\end{cases}$$

طریقه‌های حساب عددی و تعیین مجهولات همانست که در مورد حالت سوم حل مثلث در عمل اول بیان شده‌است و همچنین میتوان ازنسبتهای نپر نیز بـرای حل مسئله استفاده نمود . بصورت زیر :

الف ــ نسبتهای نپر برای تعیین مختصات افقی از روی مختصات ساعتی :

$$
(3)\quad
\begin{cases}
\operatorname{cotg}\dfrac{a+S}{2}=\operatorname{cotg}\dfrac{H}{2}\cdot\dfrac{\sin\dfrac{\varphi-\delta}{2}}{\cos\dfrac{\varphi+\delta}{2}}\\[3ex]
\operatorname{cotg}\dfrac{a-S}{2}=\operatorname{cotg}\dfrac{H}{2}\cdot\dfrac{\cos\dfrac{\varphi-\delta}{2}}{\sin\dfrac{\varphi+\delta}{2}}\\[3ex]
\operatorname{tg}\dfrac{z}{2}=\operatorname{cotg}\dfrac{\varphi+\delta}{2}\cdot\dfrac{\sin\dfrac{a-S}{2}}{\sin\dfrac{a+S}{2}}=\operatorname{tg}\dfrac{\varphi-\delta}{2}\cdot\dfrac{\cos\dfrac{a-S}{2}}{\cos\dfrac{a+S}{2}}
\end{cases}
$$

ب ــ قرار میدهیم : $p=90^\circ-\delta$ ، $\lambda=90^\circ-\varphi$

بدین ترتیب نسبتهای نپر برای تعیین مختصات ساعتی از روی مختصات افقی بصورت زیر حاصل میشود :

$$
(4)\quad
\begin{cases}
\operatorname{tg}\dfrac{H-S}{2}=\operatorname{tg}\dfrac{a}{2}\cdot\dfrac{\sin\dfrac{z-\lambda}{2}}{\sin\dfrac{z+\lambda}{2}}\\[3ex]
\operatorname{tg}\dfrac{H+S}{2}=\operatorname{tg}\dfrac{a}{2}\cdot\dfrac{\cos\dfrac{z-\lambda}{2}}{\cos\dfrac{z+\lambda}{2}}\\[3ex]
\operatorname{tg}\dfrac{p}{2}=\operatorname{tg}\dfrac{z-\lambda}{2}\cdot\dfrac{\sin\dfrac{H+S}{2}}{\sin\dfrac{H-S}{2}}=\operatorname{tg}\dfrac{z+\lambda}{2}\cdot\dfrac{\cos\dfrac{H+S}{2}}{\cos\dfrac{H-S}{2}}
\end{cases}
$$

فرمولهای (۱)تا(۴) دربارهٔ یك مثلث ساده نوشته شده‌است ولی هنگامیکه a بیش از ۱۸۰ شود چون مقدار زاویه Z منفی میگردد وزاویه‌یك مثلث منفی نیست پس بنظر میرسد که در اینحالت نباید از این فرمولها استفاده نمود امااگر در نظر بگیریم که در اینحالت H بیش از ۱۲ ساعت‌است میتوان از این فرمولها بدون‌هیچگونه تغییری استفاده نمود بشرط آنکه

وقتی a بیش‌از °۱۸۰ میباشد در جواب حاصل‌برای H مقادیر بیش‌از ۱۲ ساعت را در نظر بگیریم و بالعکس هنگامیکه H بیش‌از ۱۲ساعت‌است برای a مقادیر بیش‌از °۱۸۰ را اختیار کنیم .

روابط زیر نیز که شامل زاویه ستاره‌است گاهی مورد استفاده واقع میشوند .

$$(۵)\begin{cases} \cos S = \cos a \cos H + \sin a \sin H \sin\varphi \\ \sin z \cos S = \sin\varphi \cos\delta - \cos\varphi \sin\delta \cos H \\ \sin z \sin S = \cos\varphi \sin H \\ \cos\delta \cos S = \sin\varphi \sin z + \cos\varphi \cos z \cos a \\ \cos\delta \sin\delta = \cos\varphi \sin a \end{cases}$$

هنگامیکه H بیش‌از ۱۲ ساعت باشد فرمولهای فوق برای S مقداری بیش‌از °۱۸۰ بدست می‌دهند که مربوط بزاویه خارجی مثلث وضعیت در نقطه A است ولی بهتراست که باز هم S را زاویهٔ داخلی مثلث در نظر بگیریم ولی فقط مقدار آنرا منفی اختیار کنیم تا در روابط فوق صدق نماید . —

بررسی تغییرات مختصات یك ستاره : تغییرات مختصات ساعتی یك ستاره بسیار ساده‌است و اگر T زمان نجومی باشد، داریم:

$$\begin{cases} dH = dT \\ d\delta = 0 \end{cases}$$

این روابط هنگامی صحیح‌است که ازتغییرمکان‌قطب و همچنین از تغییر مکان نقطه γ روی استوای سماوی صرفنظر شده باشد یعنی درحقیقت در اینحالت حرکت یومی عبارتست از دوران یکنواخت کره ثوابت روی کره محلی‌حول محور عالم که ثابت فرض شده‌است .

اگر از روابط (۲) با درنظرگرفتن مفروضات فوق دیفرانسیل بگیریم روابطزیر حاصل می‌شوند که از روی آنها می‌توان تغییرات‌سمت و زاویه سمت‌الرأس را نسبت بزمان نجومی بدست آورد. در روابط حاصل بجای dH مقدار dT را قرار میدهیم، خواهیم‌داشت

$$(۶)\begin{cases} \sin z\, dz = \cos\varphi \cos\delta \sin H dT \\ \sin z \cos a\, da + \cos z \sin a dz = \cos\delta \cos H dT \\ -\sin z \sin a da + \cos z \cos a dz = -\sin\varphi \cos\delta \sin H dT \end{cases}$$

رابطهٔ اولی بصورتهای زیر نوشته میشود :

$$\frac{dz}{dT} = \cos\varphi \sin a = \cos\delta \sin S$$

φ در یك مکان ثابت‌است و در نیمکرهٔ شمالی‌زمین مثبت میباشد پس در رابطهٔ فوق علامت $\frac{dz}{dT}$ بستگی بعلامت $\sin a$ دارد. پس اگر a بین صفر و °۱۸۰ باشد فاصلهٔ سمت‌الرأسی صعودی‌است و اگر بین °۱۸۰ تا °۳۶۰ باشد فاصلهٔ سمت‌الرأسی نزولی‌است .

مثلا در ستارگانی که در موقع اوج سمتشان صفراست هنگامی که سمت ستاره از صفر تا °۱۸۰ درجه تغییر میکند یعنی‌ستاره‌از اوج بحضیض میرود فاصلهٔ سمت‌الرأسش صعودی‌است و ازآن ببعد نزولی خواهد بود،پس فاصلهٔ سمت‌الرأس این ستارگان در اوج می‌نیمم و درحضیض ماکزیمم‌است، و ستارگانی که در موقع اوج سمتشان °۱۸۰ میباشد پس از عبور ستاره از اوج کمتر از °۱۸۰ شده و پس‌از رسیدن بیك مقدار می‌نیمم سمتش روبافزایش نهاده تا موقع حضیض مجددا سمتش °۱۸۰ میشود، پس هنگامیکه ستاره از اوج به حضیض‌میرود فاصله سمت‌الرأسش صعودی‌است‌وپس‌از عبور ستاره از حضیض سمتش از °۱۸۰ بیشتر شده و بیکمقدار ماکزیمم میرسد وازآن‌پس سمتش رو بنقصان گذاشته تا در اوج سمت آن مجدداً °۱۸۰ میشود پس موقعیکه ستاره ازحضیض باوج میرود فاصلهٔ سمت‌الرأسش نزولی‌است پس بطور کلی فاصلهٔ سمت‌الرأسی‌در اوج می‌نیمم و در حضیض ماکزیمم است .

اگر بین دو رابطهٔ اخیر دستگاه(۶) $\frac{dz}{dT}$ را حذف کنیم $\frac{da}{dT}$ بصورت زیر بدست می‌آید :

$$\sin z \frac{da}{dT} = \cos\delta\ (\cos a \cos H + \sin a \sin\varphi \sin H)$$

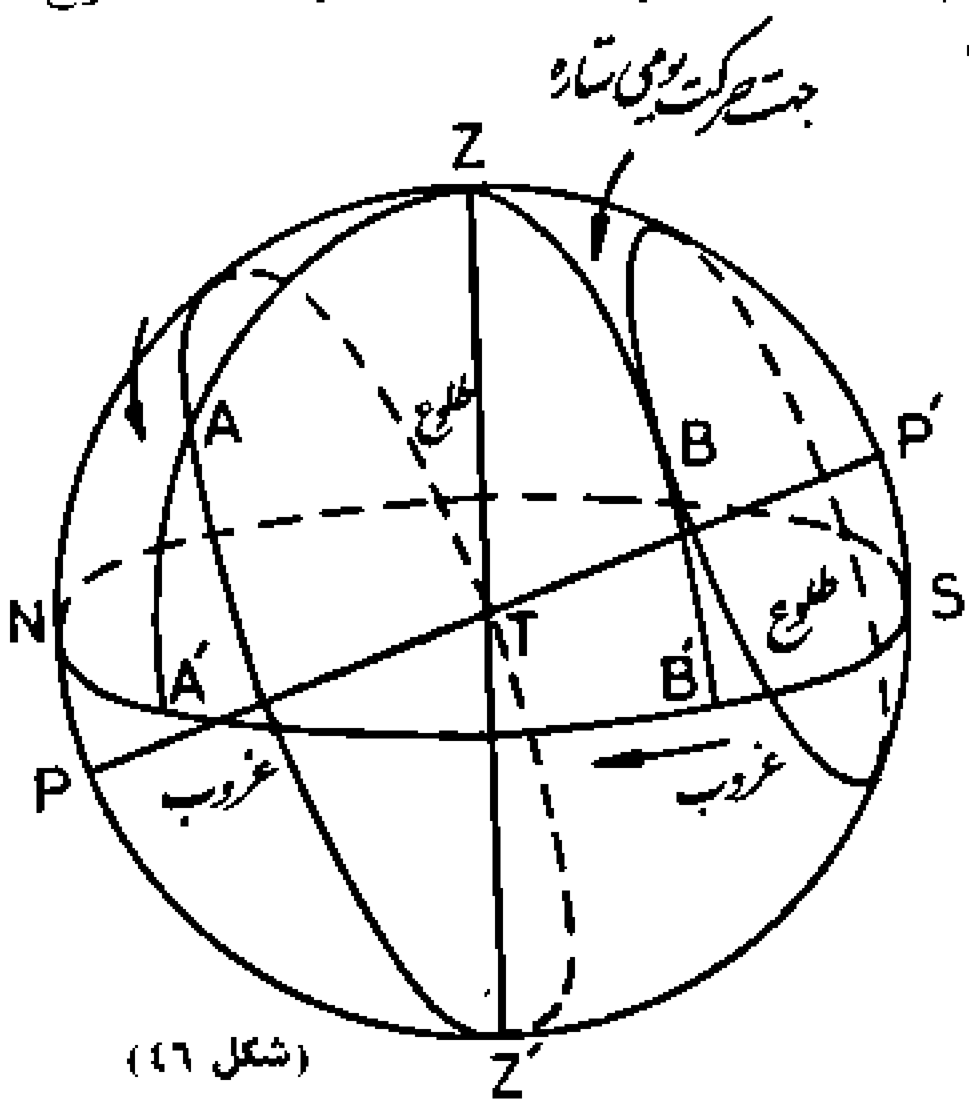
مقدار داخل پرانتز همان $\cos S$است پس میتوان نوشت :

$$\frac{da}{dT} = \frac{\cos\delta \cos S}{\sin z}$$

اگر بجای $\cos\delta\cos S$ مقدارش را که از روابط (۵) بدست میآید قرار دهیم خواهیم داشت:

$$\frac{da}{dT} = \frac{\cos\delta\cos S}{\sin z} = \sin\varphi + \cos\varphi \cot g z \cos a$$

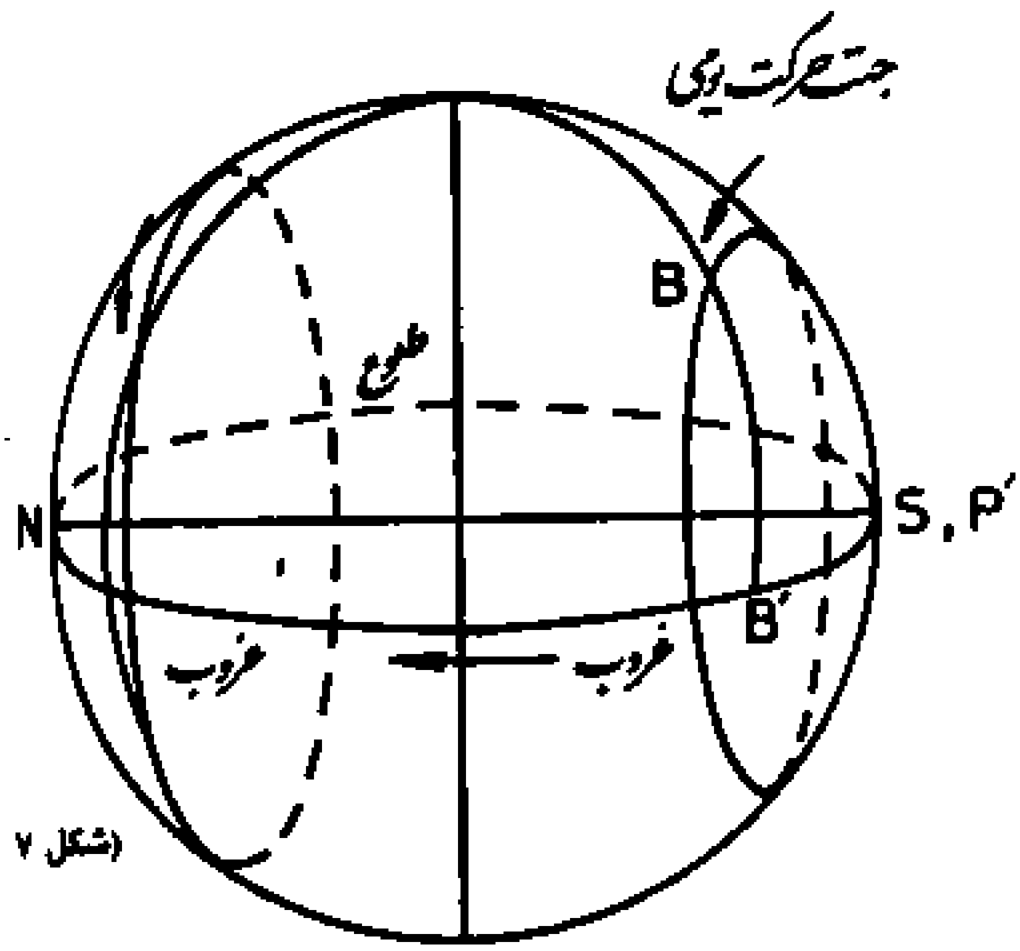
هرگاه ستاره در افق مکان باشد($\cot gz = 0$)مشتق زاویه سمت نسبت بـزمان نجومی برابراست با $\sin\varphi$ پس در نیمکره شمالی که φ مثبت‌است زاویه سمت ستارگان هنگام طلوع وغروب صعودی‌است و بـالعکس در نیمکرهٔ جنوبی سمت ستارگان هنگام طلوع و غـروب نزولی میباشد چه درحقیقت هرگاه ناظری در نیمکرهٔ جنوبی بمسیرحرکت ستارگان نگاه کند یعنی پشت بطرف قطب‌مرئی‌آنجا (قطب‌جنوب) باشد خواهد دید که ستاره از سمت راست او بطرف چپ او حرکت میکند پس درهنگام‌طلوع وغروب که ستاره از صفحه افق میگذرد جهت حرکتش عکس جهت مثبت سمت‌است پس سمت ستاره‌درآنموقع نزولی‌است. درشکل (۴۶) وضع



(شکل ۴۶)

کرهٔ سماوی در یکنقطه از نیمکرهٔ جنوبی‌زمین نشان داده شده‌است و ملاحظه میکنیم که ستـاره A در تمام مدت گردش سمتش نزولی‌است بخصوص در نقطهٔ طلوع و غروب، ولی ستـاره B ضمن حـرکت یومی گاهی سمتش‌صعود میکند و گاهی نزول میکنـد ماکزیمم سمت ستـاره B مقدار $\widehat{SB'}$ میباشـد ولی در موقــع‌طلوع و غــروب سمتش نزولی‌است .

در روی خط استوا سمت همه ستارگان هنگام طلوع و غروب ماکزیمم یا می‌نیمم‌است ($\sin\varphi = 0$)شکل (۴۷)وضع کره سماوی رادر یکنقطه از خط استوای زمین نشان میدهد. ستاره A هنگامیکه به نقطه غـروب نـزدیك می‌شود سمتش رو بنقصـان گذاشته و در نقطه غروب سمت آن می‌نیمم‌است و ازآن‌ببعد سمتش‌زیاد می‌شود تا موقع طلوع و در موقع طلوع سمتش ماکزیمم خواهدبود . ستاره B بالعکس در موقع غـروب سمتش مـاکزیمم‌است و در طلوع سمتش می‌نیمم می‌باشد (باید متوجه بود که در اینجا مقصود ماکزیمم و می‌نیمم مطلق نیست و اگر دقت شود ملاحظه می‌کنیم که درستارهٔ B مقدار می‌نیمم سمت از مقدار ماکزیمم سمت بیشتراست ولی برای نقاط مجاور طلوع‌یعنی قبل‌از طلوع و یا بعداز آن، سمت ستاره بیشتر از مقدار سمت در موقع طلوع‌است، پس‌سمت در موقع طلوع می‌نیمم‌است هرچند کـه این مقدار می‌نیمم از مقدار مـاکزیمم بیشترباشد) در نیمکرهٔ شمالی زمین همانطور کـه ذکر شد در موقع طلوع و غروب ستاره $\frac{da}{dT}$ مثبت بوده و سمت ستاره صعودی‌است. حـال -



(شکل ۷

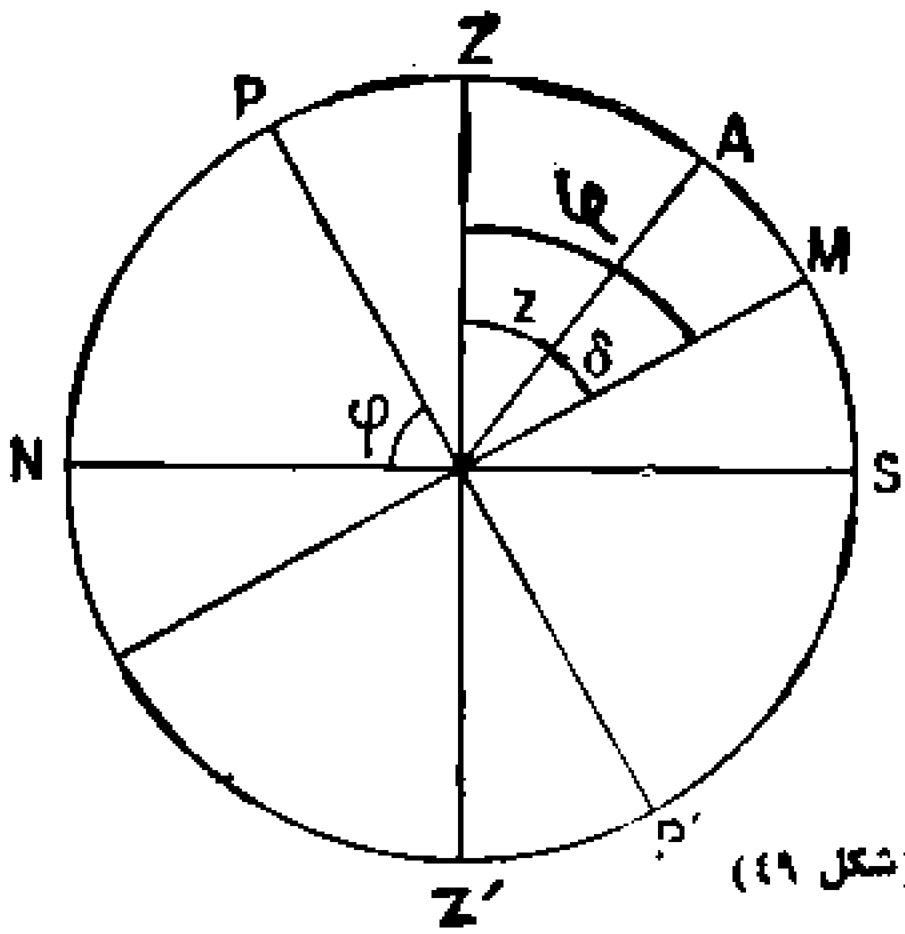
رابطهٔ $\frac{da}{dT}=\frac{\cos\delta\cos S}{\sin z}$ را در نظر میگیریم چون تغییرات z از صفر تا ۱۸۰° است پس sinz همواره مثبت‌است و δ برای ستارگان مختلف از ۹۰°- تا ۹۰°+ تغییر می کند پس $\cos\delta$ نیز همواره مثبت‌است، بنا براین علامت $\frac{da}{dT}$ همواره موافق علامت cosS میباشد پس هنگامی $\frac{da}{dT}$ میتواند تغییر علامت دهد که cosS صفر شده و تغییر علامت بدهد و در این موقع از رابطهٔ دوم دستگاه (۵) نتیجه می‌شود که

$$\cos H=tg\varphi\cot g\delta$$

و چون $|\cos H|<1$ است باید داشته باشیم $tg\varphi<|tg\delta|$ یعنی‌باید $|\delta|>\varphi$ باشد. بنا براین برای ستارگانی که میلشان مثبت‌است درصورتی حالت فوق پیش میآید که میل ستاره بیشتر از عرض مکان‌باشد یعنی نقطهٔ اوج ستاره مابین سمت‌الرأس وقطب شمال قرار گرفته باشد در اینحالت وقتی که $\frac{da}{dT}$ صفر می‌شود $\cos S=0$ یعنی مثلث وضعیت در رأس S قائم‌الزاویه می‌شود وسمت ستاره‌ماکزیمم‌ویا می‌نیمم‌است و در اینحال گویند که ستاره در بزرگترین وضع انحراف خود میباشد وبعداً نیز در اینمورد مطالعه خواهیم کرد و اگر $\delta<\varphi$ باشد یعنی اوج ستاره مابین سمت‌الرأس و افق باشد سمت ستاره همواره صعودی است .

اگر میل ستاره منفی باشد برای آنکه $\frac{da}{dT}$ صفر شود باید $|\delta|>\varphi$ باشد و یا $\delta<-\varphi$ و چنین ستاره‌ای در مکان مفروض هرگز دیده‌نمیشود .

در شکل (٤٨) ستارهٔ $A(\delta>\varphi)$ ضمن‌حرکت یومی جهت تغییرات سمتش عوض می‌شود و دارای ماکزیمم و می‌نیمم‌است، می‌نیمم‌سمت آن $\widehat{SA'}$ و ماکزیمم سمتش $\widehat{SA''}$ میباشد ستارهٔ $B'(\delta<\varphi)$ همواره تغییرات سمتش‌صعودی‌است و ستارهٔ $C(\delta<-\varphi)$ جهت تغییرات



(شکل ۴۹)

ـمتش عوض‌می‌شود و دارای ماکزیمم ومی‌نیمم است ولی همیشه نامرئی‌است زیرا همواره زیـر افق قرار گرفته‌است .

۳۶ـ عبور ستاره از نصف‌النهار ـ

هنگام‌عبور ستاره ازنصف‌النهارمکان در اوج‌ویا حضیض بترتیب $H=۰$ و $H=۱۲^h$ میباشد و از روابط شماره (۲) شماره ۳۵ خواهیم‌داشت :

هنگام‌عبورازاوج
$$\begin{cases} H=۰ & a=۰ & z=\varphi-\delta \\ H=۰ & a=۱۸۰^\circ & z=\delta-\varphi \end{cases}$$

هنگام‌عبورازحضیض
$$\begin{cases} H=۱۲^h & a=۱۸۰^\circ & z=۱۸۰^\circ-(\varphi+\delta) \\ H=۱۲ & a=۰ & z=\varphi+\delta+۱۸۰^\circ \end{cases}$$

روابط فوق برای ناظـری‌است که در نیمکرهٔ شمالی باشد و آخرین رابطه مربوط بستاره‌ایست که حضیض آن بین سمت‌القدم و قطب جنوب‌باشد. بنا براین حضیض آن نامرئی‌است. پس این فرمول هرگز مورد استعمال نـدارد .

فرمولهای فوق را می‌توان مستقیماً بدست‌آورد. بـا درنظرگرفتن آنکـه زاویهٔ مابین استوای سماوی و قائم مکان برابر با φ یعنی‌عرض مکان‌است از روی شکل ۴۹ که صفحهٔ نصف‌النهار را نشان میدهد روابط مذکور بـه‌سهولت بدست میآید :

برای اجتناب از نوشتن دو فرمول مختلف بـرای z در عبور بـر اوج بنا بقرارداد فاصلهٔ سمت‌الرأسی را روی نیمدایرهٔ ZNZ' منفی حساب میکنند و بدین ترتیب می‌تـوان نوشت :

$$\begin{cases} H=۰ & z_s=\varphi-\delta \\ H=۱۲^h & z_i=\varphi+\delta-۱۸۰^\circ \end{cases}$$

در روابط فوق z_s ، z_i بتـرتیب فاصلهٔ سمت‌الرأسی اوج و فاصله سمت‌الرأسی حضیض میبـاشد . هرگاه z_s و z_i فواصل‌سمت‌الـرأسی اوج و حضیض یك ستـاره دور

قطبی باشد (ستاره‌ای که همواره مرئی است وطلوع و غروب ندارد و یا بعبارت‌دیگر حضیض آن بالای افق‌است).

از روابط فوق می‌تـوان عرض مکان ومیل ستاره را بدست آورد :

$$\varphi = ۹۰^\circ + \frac{z_S + z_i}{۲}$$

$$\delta = ۹۰^\circ - \frac{z_S - z_i}{۲}$$

این‌دوفرمول بادرنظرگرفتن قرارداد علامت برای فاصله سمت‌الرأسی نوشته شده‌است .

هرگاه عرض مکانی معلوم باشد زاویه میل هرستاره را می‌توان تنها از روی فاصله سمت‌الـرأسی اوج ستاره توسط فرمول زیـربدست آورد :

$$\delta = \varphi - z_S$$

و بالعکس اگـر میل ستـاره‌ای معلوم باشد عرض مکان را می‌توان با تعیین فـاصله سمت‌الرأسی این ستاره از رابطـه‌ٔ فوق تعیین‌نمود. اکنون مقدار تابع z را در نـزدیکی نصف‌النهار یعنی هنگامی‌که زاویه ساعتی ستاره‌**مقدار** کوچك ΔH میباشد بدست‌میآوریم. اگر T_0 زمان نجومی مکان درلحظهٔ عبور ستاره از اوج بوده‌باشد و T زمان نجومی لحـظهٔ رصد ستاره باشد و فواصل سمت‌الرأسی ستاره‌را در اوج و نزديك اوج به z_0 و z نشان دهیم، بموجب سری تیلور داریم:

$$z = z_0 + \left(\frac{dz}{dT}\right)_0 (T - T_0) + \frac{۱}{۲!}\left(\frac{d^۲z}{dT^۲}\right)_0 (T - T_0)^۲ + \ldots$$

$$\frac{dz}{dT} = \cos\varphi \sin a \quad , \quad \frac{da}{dT} = \frac{\cos\delta \cos S}{\sin z}$$

$$\frac{d^۲z}{dT^۲} = \cos\varphi \cos a \frac{da}{dT} = \frac{\cos\varphi \cos a \cos\delta \cos S}{\sin z}$$

T_0 عبارتست از زمان نجومی هنگامی‌که ستاره در اوج باشد و بموجب آنچه گفته‌شد بـرابر بـا α بعد ستاره‌میباشد و z_0 فاصلـهٔ‌سمت‌الرأسی اوج ستاره‌است که آنرا قبلا به z_S نمایش داده‌ایم و ممکن‌است بموجب قـرارداد‌ذکر شده مثبت و یا منفی باشد و هنگامی‌مثبت است که $a = ۰^\circ$ باشد و وقتی منفی‌است که $a = ۱۸۰^\circ$ باشد و بترتیب در این دوحالت $S = ۰^\circ$ و $S = ۱۸۰^\circ$ میباشد. پس داریم :

$$z_0 = z_S = \varphi - \delta \qquad \left(\frac{dz}{dT}\right)_0 = ۰ \qquad \left(\frac{d^۲z}{dT^۲}\right)_0 = \frac{\cos\varphi \cos\delta}{\sin(\varphi - \delta)}$$

پس بسط تابع z تا سه جمله بسط بصورت زیر در میآیـد (چون $T-T_0$ کوچك است از توانهای درجه سوم ببالا صرفنظر میشود):

$$z=\varphi-\delta+\frac{\cos\varphi\cos\delta}{2\sin(\varphi-\delta)}(T-\alpha)^2$$

هنگامی که بوسیلهٔ سکستان دریانوردی ویا تئودولیت فاصلهٔ سمت‌الرأسی نصف‌النهاری یك‌ستاره‌را اندازه‌میگیرند نمیتوان دقیقاً درلحظهٔ عبورستاره ازنصف‌النهار آنرا رصدنمود یعنی بهرحال موقع رؤیت ستاره زاویهٔ ساعتی آن‌صفر نیست بلکه مقدار بسیار کوچکی‌است و در اینحال سعی میکنند که در لحظهٔ رصد ستاره‌ساعت نجومی محل را دقیقاً یادداشت نمایند و α بعد ستارهٔ مورد رصداست که از روی کاتالگهـا استخراج می‌شود و بـدینوسیله زاویه ساعتی ستاره هنگام رصد بدست میآید $\Delta T=T-\alpha$ که مقدار آن کوچك‌است و از روی فرمول‌فوق عرض جغرافیائی مکان را می‌توان بدست‌آورد .

در جملهٔ دوم رابطهٔ فوق $\cos\varphi$ وجوددارد و $\varphi=\delta+z_s$ که z_s مجهول‌است ولی‌چون $(T-\alpha)^2$ خیلی کوچك‌است اگر ضـریب آن‌بمقدار خیلی کم تغییر داده‌شود درنتیجه‌حاصل تغییری پیدا نمیشود پس‌بجای z_s مقدار z که نزدیك به z_s است و بوسیلهٔ رصد تعیین شده‌است قرار می‌دهیم یعنی‌بجای $\cos\varphi$ میتوان $\cos(\delta+z)$ را قرار داد. در مخرج نیز بجای $\sin(\varphi-\delta)=\sin z_s$ مقدار $\sin z$ را قرار میدهیـم و بدین‌طریق خواهیم‌داشت :

$$\varphi=\delta+z-\frac{\cos(\delta+z)\cos\delta}{2\sin z}\Delta H^2$$

مقدار $z+\delta$ را مقدار تصحیح نشدهٔ φ گویند یعنی درحقیقت اگر ستاره در لحظهٔ رصد دقیقاً در صفحهٔ نصف‌النـهار واقع بودحاصل‌جمع فاصله سمت‌الرأسی ستاره و میل آن برابر عرض جغـرافیائی میگردید ولی چون‌چنین‌نیست $z+\delta$ مقدار تقریبی آنست کـه باید تصحیح شود و جملهٔ دوم را جمله مصحح نـامند .

مثال ـ فاصلهٔ سمت‌الرأسی ستاره‌ای هنگام رصد نصف‌النهاری عبارتست $z=40^\circ, 54'/6$ و زمان نجومی لحظهٔ رصد عبارتست از $T=5^h, 35^m, 22^s/7$ و مختـصات استوائی‌ستاره عبارتست از $\alpha=5^h, 31^m, 51^s/1$ و $\delta=7^\circ, 41'/0$ مطلوبست عرض جغرافیائی مکان

حل : مقدار تصحیح نشده φ عبارتست از :

$$z+\delta=48^\circ, 35', 36''$$

$$\Delta H=4^m, 31^s/6=1^\circ, 7', 54''=4074''=0/01975$$ رادیان

و جملهٔ مصحح برحسب ثانیه عبارتست

$$x=\frac{\cos(z+\delta)\cos\delta}{\sin z}\times\frac{۴۰۷۴}{۲}\times ۰/۰۱۹۷۵$$

$$\log\cos(z+\delta)=\bar{۱}/۸۲۰۴۷ \qquad x=۴۰''/۳$$

$$\log\cos\delta=\bar{۱}/۹۹۶۰۸ \qquad \varphi=۴۸^{\circ},۳۴'/۹$$

$$\mathrm{colog}\sin z=۰/۱۸۳۸۴$$

$$\log ۲۰۳۷=۳/۳۰۸۹۹$$

$$\log ۰/۰۱۹۷۵=\bar{۲}/۲۹۵۵۷$$

$$\log x=۱/۶۰۴۹۵$$

جواب این مسئله را می‌توانستیم از روی حل مثلث وضعیت نیز بدست بیاوریم وعملیات آن خیلی طولانی‌تر می‌شد .

۴۷ـ رصدهای سمت‌الرأسی ـ برای تعیین زمان نجومی در یك مكان و تعیین تغییرات عرض جغرافیائی مكان می‌توان از دوربین‌های‌قائم استفاده نمود كه با آنها ستاره را درامتداد سمت‌الرأس رصد میكنند . این دوربین‌ها اخیراً‌خیلی متداول شده‌اند اگـر ستاره درست در سمت‌الرأس باشد میل آن برابراست با φ یعنی‌عرض مكان، پس اگر ستاره در نزدیكی سمت الرأس باشد تفاضل $\varphi-\delta$ كه آنرا به y_0 نشان‌می‌دهیم كوچك‌است و با استفاده از مختصات دیفرانسیل وقتی كه δ معلوم باشد می‌توان φ را بدست آورد. حال سمت‌الرأس Z را مبـدأ مختصات دیفرانسیل گرفته و محور y ها رامماس بر نصف‌النهار مكان و ممتد بجهت شمال و محـــور x ها را عمود بر نصف‌النهار وممتددر جهت حركت یومی اختـیار میكنیم و از فرمولهـــای (٤ مكرر) شماره ۱۳ جواب مسئله‌را تعیین می‌نمائیم . در اینجا داریم :

$$\theta=\varphi,\quad \Delta\psi=\Delta H\ ,\quad \Delta\theta=y_0$$

و خواهیم داشت :

$$\begin{cases} x=\cos\varphi\,\mathrm{tg}\,\Delta H(۱-\mathrm{tg}\varphi\sin y)(۱-\sin^{۲}\varphi\,\mathrm{tg}\,\Delta H\,\mathrm{tg}\frac{\Delta H}{۲}+\dots.) \\ y=(\sin y_0+\sin\varphi\cos\varphi\,\mathrm{tg}\,\Delta H\,\mathrm{tg}\frac{\Delta H}{۲})(۱-\sin^{۲}\varphi\,\mathrm{tg}\,\Delta H\,\mathrm{tg}\frac{\Delta H}{۲}+\dots.) \end{cases}$$

و پس‌از بسط روابط فوق و حذف جملات بی‌نهایت كوچك درجهٔ سوم بببالا حاصل میشود :

$$\begin{cases} y = y_{\circ} + \dfrac{\Delta H^{2}}{4}\sin 2\varphi \\ x = \Delta H(\cos\varphi - \sin y_{\circ}\sin\varphi) = \Delta H(\cos\varphi\cos y_{\circ} - \sin y_{\circ}\sin\varphi) \\ = \Delta H\cos\delta \end{cases}$$

بطوریکه ملاحظه می‌شود حرکت ستاره در امتداد محور ox وقتی‌که از بینهایت کوچك‌های مرتبهٔ سوم ببالا صرفنظر شود بطوریکنواخت می‌باشد یعنی با سرعت ثابت انجام می‌گیرد که این سرعت متناسب‌است با کسینوس‌زاویهٔ میل ستاره ولی انحـناء منحنی مسیر تصویر ستاره در دوربیـن در مناطق معتـدله‌محسوس‌است حتی اگر ΔH هم خیلی کوچك باشد مثلا اگر ΔH را برابر با یکدقیقه ساعت‌بگیریم یعنی

$$\Delta H = 1^{m} = 900'' = 0/0043۶$$

باشد و اگر فرض‌کنیم که $\sin 2\varphi$ نزدیك‌بواحد باشد (مثلا در پاریس $\sin 2\varphi = 0/991$ است) در اینحال $y - y_{\circ}$ بر حسب ثانیه درجه درحدود $0''/94$ میگردد و اگر $\Delta H = 2^{m}$ باشد حاصل می‌شود $y - y_{\circ} = 3''/8$. بـرای‌تعیین تغییرات φ و تصحیح ساعت نجومی در یك مکان ستاره‌ای را که بعد و میلش معلوم‌است بوسیلهٔ دوربین قائم در هنگامی‌که ایـن ستاره در میدان دید دوربین قرار گرفت رصدمی‌کنند و در لحظهٔ رصد ساعت نجومی رصد خانه را یادداشت میکنند و بوسیلهٔ درجـات تارهای متعامد ورتیکـول دستگاه x و y را میخوانند (واضح‌است که‌رتیکول دستگاه راچنان تنظیم میکنند که یکی از تارهای وسطی در امتداد نصف‌النهار مکان باشد) . از معادلـه‌اول ΔH بدست میآید وچون ΔH^{2} خیـلی کوچك‌است. میتوان در معادله دوم در جملـه $\sin 2\varphi$ مقدار φ را مقدار قبلی φ کـه معلوم‌است قرار داد و بدین ترتیب از معادلـهٔدوم $y_{\circ}$ بدست میآید و از رابطه $y_{\circ} = \delta - \varphi$ مقدار جدید φ بدست میآید و از مقایسهٔ آن با مقدار قبلی φ تغییرات φ حاصل میشود و از رابطه $\Delta H = T - \alpha$ زمان نجومی لحظهٔ رصد ستاره تعیین میشود و اگر τ زمان ثبت شده از روی ساعت نجومی باشد $T - \tau$ تصحیح ساعت‌است .

برای آنکه نتایج حاصله دقیق باشد و خطاهای اندازه‌گیری حتی‌الامکان ازبین بروند در یك جلسه n ستاره را رصد میکنند و در نتیجـه‌برای دو مجهـول ΔH و φ تعداد n دستگاه معادلات دو مجهولی بدست میآید و با حل این‌معادلات با روش حد اقل مربعات جواب‌نسبتـاً دقیقتـری را بدست میآورند، هنگامیکه رصدبوسیلهٔ دوربین‌های قائم عکاسی انجام می‌شود فیلم عکاسی در دستگاه با حرکت متشابهی بموازات محور x ها حرکت میکند و سرعت حرکت آنرا برابر با سرعت حرکت یك ستارهٔ کاملا سمت‌الرأسی میگیرند یعنی حرکت ستاره‌ای‌که

میل آن برابر با φ عرض جغرافیائی مکان باشد ودهانه دوربین را درست درلحظه‌ای که ستارهٔ موردنظر از نصف‌النهار مکان میگذرد بازکرده‌وهنگامیکه زاویه ساعتی ستاره ΔH باشد آنرا می‌بندند، در اینمدت تصویر ستاره روی فیلم‌دوربین حرکت کرده و تغییراتش در امتداد محورها عبارتست از :

$$\Delta x = -\Delta H y_{\circ} \sin\varphi$$

$$\Delta y = \frac{1}{4}\Delta H^{2} \sin 2\varphi$$

زیرا تغییرمکان ستاره در امتدادمحورx ها برابراست بـا $x_1 = \Delta H(\cos\varphi - y_{\circ}\sin\varphi)$ وتغییر مکان فیلم برابراست با $x_2 = \Delta H\cos\varphi$ وتغییر مکان تصویر ستاره روی فیلم متحرك $\Delta x = x_1 - x_2$. وچون وقتیکه دهانه‌دوربین باز می‌شود $\Delta H = 0$ است پس y ستاره در این لحظه برابر با $y_1 = y_{\circ}$ میباشد و درموقع بستن دهانهٔ دوربین

$$y_2 = y_{\circ} + \frac{1}{4}\Delta H^{2}\sin^{2}$$

میباشد. پس تغییر مکان تصویر ستاره‌دراینمدت در امتداد محور y ها برابراست با $\Delta y = y_2 - y_1$

اگر $\Delta H = 1^{m}$ و $y_{\circ} = 10' = 600''$ و $\sin\varphi = 0/75$ باشد خواهیم‌داشت $\Delta x = -2''/0$

هرگاه در هربارعکس‌برداری فقط ازیك‌ستاره عکس برداشته شود می‌توان فیلم را با سرعتی متناسب با $\cos\delta$ طوری در امتداد محور ox حرکت داد که $\Delta x = 0$ شود و در این حال با تعیین اندازه Δy و استفاده از فرمول‌دوم رابطهٔ فوق $\sin 2\varphi$ و از روی آن φ را بدست می‌آورند .

باید دانست که اگر دستگاه دوربین قائم‌را درنقطه‌ای از زمین بعرض جغرافیائی صفر قرار دهیم یعنی روی خط استوای زمین‌باشیم Δx و Δy هردو صفر خواهندبود .

۳۸ــ طلوع و غروب ستارگان ــ اگر از انکسار جوی صرفنظر شود مثلث وضعیت یك ستاره در هنگام طلوع و غروب یك‌مثلث قائم‌الضلع میباشد (شکل ۵۰) و روابط زیر از روی پنج ضلعی نپر بسهولت بدست‌میآید :

$$(1)\left\{\begin{aligned} \cos H &= -\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\delta \\ \operatorname{cotg} H &= \sin\varphi\operatorname{cotg} a \\ \sin a &= \cos\delta\sin H \\ \cos a &= -\sin\delta\sec\varphi \end{aligned}\right.$$

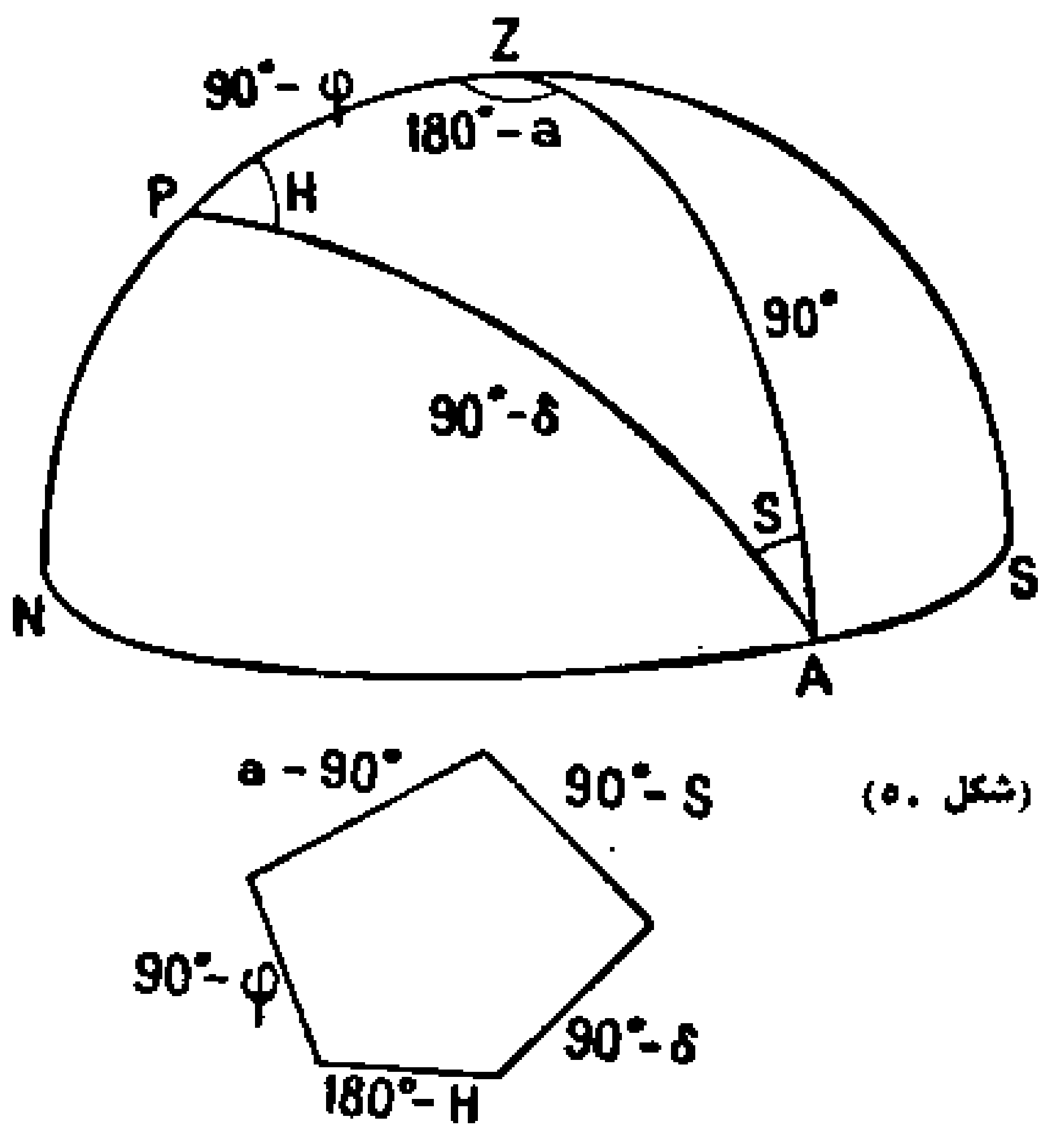
از رابطهٔ اول معلوم می‌شود که هنگامی H حقیقی‌است که داشته باشیم :

$$-1 < tg\varphi\, tg\delta < +1$$

و اگر در نیمکرهٔ شمالی باشیم $tg\varphi$ مثبت‌بوده و باید داشته باشیم :

$$-tg(90^\circ-\varphi) < tg\delta < tg(90^\circ-\varphi)$$

یعنی اگردرروی کره‌سماوی دومدار رسم‌کنیم که میل آنها بترتیب $90^\circ-\varphi$ و $-(90^\circ-\varphi)$ باشد (این‌دومدارنسبت‌بصفحه استوا قرینه‌اند) ستارگانی که نقطه حاملشان در منطقهٔ مابین این دومدار واقعند برای ناظری که در نقطه‌ای‌از نیمکرهٔ شمالی بعرض φ قرار گرفته دارای طلوع و غروب میباشند . و ستارگانی‌که میلشان بیش‌از متمم عرض جغرافیائی مکان باشد همواره درآن مکان مرئی‌انـد (در شب) و طلوع و غروب ندارند و آنها را ستارگان دور قطبی شمالی می‌نامند ونقطه حضیض این‌ستارگان‌در آن مکان قابل رؤیت میباشد و ستارگانی‌که



(شکل ۵۰)

میلشان کمتراز$-(90^\circ-\varphi)$ می‌باشـد در آن‌مکان همواره نامرئی هستند و آنها را ستارگان دور قطبی جنوبی نامنـد .

زاویهٔ ساعتی ستاره را در لحظهٔ غروب آن ستاره قوس نیمه‌مرئی آن ستاره نامند زیرا مقدار این زاویه نصف اندازه قوس مسیر مرئی‌ستاره می‌باشد و از روی رابطـهٔ اول دستگاه (۱) ملاحظه می‌شود که اگر ستارهٔ استوائی باشد (یعنی $\delta=0$) خواهیم داشت $H=6^h$

یعنی قوس نیم‌مرئی یك ستاره استوائی ٦ساعت‌است و اگر ستاره شمالی باشد یعنی δ مثبت باشد $\cos H$ منفی خواهد شد. بنا براین $H>6^h$ میباشد و اگر ستاره جنوبی باشد δ منفی بوده و $\cos H$ مثبت میگردد و خواهیم داشت $H<6^h$ و از رابطهٔ اول دستگاه (۱) داریم :

$$\sin H=\pm\sqrt{1-tg^2\varphi\, tg^2\delta}$$

$$\sin H=\pm\frac{\sqrt{\cos^2\varphi\cos^2\delta-\sin^2\varphi\sin^2\delta}}{\cos\varphi\cos\delta}$$

$$\sin H=\pm\frac{\sqrt{\cos(\varphi-\delta)\cos(\varphi+\delta)}}{\cos\varphi\cos\delta}=\pm\frac{\sqrt{\cos2\varphi+\cos2\delta}}{\sqrt{2}\cos\varphi\cos\delta}$$

$$tgH=\mp\frac{\sqrt{\cos(\varphi-\delta)\cos(\varphi+\delta)}}{\sin\varphi\sin\delta}\qquad(۲)$$

و با استفاده از رابطهٔ دوم بهمین طریق حاصل می‌شود :

$$tga=\mp\frac{\sqrt{\cos(\varphi-\delta)\cos(\varphi+\delta)}}{\sin\delta}\qquad(۳)$$

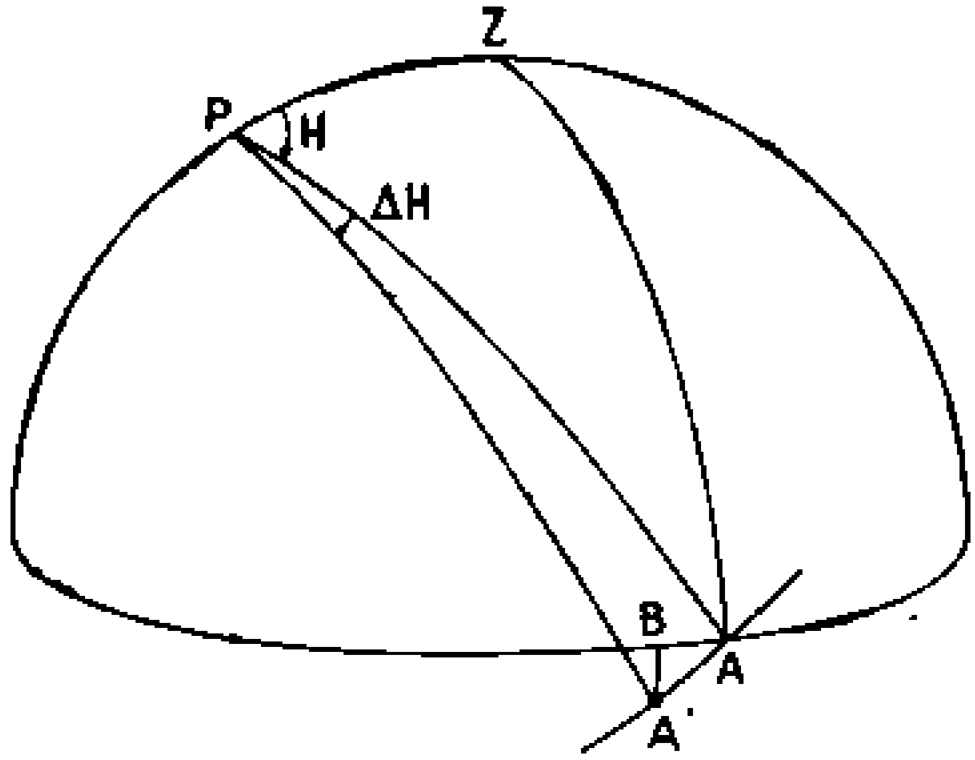
در روابط فوق علامت بالا مربوط بغروب و علامت پائین مربوط بطلوع‌است و ضمناً رابطه زیر نیز درمورد زاویهٔ ستاره هنگام‌طلوع و غروب بدست میآید :

$$\sin S=\cos\varphi\sin H=\pm\frac{\sqrt{\cos(\varphi-\delta)\cos(\varphi+\delta)}}{\cos\delta}\qquad(۴)$$

فرمول فوق برای تعیین اثر انکسار جوی در موقع طلوع و غروب مورد استفاده قرارمیگیرد ودر آن نیز علامت بالا و پائین بترتیب مربوط‌بغروب و طلوع می‌باشد .

اشعهٔ نورانی که از ستارگان منتشر می‌شود پس‌از یك سلسله انکسار در طبقات‌مختلف جو بچشم ناظر می‌رسد و اگر ستاره سمت‌الرأسی نباشد ناظر ارتفاع ستاره را بیش‌از مقدار واقعی می‌بینند و یا به بیان دیگر فاصلهٔ سمت‌الرأسی ستاره کمتر می‌شود و هرچه ستاره به افق نزدیك‌تر باشد مقدار انکسار جوی بیشتراست و این مطلب در جلد دوم این کتاب در فصل انکسار جوی بتفصیل توضیح داده‌خواهدشد و فقط در اینجا ذکر میکنیم که وقتی ناظر ستاره‌ای را در نقطه‌ای مانند B از افق مکان‌درحال طلوع و یا غروب می‌بینند در حقیقت

ستاره در نقطه‌ای مانند A' زیر افق واقع‌است بطوریکه قوس BA' عمود بر افق می‌باشد و مقدار این قوس را به R نمایش داده و آنراانکسار جوی در افق[1] می‌نامند (شکل ۵۱) . مدار ستاره دایرهٔ افق را در نقطهٔ A قطع‌میکند و زاویه $APZ = H$ زاویه ساعتی ستاره‌است، هنگامی‌که موضع واقعی ستاره در افق مکان بوده‌است و همان مقداری‌است که از روی فرمول (۲) بدست میآید ولی هنگامیکستاره بچشم ناظردرحال‌طلوع‌ویاغروب‌است‌زاویهٔ ساعتی ستاره برابر با $H + \Delta H$ میباشد و ΔH زاویهٔ مابین دوایر ساعتی نقاط A و A' است و هنگامیکه ستاره از A به A' بـرسدزاویهٔ سمت‌الرأسی ستاره از ۹۰° باندازهٔ $\Delta z = R$ نمو می‌کند و چون $\Delta H = \Delta T$ میباشد پس می‌توان نوشت :



(شکل ۵۱)

$$\frac{\Delta H}{R} = \frac{\Delta T}{\Delta z}$$

چون ΔT و Δz کوچکند پس نسبت $\frac{\Delta T}{\Delta z}$ خیلی نزدیك بحـد آن یعنی $\frac{dT}{dz}$ میباشد وخواهیم داشت :

$$\frac{\Delta H}{R} = \frac{dT}{dz}$$

ویـا

$$\Delta H = R\,\frac{dT}{dz}$$

و داشتیم (شمارهٔ ۳۵) :

$$\frac{dz}{dT} = \cos\delta \sin S$$

و با استفاده از فرمول (٤) مقدار $\frac{dz}{dT}$ برای ستاره در موقع طلوع و غروب بصورت زیر بدست میآید :

1— *Réfraction horizontale; Horizontal reflaction.*

$$\frac{dz}{dT}=\pm\sqrt{\cos(\varphi-\delta)\cos(\varphi+\delta)}$$

پس تصحیح زاویهٔ ساعتی هنگام طلوع و یـا غروب عبارتست از :

$$\Delta H=\pm\frac{R}{\sqrt{\cos(\varphi-\delta)\cos(\varphi+\delta)}}$$

در فرمول فوق + برای موقع غروب و − برای موقع طلوع میباشـد یعنی بواسطهٔ انکسار جوی غروب بتعویق افتاده و طـلوع‌پیش می‌افتـد .

مثــال ــ مطلوبست تعیین زمان نجومی طلوع و غروب ستاره εPersei در مکانی بعرض جغرافیائی ۴۸°و۳۵' درصورتیکه‌مختصات استوائی ستاره عبارتست از $\alpha=۳^h,۵۵^m,۲^s$ و $\delta=۳۹°,۵۳',۲۶"$ و انکسار جوی در افق ۳۳' باشد .

حـل :

$$R=۳۳'=۱۳۲^s$$

$$\log R=۲/۱۲۰۵۷$$

$$\frac{۱}{۲}\mathrm{colgcos}(\varphi-\delta)=۰/۰۰۲۵۱$$

$$\frac{۱}{۲}\mathrm{colgcos}(\varphi+\delta)=۰/۷۸۷۶۱$$

$$\log\Delta H=۲/۹۱۰۶۹$$

$$\Delta H=۸۱۴^s=۱۳^m,۳۴^s$$

$$H_c+\Delta H=۱۰^h,۵۹^m,۳^s$$

$$H_l-\Delta H=۱۳^h,۰^m,۵۷^s$$

$$\varphi+\delta=۸۸°,۲۸',۲۶"$$

$$\varphi-\delta=۸°,۴۱',۳۴"$$

$$\frac{۱}{۲}\log\cos(\varphi-\delta)=\bar{۱}/۹۹۷۴۹$$

$$\frac{۱}{۲}\log\cos(\varphi+\delta)=\bar{۱}/۲۱۲۳۹$$

$$\mathrm{cologsin}\varphi=۰/۱۲۴۹۹$$

$$\mathrm{cologsin}\delta=۰/۱۹۲۹۲$$

$$\log tg(\pi-H)=\bar{۱}/۵۲۷۷۹$$

$$\pi-H=۱۸°,۳۷',۴۹"$$

غروب $H_c=۱۶۱°,۲۲',۱۱"=۱۰^h,۴۵^m,۲۹^s$

طلوع $H_l=۱۳^h,۱۴^m,۳۱^s$

و زمان نجومی غروب عبارتست از : $T_c=\alpha+H_c+\Delta H=۱۴^h,۵۴^m,۵^s$

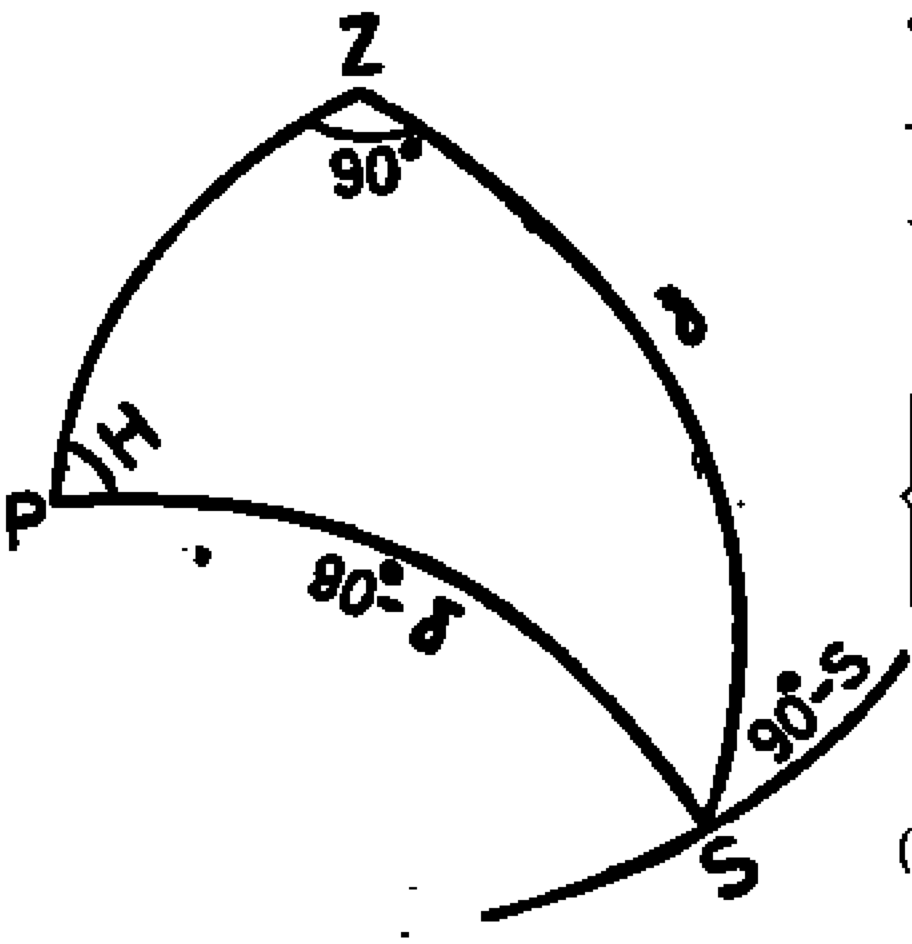
و زمان نجومی طلوع عبارتست از : $T = \alpha + H_1 - \triangle H = ۱۶^h,۵۵^m,۵۹^s$

در قطب شمال زمین، تمام ستارگان نیمکرهٔ شمالی دور قطبی بوده و همواره مرئی می‌باشند و مسیر ستارگان عمود بر قائم مکان‌میباشد (زیرا قائم مکان در امتداد محور عالم است) پس مسیر ستارگان بر دوایرارتفاع منطبق‌است و تمام ستارگان نیمکره جنوبی آسمان در قطب شمال زمین نامرئی می‌باشند ولی در روی خط استوای زمین هیچ ستاره دور قطبی وجود ندارد زیرا در آنجاعرض‌جغرافیائی $\varphi = ۰$ است و$۹۰^\circ - \varphi = ۹۰^\circ$ میباشد . پس ستارگانی که میلشان بین -۹۰°و$+۹۰^\circ$ باشد و با عبارت دیگر، کلیهٔ ستارگان مرئی می‌باشند و در آنجا تمام‌ستارگان‌طلوع و غروب میکنند و از فرمول اول دستگاه (۱) و یا از فرمول (۲) معلوم میشود که زاویه ساعتی تمام ستارگان هنگام غروب ۶^h و در هنگام طلوع ۱۸^hمی‌باشد و ازفرمولهای‌سوم و چهارم دستگاه (۱) معلوم می‌شود که در روی خط استوا در موقع طلوع یک‌ستاره$a = \frac{۳\pi}{۲} - \delta$ودرموقع‌غروب‌آن$a = \frac{\pi}{۲} + \delta$است و ازاین خاصیت برای کنترل کردن میل‌ستارگان اصلی و همچنین ربط و مقایسهٔ کاتالوگهای‌ستارگان که ازرصد در ایستگاههای‌مختلف دو نیمکرهٔ شمالی و جنوبی زمین بدست آمده‌است استفاده می‌شود و برای اینکاررصدخانه‌ای را در روی خط استوا واقع در کنیا تأسیس کرده‌اند و در آنجا یکنوع‌تئودولیت بسیاردقیق که قطر دایره افقی آن بسیار بزرگ است قرار داده‌اند و محل رصدخانه در نقطهٔ مرتفعی قرار گرفته‌است و با این دستگاه ستارگان را لحظه‌ای قبل‌از غروب‌ویا لحظه‌ای بعداز طلوع رصد کرده و سمت آنها را تعیین میکنند و در این رصد احتیاجی‌بتصحیح انکسار جوی نیست زیرا انکسارجوی در سمت ستاره تأثیری ندارد فقط دو تصحیح‌مورد پیدا می‌کند: یکی اثر ارتفاع ستاره هنگام رصد و دیگری اثر عرض جغرافیائی‌محل رصد که کاملا صفر نیست و این دو اثر نیز بسیار ناچیزاست و مقدار آنرا نیز می‌توان با دقت تعیین نمود .

۳۹ــ عبور ستارگان از صفحات قائم اول و دوم یعنی صفحات قائم شرقی و غربی ــ ستارگان نیمکرهٔ شمالی که میلشان کمتر از عرض مکان باشد (مکان در نیمکرهٔ شمالی زمین درنظر گرفته شده‌است) یعنی نقطهٔ اوجشان در جنوب سمت‌الرأس باشد در هر شبانه روز از صفحات قائم اول و دوم میگذرند (ستارگان نیمکره جنوبی که قدر مطلق‌میلشان

کمتر از عرض‌مکان باشد یعنی نقطه حضیضشان بین‌سمت‌القدم وصفحه استوای‌سماوی باشد نیز در هر شبانه روز از صفحات قائم اول ودوم می‌گذرند ولی نقاط عبور آنهــا در زیر افق مکان بوده و بنا براین در این لحظات ستارگان‌مزبور نامرئی می‌باشند) .

نقاط برخورد مسیر ستاره با صفحات قائم اول و دوم نسبت به صفحه‌ٔ نصف‌النهار مکان قرینه‌اند . مثلث وضعیت در لحظه‌ٔ عبور ستاره از صفحات قائم اول و دوم در نقــطه‌ٔ سمت‌ــ الرأس قائم‌الزاویه‌است (شکل ۵۲) و روابط گس در اینحالت بصورت زیر نوشته می‌شود :



(شکل ۵۲)

$$\begin{cases}\sin\delta=\cos z\sin\varphi\\ \pm\cos\delta\sin H=\sin z\\ \cos\delta\cos H=\cos z\cos\varphi\end{cases}$$

و از روابط فوق، حاصل میشود :

$$(1)\begin{cases}\cos H=\mathrm{tg}\,\delta\,\mathrm{cotg}\,\varphi\\ \cos z=\sin\delta\,\mathrm{coséc}\,\varphi\end{cases}$$

وبا تبدیلاتی نظیر آنچه در شمــاره ۳۸ انجام گرفت روابط زیر را می‌توان بدست آورد :

$$\mathrm{tg}H=\pm\frac{\sqrt{\sin(\varphi+\delta)\sin(\varphi-\delta)}}{\cos\varphi\,\sin\delta}$$

$$\mathrm{tg}z=\frac{\sqrt{\sin(\varphi+\delta)\sin(\varphi-\delta)}}{\sin\delta}$$

علامت ــ و + بترتیب مربوط به عبور ستاره از صفحات قــائم اول و دوم میباشند و همچنین داریم

$$(2)\quad \cos S=\sin\varphi\sin H,\ \sin S=\cos\varphi\,\mathrm{séc}\,\delta$$

مدار ستاره با دایره‌ٔ قائم زاویه‌ای برابر $90°-S$ می‌سازد و هرگاه ستاره استوائی‌باشد ($\delta=0°$) از روی فرمول دوم دستگاه (۱) معلوم می‌شــود کــه $z=90°$ یعنی عبور ستاره از قائمهای اول و دوم در افق مکان‌است و هرچقدر که δ زیــاد شود فاصله سمت‌الرأسی ستاره در موقع عبــوراز صفحات قائم از $90°$ کوچکتر میشود یعنی نقاط عبور بسمت‌الرأس نزدیکتر خواهد شد و از روی فرمول (۲) معلوم می‌شود که وقتی δ

صفراست چون $\sec\delta = 1$ بوده و کمترین مقدار خود را دارد پس S می‌نیمم‌است ومقدارمی‌نیمم S برابر با $\varphi - 90^\circ$ میباشد پس زاویه مابین مسیر ستاره ودایره قائم دراینحالت ماگزیمم خواهدبود و اگر δ زیاد شده و بسمت φ میـل کنـد S نیز زیاد شده و بسمت 90° میل‌خواهد کرد. بنا براین $S - 90^\circ$ کم شده و بسمت صفرمیل می‌کند. از بحث فوق نتیجه می‌شود کـه هرچقدر محل عبور ستاره از صفحات قائم‌اول و دوم بسمت‌الرأس نزدیك‌تر باشد زاویه بیـن مدار ستاره و صفحه قائم کوچکتر شده و بسمت‌صفر میل میکند .

با دستگاهی شبیه به دوربین نصف‌النهاری که درآن محور دوران افقی بوده و ممتد بسمت شمال و جنوب باشد می‌توان مختصات استوائی‌یك‌ستاره را تعیین نمود. برای اینکار ستاره‌را درمواقع عبور از قائمهای اول و دوم بوسیله‌دوربین مذکور رصد نموده و زمانهای لحظات عبور را از روی ساعت نجومی مکان یادداشت‌مینمایند و با درنظـرگـرفتن تصحیح ساعت زمانهای نجومی لحظات عبور ستاره از قائمهای‌اول و دوم بدست می‌آید که آنها را بترتیب T_1 و T_2 می‌نامیم. اگـر α بعـد و H_1 و H_2 بترتیب زاویه‌های ساعتی ستاره درموقع عبور از قائمهای اول و دوم باشد خواهیم داشت :

$$T_1 = \alpha + H_1 \quad , \quad T_2 = \alpha + H_2$$

$$\frac{T_2 - T_1}{2} = \frac{H_2 - H_1}{2}$$

و چون $H_2 = 24^h - H_1$ میباشد پس خواهیم‌داشت :

$$\frac{T_2 - T_1}{2} = 12^h - H_1$$

یعنی زاویه ساعتی لحظه عبور ستاره از قائم‌اول‌مکمل نصف تفاضل زمانهای نجـومی لحظات عبور ستاره از دو قائم می‌باشد و بدین‌طریق H_1 بدست میآید و ازروی‌آن با درنظرگرفتن‌رابطه $\alpha = T_1 - H_1$ بعد ستاره تعیین می‌شود . و ازروی رابطه اول دستگاه (۱) داریم :

$$\mathrm{tg}\,\delta = \cos H\,\mathrm{tg}\,\varphi$$

واگر عرض جغرافیائی مکـان رصد معلـوم‌باشد از روی فرمول فوق میل ستاره مورد رصد بدست‌میآید، حسن طریقه فوق برای تعیین δ و α اینستکه دستگاه احتیاجی بدایره مدرج نـدارد وعلاوه براین تصحیح انکسار جوی نیز موردپیدا نمیکند زیرا انکسار جوی سمت ستاره را

تغییر نمی‌دهد و هنگامی که ستاره بر تار وسط رتیکول دوربین منطبق شود اگر دوربین درست تنظیم شده‌باشد ستاره در صفحه قائم اول و یا دوم خواهدبود ولی چون بوسیله این دستگاه فقط می‌توان ستارگان ناحیه محدودی ازآسمان‌را رصد کرد ($\circ<\delta<\varphi$) بدینجهت این‌قبیل دستگاهها دیگر بکاربرده نمی‌شوند اما سابقاً این نوع دستگاهها را برای بدست آوردن بعد ومیل ستارگان و تعیین ثابتهای اصلی نجوم با موفقیت زیاد بکار می‌بردند .

تذکر : ستاره ابتدا از قائم اول و سپس ازقائم‌دوم میگذرد پس‌باید T_2 همواره بیش از T_1 باشد ولی چون تغییرات زمان نجومی بین‌صفر تا ۲٤ ساعت‌است بنابراین ممکن‌است T_2 درفاصله ۲٤ ساعت بعدی باشد و دراینحال مقدار عددی T_2 ازمقدار عددی T_1 کمتر خواهدبود ودراین‌قبیل موارد باید ابتدا ۲٤ساعت را بر مقدار عددی T_2 افزود تا مقدار واقعی T_2 حاصل شود و سپس مقدار $\frac{T_2-T_1}{2}$ را بدست آورد .

٤۰ـ عبور ستاره از یکدایره ارتفاع ـ برای تعیین طول و عرض جغرافیائی دریك مکان اغلب از دستگاههائی استفاده می‌شود که باآنها می‌توان ستارگان را در ارتفاع ثابتی‌رصد نمود مانند اسطرلاب منشوری که با آن ستارگان‌در ارتفاع 60° رصد میشوند و دراینجا چند فرمول مربوط بعبور یك‌ستاره از ارتفاع ثابت h را خواهیم دید.

اضلاع مثلث وضعیت چنانکه قبلا ذکر شد عبارتست از $90^\circ-h$ و $z=90^\circ-\delta$ و $90^\circ-\varphi$ از روی فرمولهای بردا می‌توان زاویه‌ساعتی و سمت و زاویه هر ستاره را که میل آن مقدار معلوم δ است در عبور بر ارتفاع h بدست آورد بصورت زیر :

$$(1)\begin{cases} \operatorname{tg}\frac{H}{2}=\sqrt{\frac{\cos(\varphi-\delta)-\cos z}{\cos z+\cos(\varphi+\delta)}}=\sqrt{\frac{\sin(p-\varphi)\sin(p-\delta)}{\cos p\cos(p-z)}} \\ \operatorname{cotg}\frac{a}{2}=\sqrt{\frac{\sin(\varphi+z)-\sin\delta}{\sin\delta-\sin(\varphi-z)}}=\sqrt{\frac{\sin(p-\delta)\cos p}{\sin(p-\varphi)\cos(p-z)}} \\ \operatorname{tg}\frac{S}{2}=\sqrt{\frac{\sin(\delta+z)-\sin\varphi}{\sin\varphi-\sin(\delta-z)}}=\sqrt{\frac{\sin(p-\varphi)\cos p}{\sin(p-\delta)\cos(p-z)}} \end{cases}$$

در فرمولهای فوق $p=\frac{\varphi+\delta+z}{2}$ میباشد.

وقتیکه با دستگاههای ارتفاع ثابت بخواهند ستاره‌ای‌را بمنظور تعیین مقدار دقیق‌عرض

جغرافیائی و تصحیح ساعت نجومی و یا طول‌جغرافیائی تعیین کنند ابتدا باید از روی‌روابط فوق سمت و همچنین زاویه ساعتی ستاره‌را درلحظه عبور بر ارتفاع معین تعیین نمود. و از روی زاویه ساعتی و بعد ستاره زمان نجـومی‌لحظه عبور معین می‌شود و بدین‌ترتیب میتوان درموقع معین دستگاه از روی سمت تعیین شده‌متوجه ستاره مطلوب نمود و ضمناً از رابطـه سوم زاویه ستاره یعنی S بدست‌می‌آید وبوسیله‌آن معلوم‌میشود که در لحظه عبور تصویرستاره بچه‌وضعی درمیدان دید تغییرمکان می‌دهد وراصد را از اشتباه خارج می‌نماید و بـر وی محقق می‌شود که ستاره مورد رصد کدامیـك از ستارگان مشهود درمیدان دیـد می‌باشد .

دراینجا متذکر می‌شویم که هنگامی که بوسیله دستگاههای ارتفاع ثابت نظیر اسطرلاب منشوری می‌خواهند مقادیر دقیق طول و عرض‌جغرافیائی یك مکان را بدست بیاورند بایدعرض جغرافیائی تقریبی آن‌مکان در دست باشد یعنی‌قبلا با کمك تئودلیت ویا سکستان باید مقدار تقریبی عرض جغرافیائی را تعیین نمود تابتوان از روی آن با استفاده از روابط (۱) S,a,H را بدست آورد و ضمناً برای آنکه جواب‌حاصل دقیق‌تر باشد وحتی‌الامکان از خطاهای اندازه گیری کم‌شود در هر رصد چندین‌ستاره را رصدمیکنند و بدین‌ترتیب تعدادی معادله بـدست می‌آید که با روش حد اقل مربعات و یاروشهای‌ترسیمی مناسبترین جواب این معادلات‌را بدست می‌آورند .

بطوریکه ذکر شد برای رصد هر ستاره‌قبلاً باید محاسبات مقدماتی انجام‌گیرد تا زمان رصد وهمچنین سمت ستاره موردنظر در لحظه‌ٔرصد معین شود و ازطرفی بـرای تعیین دقیق جواب‌بایددرهرجلسه رصد چندین‌ستاره‌را رصدنمود بنابراین‌باید قبلابامحاسبه‌تعیین‌شود که چه ستارگانی درمدت یك‌یادوساعت از شب معیـن‌ممکن‌است در دستگـاه رصد شود و این‌کـار مستلزم محاسبات طـولانی‌است و اگر رصـدبمنظورتعیین‌تغییرات‌عرض جغرافیائی وتصحیح ساعت یا تعیین مقدار دقیق بعد و میل ستارگان‌انجام پذیرد باید برای اینکار از دستگاههـای دقیق اندازه‌گیری استفاده شود (مانند دستگاه اسطرلاب دانژن

«Astrolabe Impersonel Danjon»

که در رصدخانه پاریس برای همین منظـوربکار میرود) و در اینحالت عمل رصد در یـك نقطه ثابت از رصدخانه درهمه ایام سال انجام‌میگیرد پس می‌توان قبلا محاسبات را انجام‌داده وتمام ستارگانیکه در زمانهای معین در دستگاه‌قابـل رصد می‌باشند تعیـین نمود اما برای دستگاههای اسطرلاب سیار که بمنظور تعیـین‌طول و عرض جغرافیائی نقاط مختلف بکـار

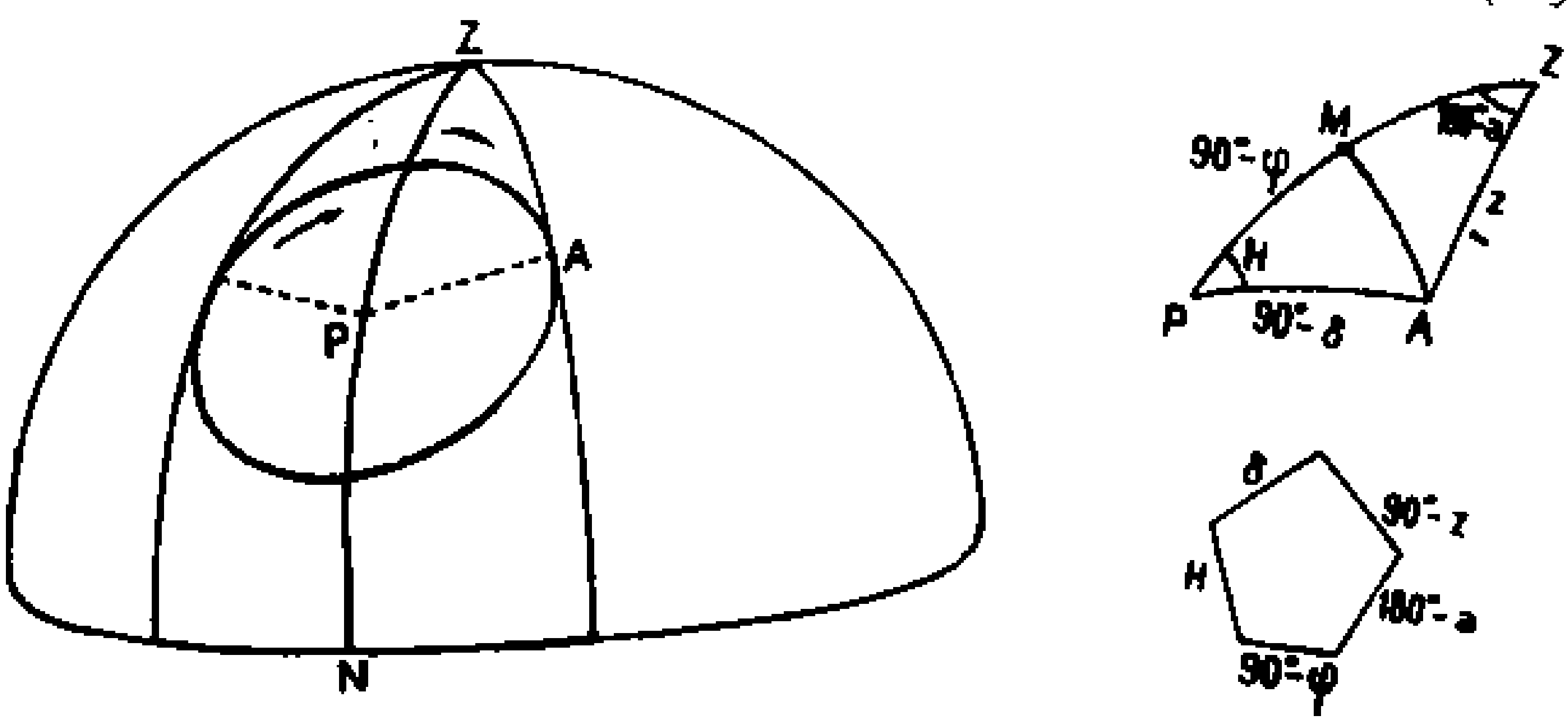
میرود انجام اینکار مشکل و مستلزم اتلاف‌وقت زیاد میباشد بدینجهت همراه این قبیل دستگاهها نقشه کوچکی از ستارگان قابل‌رؤیت‌در دستگاه ترسیم ـ شده‌است بنام کارت آسمان و از روی آن با روش خاصی می‌توان ستارگانی‌را که‌در ساعات معین و‌در یك شب معین در یك مکان قابل رؤیت است تعیین کرد .

شرح‌وتفصیل اینموضوع و روش رصد با دستگاه مزبور و طریقه محاسبه مربوط بآن خارج ازموضوع این‌کتاب است و در جزوه‌ٔ مربوط بطرز کار با دستگاه اسطرلاب منشوری ذکر خواهد شد .

۴۱ـ بزرگترین انحراف ستارگان دور قطبی ـ بطوریکه در شماره ۳۵ ذکر شد هرگاه میل ستاره بیشتر و یا مساوی عرض مکان باشدیعنی‌اگر سمت‌الرأس‌خارج ویابرمدارستاره‌واقع باشد زاویه سمت بجای آنکه دائما ترقی کند‌مابین دوحد نهائی نوسان میکند یعنی اگر سمت‌الرأس خارج مدار ستاره باشد هنگامیکه ستاره در اوج خود قرار دارد سمت آن ۱۸۰° است و سپس سمت ستاره تنزل میکند تا بمی‌نیمم‌خود برسد و پس‌ازآن ترقی کرده و بالاخره وقتی ستاره بحضیض خود میرسد مجدداً سمت‌آن ۱۸۰° میشود و بازهم سمت ستاره ترقی کرده تا بماکزیمم خود برسد و پس‌ازآن تنزل‌میکند تا مجدداً در نقطه اوج مقدار آن به ۱۸۰° میرسد . اگر سمت‌الرأس‌روی مدار ستاره باشد وقتی ستاره در اوج خود قرار دارد سمت ستاره ۹۰° بوده و سپس سمت آن ترقی نموده‌وهنگامیکه ستاره بحضیض خود میرسد سمت آن ۱۸۰° میگردد و باز مجددا سمت آن ترقی‌میکند تا وقتی‌که ستاره باوج خود میرسد سمت آن ۲۷۰° می‌گردد و بلافاصله سمت آن ۹۰° خواهدشد پس می‌نیمم سمت ۹۰° وماکزیمم آن ۱۸۰° درجه‌است که هردو مقدار در یك‌لحظه میباشد

اگر عرض جغرافیائی مکان بیشتر و یا مساوی ۴۵° باشد تمام ستارگانی‌که اوجشان بین‌سمت‌الرأس و قطب‌است و یا اوجشان برسمت‌الراس واقع‌است دور قطبی می‌باشند واگر عرض جغرافیائی مکان کمتر از ۴۵° درجه‌باشد عده‌ای ازاین قبیل ستارگان طلوع و غروب داشته و بقیه دور قطبی می باشند و اگر در روی خط استوای زمین باشیم همانطور که در شماره ۳۵ گفته شد تمام ستارگان طلوع و غروب داشته و همه دارای ماکزیمم و می‌نیمم سمت میباشند و ماکزیمم و می‌نیمم سمت آنها در مواقع طلوع و غروب ستارگان‌است. در قطب شمال زمین سمت تمام‌ستارگان همواره صعودی‌است .

در شماره ۳۵ دیدیم که $\frac{da}{dT}=\cos\delta\cos S\,\text{cosec}\,z$ و برای آنکه $\frac{da}{dT}$ صفر باشد باید $\cos S=0$ گردد زیرا برای یك ستاره $\cos\delta$ ثابت بوده و $\sin z$ بینهایت نمیشود پس هنگامی a ماگزیمم و یا مینیمم است که مثلث وضعیت در نقطه A موضع ستاره قائم‌الزاویه باشد (شکل ۵۳) و ضمناً دایره قائم این نقطه بر مدار ستاره مماس‌است زیرا خط‌مماس بردایره ZA در نقطه A بر صفحه دایره ساعتی A یعنی $\overset{\frown}{PA}$ عموداست پس این خط‌مماس درصفحه مدار ستاره واقع‌است و چون شعاع دایره‌مداررروی صفحه دایره ساعتی A است پس خط‌مماس مذکور بر شعاع مدار عموداست بنابراین‌بر دایره مدار نیز در نقطه A مماس میباشد پس خطوط مماس بر دایره قائم A و مدارستاره بر هم منطبق‌اند و این دو دایره در نقطه A بر هم مماسند .



(شکل ۵۳)

از روی پنج ضلعی نپر روابط زیر برای‌مثلث وضعیت در نقطه A بدست میآید :

$$\begin{cases}\cos H=\text{tg}\varphi\,\text{cotg}\delta\\ \cos z=\sin\varphi\,\text{cosec}\delta\\ \pm\sin a=\cos\delta\,\sec\varphi\end{cases}$$

+ و − بترتیب درمواقع می‌نیمم و ماگزیمم سمت میباشد .

از روی روابط فوق دستورهای زیر را می‌توان بسهولت بدست آورد :

$$\text{tg}H=\pm\frac{\sqrt{\sin(\delta-\varphi)\sin(\delta+\varphi)}}{\cos\delta\,\sin\varphi}$$

$$\text{tg}z=\frac{\sqrt{\sin(\delta-\varphi)\sin(\delta+\varphi)}}{\sin\varphi}$$

$$tg\,a=\mp\frac{\cos\delta}{\sqrt{\sin(\delta-\varphi)\sin(\delta+\varphi)}}$$

در فرمولهای فوق علامات بالا مربوط به‌می‌نیمم و علامات پائین مربوط به ماکزیمم‌است هنگامیکه ستاره در ماکزیمم و می‌نیمم سمت خود می باشد و یا بعبارت دیگر در حد اکثر انحراف خود نسبت به نصف‌النهار مکان‌قرار دارد اگر آنرا بوسیله تئودولیت رصد کنیم خواهیم دید که ستاره موازی تـا رفائم‌رتیکول حرکت میکند ، بنا براین با دقت‌کامل و براحتی می‌توان سمت دستگاه را طوری‌تغییرداد که تصویر ستاره روی خط قائم حـرکت کند و این خاصیت طریقه خوبی برای تنظیم‌دایره سمت دستگاه می‌باشد یعنی از روی آن میتوان مبدأ اندازه‌گیری سمت دایـره افقی‌تئودولیت را با دقت کافی تعیین نمود. بـرای اینکار باید عرض مکان معین باشد و از روی‌روابط فوق a،z وH برای ستاره معینی کـه دارای انحراف ماکزیمم و می‌نیمم باشد بدست‌میآورند و از روی H و بعد ستاره زمان‌نجومی لحظه رصد بدست میآید و چند لحظه قبل ازرمان مذکور درجه دوربین تئودولیت را بـر حسب زاویـه تعیین شده میـزان کـرده سپس دوربین را بوسیلـه دوران حـول محـور قائم متوجه ستاره میکنند سپس بدون آنکه سمت تنظیم شده را تغییر دهند و با چرخاندن پیچ مربوط به دوران جزئی دوربین سعی‌میکنند که تصویر ستاره در میدان دید دوربین روی خط قائم رتیکول تغییرمکان دهد دراین حال‌نقطه صفر دایره افقی تئـودولیت در امتداد جنوب قرار گرفته‌است .

همچنین با رصد ستاره در موقع بزرگترین انحراف و با استفاده از روابط مابینaوδوφ میتوان عرض مکان را بدست آورد البته برای‌اینکار باید مبدأ اندازه‌گیری سمت روی‌دستگاه معلوم باشد .

اگر شکل PAZ مسطح بود مکان نقطه A دایره‌ای بقطر PZ می‌گردید ولی در سطح‌کره خاصیت فوق برقرار نیست زیرا اگر M وسط‌قـوس PZ بوده و مکان مزبور دایره‌ای مار بر Pو Z و بقطب M باشد باید در همه‌حال‌داشته‌بـاشیم $\widehat{MP}=\widehat{MA}=\widehat{MZ}$واز روی مثلثهای متساوی‌الساقین MPA،MZA نتیجه می‌شود کهزاویه A مجموع زوایای PوZ میباشد .

(خاصیت تساوی زوایای قاعده در مثلث متساوی‌الساقین در مثلث کروی نیز موجود است و برای اثبات آن می‌توان از نسبتهـای‌سینوس استفاده نمـود) و سطـح مثلث PZA عبارتست از $Z+P+A-\pi$ و چون $Z+P=A=\frac{\pi}{2}$ است پس‌لازم میآید کهسطح‌مثلث

همواره‌صفر باشد و این غیرممکن‌است ، پس معلوم میشود که مکان مزبور دایره نیست و چون مقطع هر صفحه با کره دایره می‌باشد بنا بر این این‌مکان یک منحنی چپ (منحنی فضائی) مسدودمیباشد که روی سطح کره واقع بوده و از نقاط PوZ میگذرد و مدار هر ستاره که دارای بزرگترین انحراف‌است در دونقطه مکان مذکور را قطع میکند و هنگامیکه ستاره در داخل این مکان واقع‌است سمتش نزولی‌است و در خارج آن‌سمت ستاره صعودی‌است (البته فرض کرده‌ایم که درنیمکره‌شمالی‌زمین می‌باشیم و درباره ستارگان مرئی‌درمکان خود بحث میکنیم)

مثال : مطلوبست زمان نجومی و سمت و ارتفاع ستاره γ**Draconis** هنگام عبور از ماکزیمم انحراف خوددرمکانی بعرض جغرافیائی $۵/۰$"و'۳۵;°۴۸ $=\varphi$ مختصات استوائی ستاره عبارتست از $\alpha = ۱۷^h, ۵۵^m, ۱۱^s/۷۵$; $\delta = ۵۱°,۲۹',۴۶''/۵$

حل :

$$\log\cos\varphi = \bar{۱}/۷۹۴۱۸۰۶$$

$$\frac{۱}{۲}\operatorname{colg}\sin(\delta-\varphi) = ۰/۶۴۷۰۰۰۰$$

$$\frac{۱}{۲}\operatorname{colg}\sin(\delta+\varphi) = ۰/۰۰۳۳۷۰۸$$

$$\log\operatorname{tg}(\pi - a_m) = ۰/۴۴۴۵۶۰۴$$

$$\pi - a_m = ۷۰°,۱۴',۱۶''$$

$a_m = ۱۰۹°,۴۵',۴۴''$ بزرگترین انحراف غربی

$a_M = ۲۵۰°,۱۴',۱۶''$ « « « شرقی

$$\frac{۱}{۲}\log\sin(\varphi-\delta) = \bar{۱}/۳۵۳۰۰۰۰$$

$$\frac{۱}{۲}\log\sin(\delta+\varphi) = \bar{۱}/۹۹۶۶۲۰۲$$

$$\operatorname{colg}\sin\varphi = ۰/۱۲۴۹۸۰۹$$

$$\log\operatorname{tg}z = \bar{۱}/۴۷۴۴۶۱۰۱$$

$$z = ۱۶°,۳۶',۳۰''$$

$$\delta - \varphi = ۲°,۵۴',۴۶''/۰$$

$$\delta + \varphi = ۱۰۰,۴,۴۷/۰$$

$$\frac{۱}{۲}\log\sin(\delta-\varphi) = \bar{۱}/۳۵۳۰۰۰۰$$

$$\frac{۱}{۲}\log\sin(\delta-\varphi) = \bar{۱}/۹۹۶۶۲۰۲$$

$$\operatorname{colg}\sin\varphi = ۰/۱۲۴۹۸۰۹$$

$$\operatorname{colg}\cos\delta = ۰/۲۰۵۸۱۰۴$$

$$\log\operatorname{tg}H = \bar{۱}/۶۸۰۴۲۰۵$$

$$H = ۲۵°,۳۵',۵۷'' = +۱^h,۴۲^m,۲۳^s/۸$$

$T_M = ۱۶^h,۱۲^m,۴۸^s/۰$ ماکزیمم

$T_m = ۱۹^h,۳۷^m,۳۵^s/۵$ می‌نیمم

فصل هفتم

حرکت ظاهری خورشید

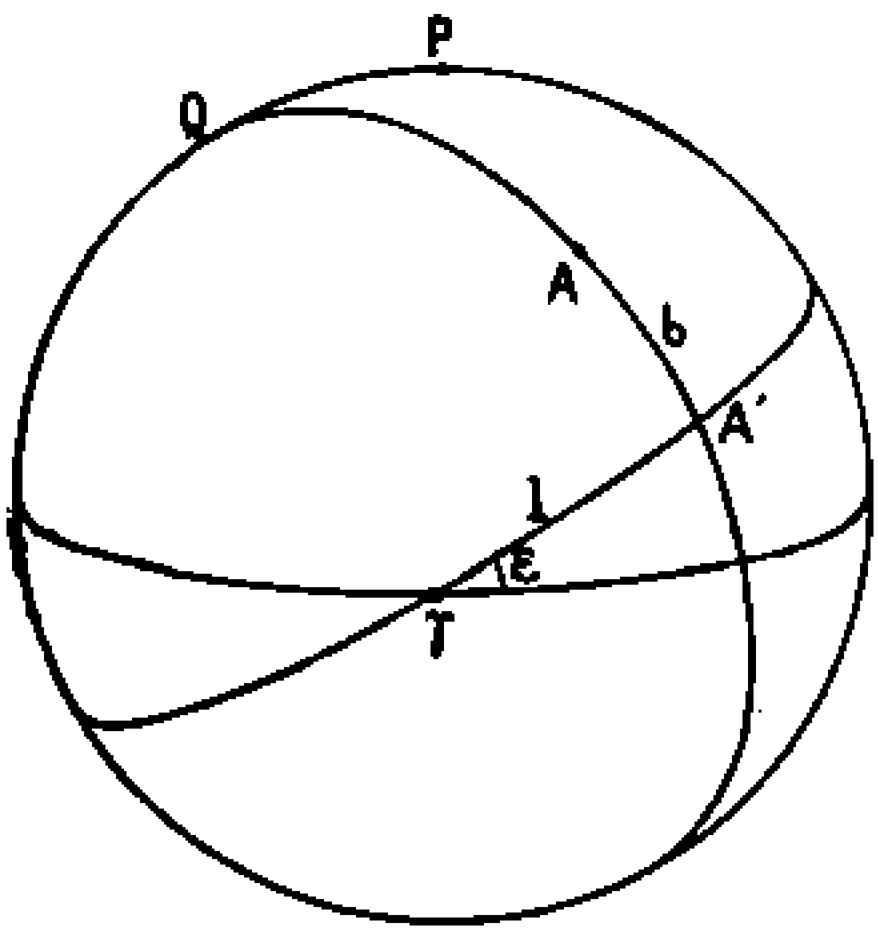
۴۳ــ حرکت خورشید روی کره ثوابت ــ دایرةالبروج و نقطه اعتـدال بهاری(γ) ــ از مشاهدات عادی حرکت‌خورشید نسبت بـه‌ثوابت معلوم میشود. از یکطرف‌توالی فصول و تغییرات‌امتداد تابش آفتاب در فصول تابستان‌و زمستان نشان میدهد که میل خورشید دارای تغییراتی نوسانی‌است .

از طرف دیگر با درنظر گرفتن صور فلکی ستارگان که در حال تقارن و یا تقاطر با خورشید می‌باشند تغییرات دائمی بعد خورشید آشکار می‌شود .

خورشید همه‌روزه از مشرق طلوع کرده‌و در مغرب غروب مینماید . در نیمروز یاظهر خورشید نصف‌مدار مرئی خودرا طی کرده وازنصف‌النهار مکان عبور میکند و در نیمه شب خورشید در آن طرف زمین مجـــدداً از صفحه‌نصف‌النهار میگذرد، پس اگر نیمه‌شب‌در امتداد صفحه نصف‌النهار و بهمان نقطه‌ای‌که خورشیددر موقع ظهر قـــرار داشت بآسمـــان بنگریم ستارگانی را می‌بینیم و این ستارگان باخورشیددرحال تقاطر می‌باشند ، حال اگر خورشیـــد نسبت به ثوابت حرکت نمیکرد هر نیمه‌شبی که‌بنقطه تقاطر خورشید نگاه کنیم باید همواره همان ستاره‌های معین و یا همان صورت فلـــکی‌مشخص‌را به‌بینیم ولی مشاهدات خـــلاف این مطلب را نشان می‌دهد مثلا اگر در نیمه شبهـــای‌اوائل مهرماه بافق شمال بنگریم صورت خرس بزرگ (Ursa Major) را می‌بینیم و اوائل‌دیماه سر اژدها (Draco)دیده می‌شود و اوائل

فروردین صورت مرد زانونشسته (Cassiopeia) و اوائل تیر صورت گیرنده عنان (Aur-iga) را خواهیم دید و بدین ترتیب معلوم میشودکه خورشد نسبت به ثوابت حرکت میکند وحرکت آن درجهت مستقیم‌است و بعد خورشید در یك سال ۲٤ساعت تغییر می کند .

برای آنکه حرکت ظاهری خورشید را بطور روشن‌تری ملاحظه کنیم کافی‌است که بعد و میل مرکز خورشید را در ایام مختلفه‌یکسال تعیین کرده و مواقع آنرا روی یك کرهٔ مدرج که بمنزله کره سماوی اختیار می‌شود مشخص کنیم (شکل٥٤) و بدین ترتیب ملاحظه خواهیم کرد که مسیر حرکت ظاهری‌خورشید مسطح‌است و صفحه مسیر از مرکز کره می‌گذرد و یا به بیان دیگر مسیر نقطه حامل مرکز خورشید روی کره سماوی یك دایره عظیمه می‌باشد که آنرا دایره کسوف و خسوف (۱) نامند زیرا کسوف و خسوف نمیتوانند ظاهرشود مگر در مواقعی که ماه از این‌صفحه عبورکند وضمناً ماه وسیارات‌حین حرکت خود در فضا خیلی از این صفحه دور نمیشوندوناحیه‌ای از کره سماوی که مابین دو دایره صغیره موازی دایره کسوف و خسوف و بمواصل ۸°/٥ + و۸°/٥– قراردارد‌بمنطقةالبروج (۲) معروف‌است و بدین‌جهت دایره خسوف وکسوف‌را دایرةالبروج نیز میگویند و منطقةالبروج شامل دوازده صورت فلکی‌است که هریك رایك برج می‌نامند که در شماره ١٦ ذکر گردید ومدار تمام سیارات که از قدیم‌الایام شناخته‌شده‌اند در داخل آن قرار دارد .



(شکل ٥٤)

نقاط تقاطع دایرةالبروج را با استوای سماوی عقده‌های (۳) آن نامند و در نقطه‌ای که خورشید در موقع گذشتن ازآن از نیمکره‌جنوبی آسمان به نیمکره شمالی میرود یعنی‌قبل

۱ —*Ecliptique; Ecliptic.*

۲ — *Zodiaque; Zodiac.*

۳— *Nœuds; Nodes.*

ازآن میل خورشید منفی بوده و بعد از آن میل‌خورشید مثبت‌است عقده صاعده و یا اعتدال[۱] ربیعی و یا بطور خلاصه نقطه بهاری نامند[۲] وآنرا به γ نشان میدهند . این نقطه چنانکه قبلا نیز ذکرشد مبدأ اندازه‌گیری بعداست پس مختصات این نقطه عبارتست از $\alpha=0$ و $\delta=0$ وزاویه ساعتی آن همان زمان نجومی‌است نقطه‌متقاطر با نقطه γ را به γ' نشان داده و آنرا نقطه اعتدال پائیزی‌نامند.[۳] برای آنکه وضع دایرةالبروج را کاملا مشخص نمائیم کافی‌است که زاویه آنرا با استوای سماوی بدانیم مقدار این زاویه که آنرا به ε نشان میدهند و موسوم به میل دایرةالبروج‌است[۴] برابر با $\varepsilon = 23°27'$ میباشد .

در اینجا متذکر می‌شویم که مقدار ε کاملا ثابت‌نیست و دارای تغییرات بسیار کندی‌نسبت بزمان‌است و **اولر** ضمن مطالعه اثر سیارات روی مدار زمین نشان داده‌است که ε در هر یکصدسال در حدود ″۴۶ کم میشود و اندازه‌های قدما از زاویه ε نیز مؤید این موضوع است و برای نمونه چند مقدار که بتوسط قدمابدست آمده‌است ذکر میکنیم :

قبل از ابرخس	$24°$
ابرخس و بطلمیوس	$23°50'$
جابرالبتانی حدود ۸۸۰ میلادی	$23°35'$
ابوریحان‌بیرونی حدود ۱۰۲۰ میلادی	$23°35'$
خواجه‌نصیرالدین طوسی حدود ۱۲۵۰ میلادی	$23°30'$
تیخو براهه ۱۵۹۰	$23°30'$
برادلی ۱۷۵۰	$23°28'/3$
در سال ۱۹۰۰	$23°27'8''26$
در اول‌فروردین ۱۳۴۷ (۲۱مارس۱۹۶۸)	$23°26'36''/22$

۱— *Equinoxe de printemps; Vernal equinox*

۲— *Point vernal ; Vernal point.*

۳— *Equinoxe d' automne; Automne equinox.*

۴— *Obliquité; Obliquity .*

واضحاست که قدما وسائل دقیق اندازه‌گیری را نداشتند بهمین جهت مقادیر تعیین‌شده زمان ابرخس و بطلمیوس در حدود ۹ دقیقه زیادتر از مقدار واقعی آن بوده‌است.مابین اندازه‌گیریهای قدما اندازه‌های مربوط بــه البتانی و ابوریحان‌بیرونی ازهمه‌دقیقتربوده‌است

مدت دوران کامل خورشید روی دایرةالبــروج کمی زیادتر از ۳۶۵٫۲۵ شبانه روز میباشد و ۳۶۵٫۲۵ روز را یــکسال ژولین‌نامند و اینك در مقام تعیین زمان دقیق یك‌دور کامل و تعریف سال شمسی و سال ژولین وغیره‌نیستیم و این مطالب را بعداً خواهیم دید فقط بطور تقریب قبول می‌کنیم که خورشید یك‌دور کامل‌را در یکسال ژولین طی می‌کند تا وقتی که بطور دقیق و کامل ایــن مطلب را روشن‌نمائیم .

۴۳ــ مختصات دایرةالبروجی[۱] و رابطه آنها با مختصات استوائی :

دایرةالبروج را دایره اصلی مختصات اختیار کرده و نقطه γ را روی آن مبدأمیگیریم (شکل ۵۵) و قطب شمالی دایرةالبروج را قطب اصلی دستگاه مختصات انتخاب میکنیم . دستگاه مختصاتی که بدین شکل بدست میآید به مختصات دایرةالبروجی موسوم‌است. اگر A نقطه حامل ستاره‌ای روی کره سماوی باشد نیم‌دایره عظیمه QAQ' محدودبقطبین Q و Q' دایرةالبروج را در نقطه A' قطع میکند قوس $\widehat{\gamma A'}$ را طول سماوی[۲] نقطه A نامند و طول‌سماوی را از 0° تا 360° در جهت مثبت مثلثاتی اندازه‌میگیرند. قوس $\widehat{A'A}$ را عرض سماوی[۳] نقــطه A گویند و مقدار آنرا از صفر تا 90°ویا ازصفر تا -90° اندازه‌میگیرند برحسب‌آنکه نقطه A در نیمکره شامل Q و یا در نیمــکره غیرشامل Q' واقع باشد طول و عرض سماوی را بترتیب به حروف lو b نمایش می‌دهند .

دایره عظیمه‌ای که برنقاط QوP می‌گذرد دایرةالبروج را در دو نقطه σوσ' قطع میکند که بنام انقلابین موسوم‌اند. صفحه دایره عظیمه فوق‌الذکر بر صفحات دوائر ساعتی نقاط γوγ' عموداست زیرااین‌صفحه‌بر PP'،QQ' می‌گذردکه این دو خط بترتیب بر صفحه استوا وصفحه دایرةالبروج عمود می‌باشند پس صفحه مذکور بر فصل مشترك صفحات اخیر یعنی خط $\gamma\gamma'$ عموداست σ را نقطه نزدیکتر بقطب شمــال Pوσ' را نقطه دورتر اختیار می‌کنند مختصات

۱— *Coordonnées écliptiques; Ecliptic co-ordinates.*

۲ — *Longitude céleste; Celesial longitude.*

۳— *Latitude céleste; Celestial latitude.*

این نقاط بترتیب عبارتست از :

$$\sigma' \begin{cases} \alpha = ۱۸^h \\ \delta = -\varepsilon = -۲۳°,۲۷' \end{cases} \qquad \sigma \begin{cases} \alpha = ۶^h \\ \delta = +\varepsilon = ۲۳°,۲۷' \end{cases}$$

σ و σ' را بترتیب انقلاب تابستانی (۱) و انقلاب زمستانی (۲) گویند زیرا خورشید در اول تابستان ازنقطه σ و در اول زمستان از σ' میگذرد درانقلابین میل خورشید از لحاظ قدر مطلق ماکزیمم است .

برای آنکه دستگاه مختصات دایرةالبروج بر دستگاه مختصات استوائی منطبق گردد کافی است که آنرا حول محور $o\gamma$ باندازه زاویه ε دوران دهیم .

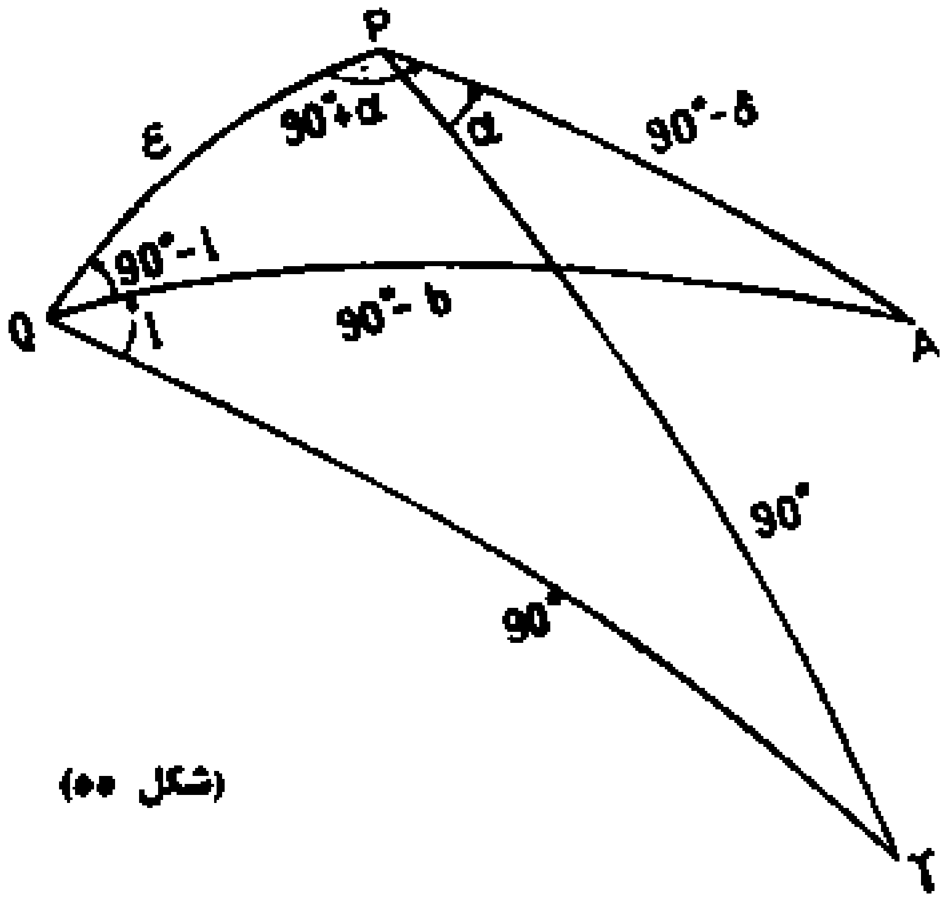
مختصات دایرةالبروجی قطب P و مختصات استوائی قطب Q بترتیب عبارتند از :

$$Q \begin{cases} \alpha = ۱۸^h \\ \delta = ۹۰° - \varepsilon \end{cases} \qquad P \begin{cases} l = ۹۰° \\ b = ۹۰° - \varepsilon \end{cases}$$

اگر A موضع یکستاره روی کره سماوی باشد و مختصات استوائی آن بترتیب α و δ و مختصات دایرةالبروجی آن بترتیب l و b باشد میخواهیم رابطه مابین این دودستهمختصات بدست‌آوریم برای این کار مثلث‌کروی PQA را رسم میکنیم (شکل ۵۵) عناصر این مثلث عبارتند از :

$$\text{اضلاع} \begin{cases} PQ = \varepsilon \\ PA = ۹۰° - \delta \\ QA = ۹۰° - b \end{cases}$$

$$\text{زوایا} \begin{cases} P = ۹۰° + \alpha \\ Q = ۹۰° - l \\ A = S \end{cases}$$



(شکل ۵۵)

زیرا مثلث γPQ قائم‌الضلعین‌است پس قائم‌الزوایا نیز بوده و داریم :

$$\gamma\hat{P}Q = \gamma\hat{Q}P = ۹۰°$$

1— *Solstice d' été; Summer solstice*

2— *Solstice d'hiver; Winter solstice*

و روابط زیر مابین‌عناصر مثلث PQA موجوداست .

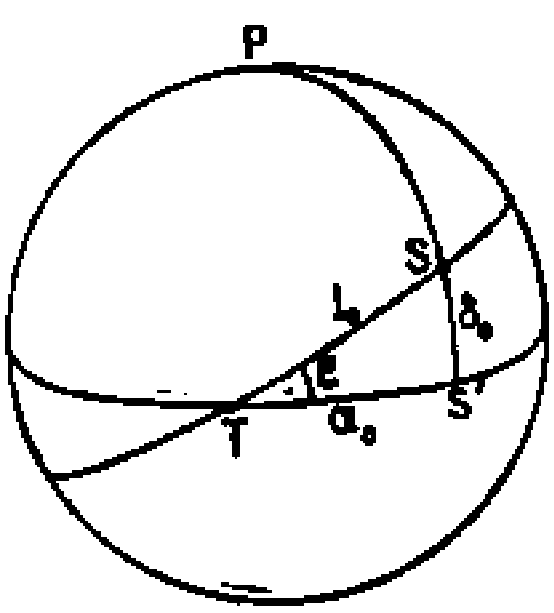
$$(۱)\begin{cases} \sin b = \cos\varepsilon \sin\delta - \sin\varepsilon \cos\delta \sin\alpha \\ \cos b \cos l = \cos\delta \cos\alpha \\ \cos b \sin l = \sin\varepsilon \sin\delta + \cos\varepsilon \cos\delta \sin\alpha \end{cases}$$

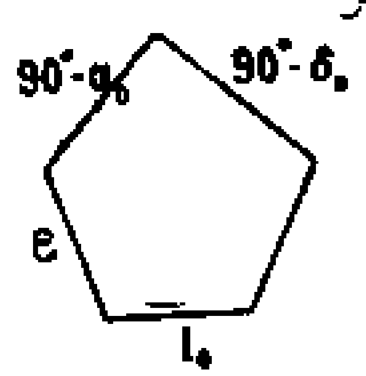
$$(۲)\begin{cases} \sin\delta = \cos\varepsilon \sin b + \sin\varepsilon \cos b \sin l \\ \cos\delta \cos\alpha = \cos b \cos l \\ \cos\delta \sin\alpha = -\sin\varepsilon \sin b + \cos\varepsilon \cos b \sin l \end{cases}$$

از روی فرمولهای فوق می‌توان مختصات دایرةالبروجی را برحسب مختصات‌استوائی بدست آورد و بالعکس . همچنین میتوان‌نسبتهای‌نپر را بهمین منظور بکار برد .

٤٤ــ مختصات استوائی خورشید ــ زمـــان نجومی : درشماره ٤٣ رابطه‌مابین مختصات استوائی و مختصات دایرةالبروجی یك ستاره‌رادیدیم اگر ستاره مورد نظر خورشید باشد روابط فوق ساده می‌شود زیرا درمورد خورشید $b = ۰$ است (راجع به عرض سماوی خورشید بطور دقیق و مفصل در جلد دوم این‌کتـــاب صحبت‌می‌کنیم یعنی در حقیقت با قراردادهائی که در مورد صفحه متوسط دایرةالبروجی اتخـــاذکرده‌اند b خیلی نزدیك بصفراست ولی صفـــر واقعی نیست) .

برای تعیین روابط مابین مختصات استوائی و دایرةالبروجی خورشید بجای آنکـــه از روابط دستگاه (۲) شماره ٤٣ استفاده کرده وآنهارا بصورت ساده‌تری درآوریم بهتـــراست که از مثلث قائم‌الزاویه $\gamma ss'$ استفاده کنیم ، (شکل ٥٦) ــ اضلاع این مثلث بترتیب روی استوا و دایرةالبروج و دایره ساعتی خورشید واقع‌است و اجزاء این مثلث عبارتند از :





(شکل ٥٦)

(مختصات خورشید را با اندیس صفـــر نشان داده‌ایم تا از مختصات ستارگان متمـــایز ســـاشد) :

$$\gamma s' = \alpha_0 \qquad \gamma = \varepsilon$$
$$ss' = \delta_0 \qquad s' = ۹۰°$$
$$\gamma s = l_0 \qquad s = s$$

از روی پنج ضلعی نپر روابط زیر مابین‌عناصر این مثلث بدست میآید :

$$(۱)\begin{cases} \sin\delta_\circ = \sin\varepsilon \sin l_\circ \\ \sin\alpha_\circ = \cot g\varepsilon \, tg\delta_\circ \\ tg\alpha_\circ = \cos\varepsilon \, tg l_\circ \\ \cos l_\circ = \cos\alpha_\circ \cos\delta_\circ \end{cases}$$

دراین فرمولها اگر δ مثبت باشد αرا بین صفر و ۱۸۰ درجه می‌باشند. اگر δ منفی باشد αرا بین ۱۸۰°و۳۶۰° درجه خواهندبود و بالعکس (به تبصره مربوط به شماره ۷ مراجعه شود) .

اگر میل دایرةالبروج یعنی ε و میـل‌خورشید یعنی $\delta_\circ$ معلوم باشد از روی دورابطه اول و دوم میتوان طول سماوی و بعد خورشیدرا بدست‌آورد. میل دایرةالبروج از ثابتهـای اصلی نجوم‌است و مقدار آن دقیقاً معین است (دراینجا کلمه ثابت معنی واقعی خودرا نمیدهد زیرا همانطور که ذکر شد میل دایرةالبروج تغییرات بسیار کوچکی نسبت بزمان دارد ولی این تغییرات برحسب زمان کاملا مشخص‌است) اما میل خورشید را می‌توان هرروز در موقع ظهر حقیقی بوسیله رصد نصف‌النهاری تعیین کرد. بنا براین می‌توان هرروز حرکت‌خورشید را چه برحسب l و چه برحسب α بمنظوربدست‌آوردن قوانین حـرکت خورشید تعقیب نمود .

از رابطه سوم برای بدست‌آوردن تغییرات بعد خورشید نسبت بزمان استفاده میشود. بکمك رابطه دوم بطوریکه ذکر شد وقتی میل خورشید معلوم باشد می‌توان بعد آنرا بدست آورد . وبدین‌طریق ملاحظه می‌شود که خورشید وسیله‌اصلی برای تعیین بعد میباشد. در حقیقت نقطه γ که مبدء اندازه‌گیری بعد و طول سماوی است نقطه‌ایست مجازی که هیچ نشانه‌ای در آسمان درمحل‌آن موجودنیست که بتوان‌آنرا رصدکرده و موضع ستارگان را نسبت به آن مشخص نموده و بدینطریق بعد ستارگـان راتعیین نمود ولی بوسیله رصد خورشید و تعیین میل آن همواره می‌توان بعد خورشیدرا بدست آورد. وسپس با رصد سایر ستارگان آنها را به نقطه γ مربوط نموده و بعدشانرا بـدست آورد. فقط چندروزی که خورشید در حوالی نقاط انقلابین‌است چون زاویه $\alpha_\circ$ نزدیك بـه ۹۰° میباشد و مقدار $\alpha_\circ$ ازروی سینوس بدست میآید بطوریکه ذکر شد مقدار آن بطـوردقیق تعیین نخواهدشد ولی در بقیه اوقات‌مقدار $\alpha_\circ$ بطور دقیق بدست می‌آید. ستارگانی که بعدشان‌را بکمك خورشید بدست می‌آورند بهستارگان اصلی موسومند .

رصدخانه‌هائی که برنامه آنها شامل تنظیم جداول ستارگان اصـلی‌است مرتباً همه‌روزه

خورشیدرا در هنگام اوج یعنی در موقع ظهـر حقیقی بوسیـله دوربین نصف‌النهاری رصـد میکنند و زمان لحظه عبور مرکز خورشید رااز نصف‌النهار مکان از روی ساعت نجومی‌رصد خانه می‌خوانند و یا بوسیله کرنوگراف ثبت میکنند که آنرا به τ نمایش میدهند وضمنـاً فاصله سمت‌الرأسی مرکز خورشید را هنگام‌عوربر نصف‌النهار مکان میخوانند و از روی آن میل خورشید بدست میآید و با استفاده ازرابطه‌دوم دستگاه (۱) مقدار $\alpha_{\circ}$ یعنی بعد مرکـز خورشید هنگام عبور از نصف‌النهار حساب می‌شود که برابراست با زمان نجومی مکان کـه آنرا به T نمایش میدهیم . تفاضل $T-\tau$ تصحیح ساعت رصدخانه‌است و همه‌روز تصحیح ساعت را بدست‌آورده و منحنی نمایش آنـرارسم میکنند و از روی این منحنی مقدارتصحیح ساعت در هر لحظه مشخص می‌شود و ضمناً هرشب عده‌ای از ستارگان را بوسیله دستگاه نصف النهاری رصد کرده و زمان لحظه رصد هـرستـاره را از روی ساعت نجومی رصد خانـه ثبت میکنند و با افزودن تصحیح ساعت برمقدارثبت‌شده زمان نجومی لحظه رصد بدست میآید که برابراست با بعد ستاره مزبور و میل ستـاره‌نیز از روی زاویه سمت‌الرأسی ستاره هنگـام عبور از نصف‌النهار حاصل میشود و بـدین‌طریق مختصات استوائی ستارگان‌اصلی‌را مشخص میکنند. بعد ستارگان اصلی که‌بدینطریق بدست‌میآید بعد مطلق نامیده میشود .

ستارگان اصلی نیز بنوبه خود تشکیل نشانه‌هائی برای تعیین بعد سایر ستارگان میدهند یعنی بوسیله رصد نصف‌النهاری این ستارگان‌می‌توان تصحیح ساعت را مشخص نموده وازآن برای تعیین بعد سایر ستارگان استفاده نمـودبعدهائیکه بدین‌شکل تعیین می‌شونـد بعدهای نسبی میگویند ولی بطوریکه ملاحظه گردیدستارگان به‌تنهائی نمیتوانند زمـان نجومی را مشخص نمایند تا از روی آن بعد سایر ستارگان‌تعیین‌شود و در حقیقت هنگامیکه رصدهـای نسبی بمنظور تعیین زمان نجومی انجام میگیردنتایج این رصدها به‌نتایج رصدهای قبلی وگاهی رصدهای خیلی‌قبل خورشید مربوط‌میشود زیرابعد ستارگان اصلی که مورداستفاده قرارمیگیرد ازروی رصدهای قبلی خورشید تعیین شده‌است‌پس تنها خورشیداست که میتواند زمان نجومی را مشخص نماید و نباید از کلمه زمان نجومی‌تصور کنیم که ممکن‌است زمان نجومی را بـه وسیله ستارگان بدون دخالت خورشید تعیین‌نمـود .

باآنکه خورشید تنها مرجع تعیین زمان نجومی و بعد ستارگان‌است معهـذا رصدهای نسبی تنها عمل جاری عموم رصدخانه‌هااست وعلت‌آن‌است که اجرای رصـدهای نسبی بسیار آسانتر از رصدهای مطلق‌است زیرا اولا هرروزفقط یك‌مرتبه خورشید از نصف‌النهار مکـان

میگیرد ثانیاً در موقع رصد خورشید بایستی احتیاطهای خاصی جهت حذف اثر گرم‌شدن دستگاه و هوای اطاق محل رصد بعمل آید . درحالیکه رصد ستارگان این اشکال را نداشته ، علاوه براین راصد میتواند در هر شب بتعداددلخواه عبور ستارگان اصلی را از نصف‌النهار مکان رصدکننده اندازه بگیرد و قادراست که اشتباهات تصادفی رصدها را از بین برده و تصحیح ساعت نجومی محل را با دقت کافی مشخص نماید .

رصد مطلق و تعیین مختصات استوائی ستارگان اصلی جزء برنامه تعداد محدودی از رصدخانه‌ها میباشد ولی رصدهای نسبی جهت تعیین زمان نجومی و یا وضع سایر ستارگان جزء برنامه روزانه اکثر رصدخانه‌هاست .

مسئله زمان نجومی و تعیین آنرا ازروی ستارگان اصلی مجددا در جلددوم این کتاب پس‌ازآنکه تغییرمکان مختصات اصلی بیان شدبطور دقیقتری مورد مطالعه قرار خواهیم داد

۴۵ــ حرکت خورشید برحسب طول سماوی ــ در شماره ۴۴ متذکر شدیم که بوسیله رصد و اندازه‌گیری میل خورشید میتوان در حرکت خورشید برحسب طول سماوی مطالعه کرد و در اینجا تفصیل این مطالعه را انجام‌میدهیم .

از زمان کپرنیك حرکت زمین بدور خورشید مسلم گشت و کپلر با مطالعه و حسابهای دقیق از روی رصدها ی انجام شده بوسیله تیخوبراهه قوانین حرکت سیارات و منجمله زمین را بدور خورشید محقق و تعیین نمود. این‌قوانین که سبب طرح اصول مکانیك و کشف قانون جاذبه عمومی نیوتن گردیده‌است درکتب‌مکانیك بخصوص در مکانیك سماوی موردبحث ومطالعه قرار میگیرد و ما دراینجا فقط بــه‌ذکر نتایج آن درحــرکت ظاهری خورشید میپــردازیم. درحقیقت زمین بدور خورشیدمیگردد و امتداد خط واصل بین مرکز خورشید وزمین درفضا تغییر می‌کند و درنتیجه ناظری‌که از سطح زمین در زمانهای مختلف خورشید را رصد میکند می‌بیند که خورشید محل خودرا درآسمان (یعنی نسبت به‌کره ثوابت) تغییر میدهد و درمدت یکسال یکدور حول زمین میگردد وسرعت نسبی حرکت ظاهری‌خورشید نسبت بدستگاههای مختصات متصل به زمین همان سرعت نسبی حرکت زمین بدستگاههای متصل بخورشید و ثوابت میباشد. بنا براین‌قانون حرکت ظاهری خورشید همان قــانون حرکت واقعی زمین بدور خورشیداست کــه‌کپلر درمورد سیارات بدست آورده‌است و در نتیجه قانون اول و دوم کپلــر درموردحرکت‌واقعی زمین بدور خورشیداست که کپلر در مورد سیارات بدست آورده‌است و درنتیجــه‌قانون اول و دوم کپلر درمورد حرکت‌ظاهری

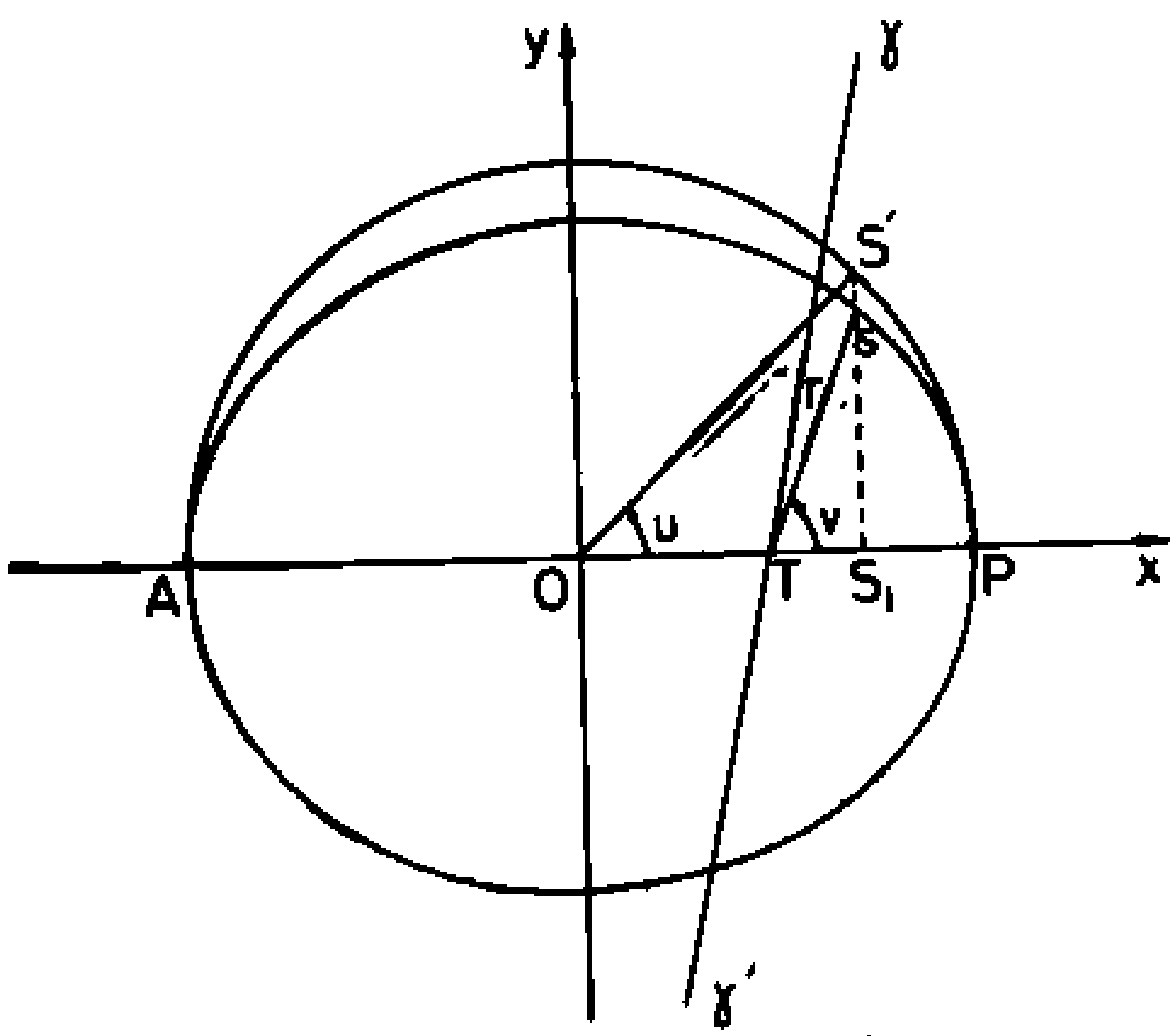
خورشید بصورت زیر بیان می‌شود .

۱ــ خورشید در حرکت ظاهری خود نسبت بزمین مسیر بیضی‌شکلی‌را میپیماید که زمین در یکی از کانونهای آن واقع‌است و صفحه این بیضی صفحه دایرةالبروج میباشد .

۲ــ سرعت سطحی حرکت مذکور ثابت‌است .

فرض‌کنیم که در صفحه دایرةالبروج T زمین و AP قطر اطول بیضی مسیر خورشید در حرکت ظاهری بدور زمین باشد (شکل ۵۷) T در محل یکی از کانونهای بیضی واقع‌است و رأس نزدیک باین کانون را حضیض(۱) خورشید گویند و آنرا به P نمایش میدهند و رأس دور یعنی A را اوج(۲) خورشید می‌نامند و قطر اطول AP بخط اوج وحضیض(۳) موسوم‌است .

در اینجا متذکر میشویم که مقصود از اوج وحضیض خورشید مواضعی از مسیر ظاهری خورشیداست که بترتیب در دورترین‌فاصله و یا نزدیکترین فاصله اززمین قراردارد (این همان اصطلاحی‌است که قدما برای این‌مواضع بکار برده‌اند) و نباید آنها را با اوج و حضیض مدار یومی خورشید که عبارتست‌از نقاط عبور خورشید از نصف‌النهار مکان در حرکت یومی اشتباه نمود یعنی در هر شبانه‌روز خورشید یکبار در اوج و یکبار در حضیض مدار یومی خود می‌باشد ولی در هرسال یکباراز اوج و یکبار از حضیض مسیر حرکت‌ظاهری خود نسبت بزمین عبور مینماید .



(شکل ۵۷)

حرکت ظاهری خورشید روی بیضی‌مسیر درجهت مثبت مثلثاتی‌است و اگر $\gamma T\gamma'$ امتداد اعتدالین روی صفحه دایرةالبروج‌بوده‌و S موضع خورشید در لحظه t باشد زاویه γTS طول مساوی خورشید در لحظه t میباشد

۱— *Périgée; Perigee.*
۲— *Apogée; Apogee.*
۳ — *Ligne des apsides; Apse line*

طول سماوی خورشید را وقتی درموضع حضیض خود قرار دارد به ϖ نمایش میدهند (مقدار ϖ همواره ثابت نیست زیـــرا همانطور که قبلا نیز ذکر شد محل نقطـه در صفحه دایرةالبروج کاملا ثابت نمی‌باشـدو دارای حرکات بطیئی‌است که در جلد دوم این‌کتاب مطالعه می‌شود و مقدار ϖ در اول‌سال ۱۹۵۰ میلادی برابر با ۴′/۵ ۲۸۲° بوده‌است) و باید دانست‌که خورشید درحوالی ۱۲ دی از حضیض و در حوالی ۱۱ تیرماه از اوج خود عبور میکند .

اگر t_0 را زمان عبور خورشید از حضیض خود فرض کنیم موضع خورشید در لحظه t در صفحه دایرةالبروج بوسیله‌شعاع حامل $r = TS$ وزاویه $v = PTS$ کاملا مشخص‌میشود. این زاویه را آنومالی حقیقی خورشید گویندوطول سماوی خورشید درلحظه t برابراست با $\varpi + v$ پس مسئله تعیین حرکت خورشید برحسب طول سماوی بـــه تعیین تغییـــرات v برحسب زمان مطلق منجر می‌گردد .[1]

اگر a و b بترتیب نیم اقطار بیضی و e خروج از مرکز آن باشد و دستگاه مختصـات متعامـــد oxy را طوری درنظر بگیریم که ox و oy بترتیب بر قطر اطول و اقصربیضی منطبق گردد و S' نقطه هم طول با S واقع‌روی دایر اصلی بوده و زاویه POS' را کـه به آنومالی مرکزی موسوم‌است بـــه u نمایش‌دهیم مختصات نقطه S نسبت به دستگاه xy عبارتست از :[2]

$$\begin{cases} x = a\cos u \\ y = \overline{S_1S'} = \dfrac{\overline{SS'} \times b}{a} = b\sin u = a\sqrt{1-e^2}\,\sin u \end{cases}$$

و از طرف دیگر داریم:

$$(1)\quad \begin{cases} r\cos v = x - c = a\cos u - ae = a(\cos u - e) \\ r\sin v = y = a\sqrt{1-e^2}\,\sin u \end{cases}$$

و خواهیم‌داشت :

۱—*Anomalie vraie; True anomaly*

۲— *Anomalie excentrique; Eccentric anomaly*

$$(۲)\begin{cases} r=\sqrt{(x-c)^2+y^2}=a\sqrt{(\cos u-e)^2+(1-e^2)(1-\cos^2 u)}=a(1-e\cos u)\\ \cos v=\dfrac{x-c}{r}=\dfrac{\cos u-e}{1-e\cos u}\\ \sin v=\dfrac{y}{r}=\dfrac{\sqrt{1-e^2}\sin u}{1-e\cos u}\end{cases}$$

طبق قانون دوم کپلر سرعت سطحی مقداریست ثابت و تمام بیضی که مساحتش πab است در مدت یکسال که این مدت را به A نمایش میدهیم توسط خورشید طی میشود و شعاع حامل زمین خورشید سطح PTS را در مدت $t-t_0$ می‌پیماید پس رابطه زیر بدست میآید :

$$\frac{\text{سطح}\ PTS}{\pi ab}=\frac{t-t_0}{A} \qquad (۳)$$

و مساحت سطح PTS برابر است با تفاضل سطح POS از سطح مثلث TOS و میدانیم که بیضی تصویر دایره اصلی خودماست درصورتیکه صفحه دایره اصلی با صفحه بیضی زاویه φ بسازد بشرط آنکه $\cos\varphi=\frac{b}{a}$ باشد پس سطح POS تصویر سطح POS' است. بنا براین خواهیم داشت :

$$\text{سطح}\ PTS=\frac{a^2u}{2}\times\frac{b}{a}-\frac{1}{2}cy=\frac{abu}{2}-\frac{1}{2}aeb\sin u=\frac{ab}{2}(u-e\sin u)$$

و اگر مقدار فوق را در رابطه (۳) قراردهیم خواهیم‌داشت :

$$u-e\sin u=\frac{2\pi}{A}(t-t_0)=n(t-t_0) \qquad (۴)$$

عامل $\frac{2\pi}{A}$ که ما آنرا به n نمایش می‌دهیم عبارتست از سرعت‌زاویه‌ای متوسط‌حرکت خورشید نسبت بزمین در یکسال و آنرا متوسط‌حرکت[1] نامند و مقدارش را که بعداً روشن خواهیم‌کرد عبارتست از :

در یکشبانه‌روز متوسط $n=\dfrac{1296''000}{365/25}=3548''/2=0^\circ/98561$

یعنی اگر بفرض شعاع حامل زمین خورشید دارای سرعت زاویه‌ای ثابتی بود در هر

۱—*Moyen mouvement; Mean motion.*

شبانه‌روز متوسط زاویه‌ای برابر ۳۵۴۸″/۲ طی‌میکرد، پس مقدار $n(t-t_0)$ عبارتست از زاویه شعاع حامل زمین و خورشید با خط TP در لحظه t اگر خورشید با حرکت دورانی متشابه بدور زمین دوران مینمود و آنراآنومالی‌متوسط[1] نامند و بحرف M نمایش میدهند ، بدینطریق معادله (٤) که بمعادله کپلر معروف‌است بصورت زیر درمیآید :

$$u-e\sin u=M \qquad (۵)$$

بطوریکه ذکر شد برای تعیین موضع خورشید در صفحه دایرةالبروج در هر لحظه‌باید r,v را در آن لحظه تعیین کنیم برای‌اینکار ابتدا M را حساب کرده و با حل معادله کپلر u را تعیین می‌کنند و سپس از روی معادلات (۱) و یا (۲) r,v بدست می‌آیند :

خروج از مرکز مدار خورشید کوچك است. بنابراین در محاسبات تقریبی میتوان از مربع آن صرفنظر نمود و درسال ۱۹۵۰ میلادی مقادیر e و e^2 چنین بوده است :

$$e=۰/۰۱۶۷۳ \quad \text{و} \quad e^2=۰/۰۰۰۲۸$$

و ما در اینجا مقادیر v و r را برحسب M تا مرتبه اول تقریب نسبت به e بدست میاوریم (البته برای محاسبه جداول دقیق نجومی نمیتوان از این جوابها استفاده نمود) . با استفاده از رابطه آخر دستگاه (۲) خواهیم داشت :

$$\sin(v-u)=\sin v\cos u-\sin u\cos v=\frac{e\sin u-\sin u\cos u(۱-\sqrt{۱-e^2})}{۱-e\cos u}$$

و یا :

$$\sin(v-u)=[e\sin u-\sin u\cos u(\frac{۱}{۲}e^2+\cdots)](۱+e\cos u+\cdots)$$
$$=e\sin u+\cdots$$

واز روی بسط Arcsinx تا جمله‌مرتبه اول برحسب e خواهیم داشت :

$$v-u=e\sin u$$

و از معادله کپلر داریم :

$$u=M+e\sin u$$

پس حاصل می‌شود :

$$v=M+۲e\sin u$$

ویا :

---

۱ – *Anomalie moyenne; Mean anomaly.*

$$v = M + 2e\sin(M + e\sin u) = M + 2e[\sin M\cos(e\sin u) + \cos M\sin(e\sin u)]$$

ویا :

$$v = M + 2e[\sin M(1 + \cdots) + \cos M(e\sin u + \cdots)]$$

پس تامرتبهٔ اول تقریب برحسب e خواهیم داشت :

$$v = M + 2e\sin M + \cdots \qquad (۶)$$

واز رابطهٔ اول دستگاه (۲) بهمین ترتیب که درمورد v عمل شد حاصل میشود .

$$r = a(1 - e\cos u) = a(1 - e\cos M + \cdots) \qquad (۷)$$

روابط (۶)و(۷) که تا مرتبهٔ اول برحسب e نوشته شده‌اند مقادیرتقریبی r و v را با تقریب کافی جهت مطالعه درتغییرات طول سماوی بدست میدهند بسط کاملتر این مقادیررا بعداً خواهیم دید وطول سماوی خورشید درهرلحظه تامرتبهٔ اول تقریب برحسب e عبارتست از :

$$l_\circ = \varpi + v = \varpi + M + 2e\sin M + \cdots \qquad (۸)$$

بطوریکه ازرابطهٔ فوق ملاحظه میشود تغییر طول سماوی خورشید نسبت بزمان مطلق یکنواخت نیست وشامل جملهٔ متناوب $2e\sin M$ نیز میباشد که دورهٔ تناوب آن یکسال است وتغییرات فوق را معادلهٔ مرکز[۱] نامند .

اگر متحرك فرضی رادر نظر بگیریم که باخورشید دریك لحظه از نقطهٔ حضیض حرکت نموده وروی دایره‌ای بمرکز T واقع درصفحهٔ دایرةالبروج باسرعت ثابت n حرکت کند پس ازطی یکسال این متحرك وخورشید باهم دریك لحظه بنقطهٔ حضیض میرسند ولی دربین راه گاهی خورشید ازمتحرك فرضی جلوافتاده وگاهی عقب میماند . طول متحرك فرضی فوق‌الذکر درهرلحظه عبارتست از : $l = \varpi + n(t - t_\circ) = \varpi + M$ پس اختلاف طول سماوی خورشید ومتحرك فرضی عبارتست از $2e\sin M$ یعنی معادلهٔ مرکز . اگر $M = \pi$ باشد یعنی متحرك فرضی درامتداد TA قرارگرفته باشد طول سماوی خورشید نیز برابر $\pi + \varpi$ میشود (زیرا $\sin M = 0$) پس هنگامیکه خورشید دراوج قرارگرفته است طول سماوی خورشید ومتحرك فرضی برابراست ومتحرك فرضی درامتداد شعاع دید خورشید قراردارد . حداکثر جلو ویا عقب افتادن خورشید ازمتحرك فرضی برابر است با $2e$ که مقدار آن برحسب واحد درجه چنین است :

۱- *Equation du centre; Equation of center*

(درسال ۱۹۵۰) $2e = 2 \times 0/01672 \times 3438' = 115'$

یعنی حداکثراختلاف طول سماوی خورشید ومتحرك فرضی درحدود ۲ درجه است و این زاویه را خورشید درحدود دوروزطی میکند واین موضوع قابل ملاحظه بوده وازنظر قدما نیزدورنمانده است وبطلمیوس مقدارآنرا احتمالا براساس‌محاسبات ابرخس '۱۴۳ ذکر نموده وکپرنیك مقدارآنرا '۱۱۱ تعیین نموده است .

برای تعیین سرعت زاویه‌ای حرکت ظاهری خورشید درهرلحظه باید ازرابطه (۸) برحسب زمان مشتق بگیریم ویا درنظرگرفتن $n = \frac{dM}{dt}$ خواهیم داشت :

$$\frac{dl_\circ}{dt} = n(1 + 2e\cos M + \dots) = 3548''/2 + 118''/7\cos M + \dots \quad (9)$$

اگر s نیم قطر ظاهری خورشید و R شعاع آن باشد داریم $\sin s = \frac{R}{r}$ و فرض کنیم‌که $s_\circ$ نیم قطرظاهری خورشید بازاء $r = a$ باشد یعنی $\sin s_\circ = \frac{R}{a}$ پس داریم

$\sin s = \frac{a}{r} \sin s_\circ$ وچون s و $s_\circ$ خیلی کوچکند محسوساًمیتوان نوشت $s = \frac{a}{r} s_\circ$

ویا :

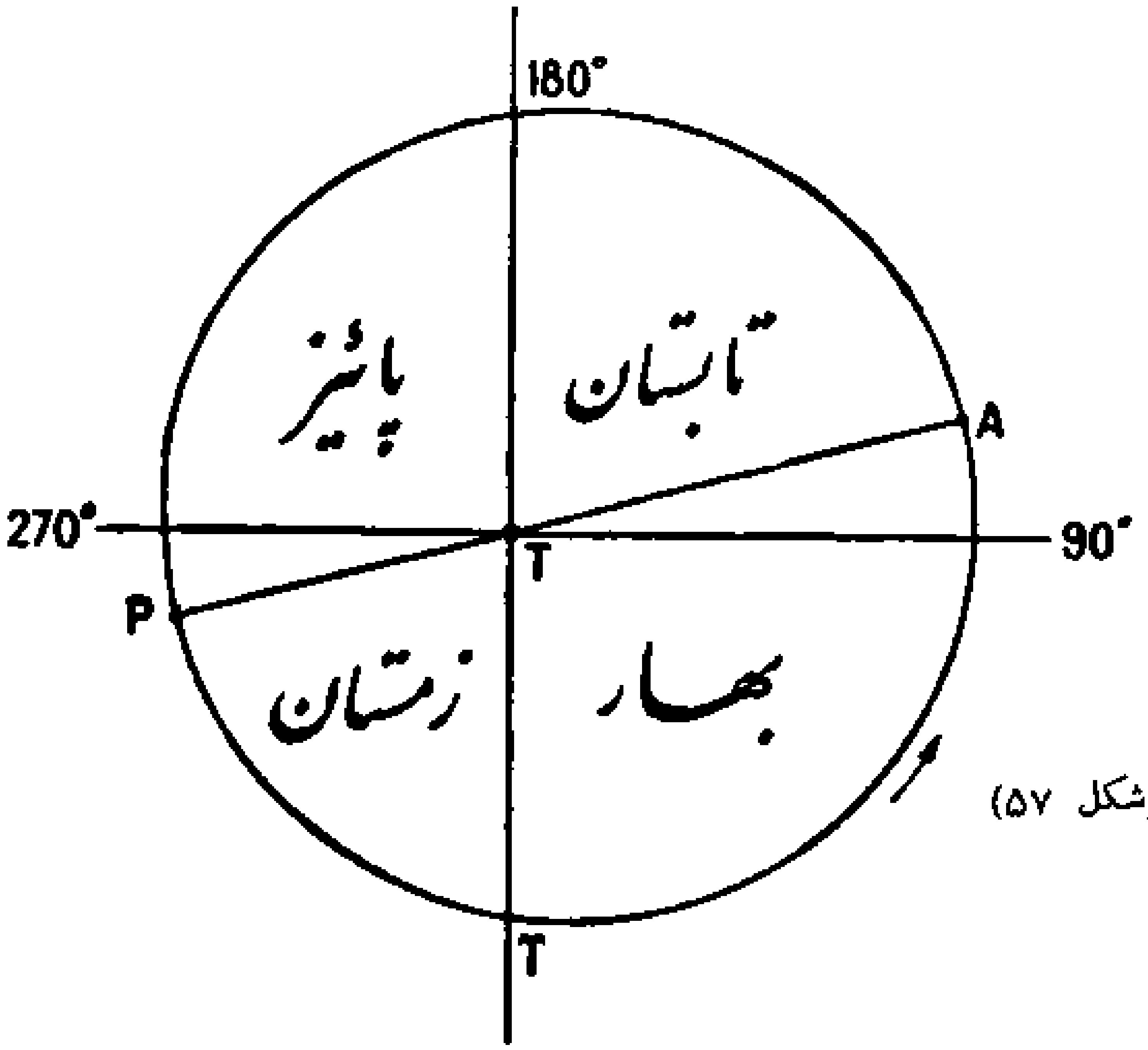
$$s = s_\circ \frac{a}{a(1 - e\cos M + \dots)} = s_\circ(1 + e\cos M + \dots)$$

وچون $s_\circ = 16'0''$ میباشد پس خواهیم داشت : $s = 16'0'' + 16''\cos M$

جدول زیرمقادیر تقریبی توابع $\frac{r}{a}$ و v و $\frac{dl_\circ}{dt}$ و s را بازاء مقادیر M در لحظهٔ ورود متحرك فرضی بهریك ازربع‌های دایره مسیرمتحرك فرضی بدست میدهد.

	۹ مهر	۱۱ تیر	۱۴فروردین	۱۲دی
M	°۲۷۰	°۱۸۰	°۹۰	°۰
$\frac{r}{a}$	۱/۰۰۰۰۰	ماگزیمم۱/۰۱۶۷۳	۱/۰۰۰۰۰	می‌نیمم۰/۹۸۳۲۷
v	'۵و°۲۶۸	°۱۸۰	'۵۵و°۹۱	°۰
$\frac{dl_\circ}{dt}$	"۸و'۵۹	می‌نیمم"۹و'۵۷	"۸و'۵۹	ماگزیمم"۷و'۶۱
s	"۵و'۱۶	می‌نیمم"۴۴و'۱۵	"۰و'۱۶	ماگزیمم"۱۶و'۱۶

٤٦ــ فصــول : خطاعتدالین وخط انقلابین صفحه دایرةالبروج را به چهارربع تقسیم میکنند(شکل۵۷) ومدتی راکه خورشیدضمن حرکت ظاهری خود درهریك ازربعها میباشد یك فصل نامند واین فصول را ازنقطه γ بهبعد بترتیب بهاروتابستان وپائیروزمستان گویند یعنی بهارازوقتی است که میل خورشید صفراست تا وقتیکه میل آن ماکزیمم گردد ($\varepsilon =$ ۲۳°و۲۷′) وازوقتیکه میل خورشید روبهنقصان‌گذارد تاوقتیکه مجددا صفرشود فصل تابستان است وازآن وقت تاموقعیکه میل خورشید مینیمم شود ($-\varepsilon$) پائیر بوده وپس از آن تاوقتیکه میل آن صفرگردد زمستان میباشد وبعبارت دیگرمیتوان گفت که از وقتیکه



(شکل ۵۷)

طول خورشید ازصفرتا°۹۰ تغییرمیکند بهاراست وازْ°۹۰ تا °۱۸۰ تابستان واز °۱۸۰ تا °۲۷۰پائیز واز°۲۷۰تا°۳۶۰ زمستان میباشد وچون حرکت خورشید برحسب طول سماوی یکنواخت نیست پس طول مدت فصول برابر نخواهد بود و اکنون با استفاده از محاسبات شماره ۴۵ طول هریك ازفصول را حساب میکنیم بطوریکه دیدیم .

$$l_\circ = ۲۸۲°و۴/۵' + M + ۱۱۵' \sin M + \cdots \quad (\text{در } ۱۹۵۰)$$

$$M = ۳۵۴۸''/۲ (t - t_\circ)$$

۱– *Saisons*

و t_0 برای سال ۱۹۵۰ عبارتست از : ۳/۰۲ ژانویه ۱۹۵۰ = t_0

معنی رابطهٔ اخیر این است که خورشید درابتدای روزسوم ژانویه ۱۹۵۰ میلادی کمی بعد از نیمه شب (بمقدار ۲۹ ^{m} = ۰/۰۲ روز) ازحضیض خود عبورمیکند ودرآن‌موقع طول سماوی‌اش برابربا '۲۸۲°و۴/۵ = ϖ میباشد (لحظهٔ عبور برحسب زمان قانونی وتقویم رسمی ایران عبارتست ازساعت ۳ و ۵۹ دقیقه روز ۱۳ دیماه ۱۳۲۸ شمسی هجری) زمان شروع هرفصل ازرابطهٔ دوم بامعلوم بودن M بدست میآید و برای تعیین M در لحظات شروع هرفصل باید معادلهٔ اول را برحسب مقادیر l_0 درابتدای هرفصل حل نمود وبطوریکه درشماره قبل دیدیم '۲۸۲°و۴/۵ − l_0 = v وازطرفی با درنظر گرفتن رابطه (۶) شماره قبل ملاحظه میشود که مقدار M و v بهم نزدیك است (حداکثر اختلافشان در حدود '۱۱۵ است) واگردرجملهٔ '۱۱۵ $\sin M$ بجای M مقدار v را قراردهیم اشتباهی از مرتبهٔ دوم مرتکب شده‌ایم وقابل صرفنظر کردن میباشد پس رابطهٔ اول را میتوان بصورت زیر نوشت:

$$M = v - ۱۱۵' \sin v$$

وبا درنظر گرفتن رابطهٔ دوم حاصل میشود :

$$v - ۱۱۵' \sin v = ۳۵۴۸''/۲ (t - t_0)$$

ومقادیر v درابتدای هریك ازفصول بادرنظر گرفتن رابطهٔ '۲۸۲°و۴/۵ − l_0 = v و با افزودن °۳۶۰ درمواقع لزوم چنین است :

ابتدای بهار	ابتدای تابستان	ابتدای پائیز	ابتدای زمستان	ابتدای بهارسال بعد
۷۷°و۵۵'/۵	۱۶۷°و۵۵'/۵	۲۵۷°و۵۵'/۵	۳۴۷°و۵۵'/۵	۴۳۷°و۵۵'/۵

وبا بردن این مقادیردررابطه فوق‌الذکرمقادیرزیر برای $t - t_0$ در ابتدای هرفصل بدست میآید .

فصول	طول فصول	$t - t_0$	شروع هرفصل
بهار	۹۲/۸۱ روز	۷۷/۱۶	ابتدای بهار
تابستان	۹۳/۶۲	۱۶۹/۹۷	ابتدای تابستان
پائیز	۸۹/۸۲	۲۶۳/۵۹	ابتدای پائیز
زمستان	۸۹/۰۰	۳۵۱/۴۱	ابتدای تابستان

برای تعیین زمان شروع هرفصل درسال ۱۹۵۰ کافی استکه بمقادیر $t - t_0$ مقدار t_0 را درسال ۱۹۵۰ اضافه کنیم وبدین ترتیب لحظه شروع هرفصل درآن سال بدست میآید

بشرح زیر :

فصول	لحظه شروع فصول درسال ۱۹۵۰ برحسب زمان بین‌المللی	لحظه شروع فصول سال ۱۳۲۹ شمسی برحسب زمان قانونی ایران
بهار	روز ۲۱/۱۸ مارس (۲۱/۱۹۱)	۵^m و ۸^h اول فروردین
تابستان	۲۱/۹۹ ژوئن (۲۱/۹۸۴)	۷^m و ۳^h اول تیرماه
پائیز	۲۳/۶۱سپتامبر(۲۳/۶۱۴)	۱۴^m و ۱۸^h اول مهر
زمستان	۲۲/۴۳دسامبر(۲۲/۴۲۶)	۴۳^m و ۱۳^h اول دیماه

تاریخهای داخل پرانتزعبارتست ازاوقات شروع فصول درسال ۱۹۵۰ قمری که از جدول (Connaissance des Temps)استخراج شده ودراین جدول این‌زمانهارا باروش دقیقترحساب کرده‌اندوضمناً اثرخروج ازمدار(۱) راهم‌درنظر گرفته استوما دراینجا از آن صرفنظر کرده‌ایم وزمانهای شروع فصول برحسب ساعت قانونی وتقویم رسمی ایران ازروی همان مقادیرداخل پرانترحساب شده است وطرز تبدیل ساعت بین‌المللی را بساعت قانونی ایران در فصل آینده بیان خواهیم کرد حداکثر اختلاف مقادیر تعیین شده با روش تقریبی فوق‌الذکرومقادیرتعیین شده درجدول مذکور۰/۰۱۱ روزویاتقریباً ۱۵ دقیقه است

بطوریکه ملاحظه میشود مجموع مدتهای دوفصل گرم نیمکره شمالی یعنی بهار و تابستان ۱۸۶/۴۳ روزمیباشد ودراین مدت‌درنیمکره جنوبی فصول‌سرد یعنی پائیزوزمستان میباشد ومدت بهاروتابستان نیمکره جنوبی ۱۷۸/۸۲ روزمیباشد ولی هنگامیکه درنیمکرهٔ جنوبی بهاروتابستان است فاصلهٔ خورشید تازمین کمتراست ودرمدت بهار وتابستان نیمکره شمالی فاصلهٔخورشید تازمین بیشترمیباشد بقسمی‌که فلوی حرارتی‌که دراین دومدت مختلف بوسیلهٔ سطح زمین جذب میشود باهم برابرند .

دراینجا یادآوری میکنیم که حرکت قهقرائی γ و همچنین جلو رفتن نقطهٔ حضیض خورشیدکه درجلد دوم این‌کتاب تشریح میگردند سبب تغییرات‌کندی درطول مدت فصول میشوند .

۴۷ــ حرکت خورشید برحسب بعد : درشمارهٔ ۴۵ تغییرات طول سماوی خورشیدرا برحسب زمان یکنواخت دیدیم واینك با درنظر گرفتن دابطهٔ $\mathrm{tg}\,\alpha_{\circ}=\cos\varepsilon\ \mathrm{tg}\ \mathrm{l}_{\circ}$ در تغییرات بعد خورشید مطالعه میکنیم رابطه فوق بصورت معادلهٔ $\mathrm{tg}\ \mathrm{y}=\mathrm{p}\ \mathrm{tg}\ \mathrm{x}$ میباشد

۱ــ *Perturbation*

ودر شمارهٔ ۳۰ بسط y را برحسب x بدست آوردیم بصورت زیر :

$$y = x + q\sin 2x + \frac{q^2}{2}\sin 4x + \frac{q^3}{3}\sin 6x + \cdots$$

وداریم : $q = \frac{p-1}{p+1}$ و $|q| < 1$

دراینجا مقدار q چنین است :

$$q = \frac{\cos\varepsilon - 1}{\cos\varepsilon + 1} = -\mathrm{tg}^2\frac{\varepsilon}{2}$$

وداریم :

$$\begin{cases} q = -\mathrm{tg}^2\frac{\varepsilon}{2} = -0/04308 = -148'/1 \\ \frac{q^2}{2} = \frac{1}{2}\mathrm{tg}^4\frac{\varepsilon}{2} = 0/00093 = 3/2' \\ \frac{q^3}{3} = -\frac{1}{3}\mathrm{tg}^6\frac{\varepsilon}{2} = 0/000027 = -5'' \end{cases}$$

پس خواهیم داشت :

$$\alpha_0 = l_0 - \mathrm{tg}^2\frac{\varepsilon}{2}\sin 2l_0 + \frac{1}{2}\mathrm{tg}^4\frac{\varepsilon}{2}\sin 4l_0 - \frac{1}{3}\mathrm{tg}^6\frac{\varepsilon}{2}\sin 6l_0 + \cdots$$

ویا :

$$\alpha_0 = l_0 - 148'/1\sin 2l_0 + 3'/2\sin 4l_0 - 5''\sin 6l_0$$

و بطوریکه ملاحظه میشود α_0 علاوه بر تغییرات متناوب l_0 نسبت بزمان که آنرا معادله مرکزنامیدیم‌شامل تغییرات متناوب دیگری است‌که همگی تابع $2l_0$ میباشند (زیرا توابع $\sin 4l_0$ و $\sin 6l_0$ و... توابعی از خطوط مثلثاتی $2l_0$ میباشند) و دامنه‌های این تغییرات همه توابعی ازε یعنی میل دایرةالبروج میباشند. مجموع تمام جمل متناوب اخیر را تعدیل به‌استوا(۱) نامند وآنرا به R نمایش میدهند .

بطوریکه میدانیم $2l_0$ تابعی خطی اززمان نبوده وداریم :

$$2l_0 = 2(\varpi + M) + 4e\sin M + \cdots$$

وهریك ازجمل متناوب تابع $2l_0$ بنوبه خود بسری بسط داده میشود مثلا داریم :

$$\sin 2l_0 = \sin 2(\varpi + M)\cos(4e\sin M) + \sin(4e\sin M)\cos 2(\varpi + M)$$

ویا

$$= \sin 2(\varpi + M)[1 - \frac{16e^2}{21}\sin^2 M + \cdots] + \cos 2(\varpi + M)[4e\sin M \cdots]$$

۱- *Réduction à l' équateur; Reduction of equator*

بنابراین $\sin 2l_\circ$ تامرتبهٔ اول برحسب e عبارتست از :

$$\sin 2l_\circ = \sin 2(\varpi + M) + 4e\sin M\cos 2(\varpi + M) + \cdots$$
$$= \sin 2(\varpi + M) + 2e\sin(2\varpi + 3M) - 2e\sin(2\varpi + M) + \cdots$$

بنابراین اولین جملهٔ تعدیل به استوا شامل تعداد نامحدودی جمل متناوب است که دورهٔ تناوب سه جمله اول بترتیب شش ماه وچهارماه ویکسال است ومیتوان نوشت :

$$R = -\mathrm{tg}^2\frac{\varepsilon}{2}[\sin 2(\varpi + M) + 2e\sin(2\varpi + 3M) - 2e\sin(2\varpi + M)$$
$$+ \cdots]$$

دامنه جملهٔ اول $148'/2$ ودامنهٔ دوجملهٔ بعد $5'$ میباشد این سه جمله جمل مهم R میباشند و جملات نوشته نشده شامل بقیهٔ جملات مربوط به $\sin 2l_\circ$ و جملات مربوط به $\sin 4l_\circ$ وغیره میباشندکه دامنهٔ همهٔ آنهاکوچك است واگر ازمقدار R فقط جملهٔ اول را درنظرگرفته واز جملات بعد بعلت کوچکی صرفنظر کنیم مقدار بعد خورشید بصورت زیر نوشته میشود :

$$\alpha_\circ = \varpi + M + 2e\sin M - \mathrm{tg}^2\frac{\varepsilon}{2}\sin 2(\varpi + M) + \cdots \qquad (3)$$

ویا

$$\alpha_\circ = \varpi + n(t - t_\circ) + 115'\sin M - 148'\sin 2(\varpi + M) + \cdots$$

ودرآن $n = 3548''/2$

وباتبدیل رابطهٔ فوق برحسب واحد ساعت خواهیم داشت :

$$\alpha_\circ = A_\circ + nt + 460^s\sin n(t - t_\circ) - 592^s\sin(A_\circ + nt) + \cdots \quad \text{مکرر}(3)$$

دررابطهٔ فوق مقدار $A_\circ$ که برحسب ثانیه ساعت بیان میشود عبارتست از مقدار ثابت $A_\circ = \varpi - nt_\circ$ ومقدار n را نیزباید برحسب ثانیه ساعت قرارداد $n = 236^s/555$ و $t_\circ$ که مقدارثابتی است وt برحسب شبانه روزمتوسط میباشند .

ملاحظه : هنگامیکه دریك معادله مقادیر عددی برحسب واحد هائی بمنظور محاسبه وتنظیم جداول نجومی وارد میکنیم گاهی بنظر میرسد که طرفین معادله متجانس نیستند مثلا دررابطه (۳) مکرر که طرف چپ آن یك زاویه است در طرف راست در جملهٔ nt مقدار n برحسب ثانیه ساعت وt برحسب روزمتوسط است و چنین تصور میرود که این جمله دارای بعد مجذورزمان میباشد وباطرف چپ هم بعد نیست ولی درحقیقت چنین نیست

زیرا n که برحسب ثانیه ساعت بیان شده است عبارتست ازسرعت زاویه‌ای متوسط خورشید درهرروزمتوسط یعنی n برحسب $\frac{\text{ثانیه}}{\text{روز}}$ بیان شده است واما منظورازثانیه واحد قوس است که برحسب ثانیه ساعت بیان شده است نه واحد زمان وچون t برحسب روز میباشد پس جملهٔ nt برحسب واحد قوس خواهد بود وبعدآن با طرف چپ یکسان است وسایرجملات طرف راست نیزهمگی برحسب واحد قوس بیان شده‌اند .

تمام نتایج حاصلهٔ فوق را باید با درنظر گرفتن تغییرات صفحات اصلی (استوا و دایرةالبروج) ومنحنی تغییرات مربوط بعناصرمدار گردش زمین وعلاوه براین یکنواخت نبودن کامل دوران وضعی زمین‌تصحیح نمود اما این تغییرات کوچك‌اند ودراصول نتایجی که درفصل آینده بااستفاده ازرابطهٔ (۳) بدست میآوریم تأثیری ندارند.

فصل هشتم

زمان

۴۸ــ زمان خورشیدی حقیقی[۱] ــ زمان خورشیدی متوسط[۲] ــ زمان نجومی : زمان خورشیدی‌حقیقی محلی عبارتست از زاویه ساعتی مرکز خورشید در آن محل و آنرا به H_0 نشان میدهند وداریم .

$$H_0 = T - \alpha_0$$

که در آنTزمان نجومی است واگردرعبارت α_0 (رابطهٔ ۳ مکررشماره قبل) برای اختصار معادلهٔ مرکزرا به C وتعدیل به استوا را بهR نمایش دهیم خواهیم داشت

$$H_0 = T - A_0 - A_1 t - C - R$$

دررابطهٔ فوق n را به A_1 نمایش داده‌ایم وبطوریکه ملاحظه میشودH_0 یعنی زمان خورشیدی حقیقی محلی‌هم شامل تغییرات نامنظم بعد خورشیدبوده وهم شامل تغییرات‌نامنظم زمان نجومی نسبت بزمان یکنواخت میباشد زیرا بطوریکه قبلا ذکرشد زمان نجومی‌نسبت بزمان یکنواخت دارای تغییرات نامنظمی میباشد وعبارتT را میتوان بصورت زیرنوشت:

$$T = T_0 + T_1 t + \tau$$

که درآنT_0 مقداریست ثابت وT_1 نمو متوسط T دریکشبانه روز متوسط بوده وτ مجموع تغییرات نامنظم T برحسب زمان یکنواخت میباشد ودرجلد دوم این کتاب چگونگی آن روشن‌خواهدشد. پس زمان خورشیدی‌حقیقی نسبت بزمان یکنواخت بصورت‌زیرنوشته‌میشود:

۱ــ *Temps solaire vraie; True solar time*

۲ــ *Temps solaire moyen; Mean solar time*

$$H_0 = T_0 - A_0 + (T_1 - A_1)t - (C + R - \tau)$$

عبارت $C+R-\tau$ را به E نمایش داده و آنرا معادلهٔ زمان[۱] نامند پس مجموع تغییرات نامنظم H_0 برابر E — میباشد و با این قرارداد عبارت زمان خورشیدی حقیقی بصورت زیردرمیآید .

$$H_0 = (T_0 - A_0) + (T_1 - A_1)t - E$$

تمام قواعدیکه برای تعیین زمان ساعتی ستارگان بکارمیرود قابل‌عمل دربارهٔ خورشید نیز میباشدپس زمان خورشیدی حقیقی مقداراست که بوسیلهٔ رصد ومحاسبه قابل اندازه‌گیری مستقیم میباشد مثلا بطوریکه در شماره ۵۰ بیان خواهد شد میتوان لحظهٔ ظهر حقیقی یعنی لحظه‌ایکه H_0 صفراست بارصد خورشید هنگام عبوراز نصف‌النهارمکان بدست آورد همچنین می‌توان مقدارتقریبی زمان خورشید راروی صفحهٔ شاخص(ساعت خورشیدی) خواند (شماره ۵۳) همچنین می‌توان زمان خورشیدی حقیقی را ازروی فاصلهٔ سمت‌الرأسی خورشید بوسیلهٔ رصد باتئودلیت ویاسکستان بدست‌آورد ولی چون زمان خورشیدی یکنواخت نیست نمیتوان آنرا بوسیلهٔ یکساعت با حرکت یکنواخت نگاهداری کرد یعنی نمیتوان دستگاه ساعتی را اختراع نمود که عقربه‌های آن همواره زمان خورشیدی حقیقی را نشان دهد اما درعمل ما احتیاج داریم که یك مقیاس برای زمان یکنواخت تعیین نموده وواحدی برای اندازه‌گیری این زمان یکنواخت مشخص نمائیم تابتوان این زمان را بایك وسیلهٔ مکانیکی منظم مانند ساعت‌درهر لحظه‌تعیین نمود . چون فعالیتهای‌بشروبرنامهٔ زندگی مردم ازقبیل‌کارواستراحت وغیره بستگی بتوالی شب وروزدارد پس باید مقیاس یکنواختی‌که برای تعیین زمان تنظیم میگردد حتی‌الامکان ازحرکت یومی ظاهری خورشید دور نباشد وبرای اینکار زمان متوسط خورشیدی را انتخاب کرده‌اند که ذیلا چگونگی آن توضیح داده میشود .

زمان خورشیدی‌متوسط : فرض کنیم که عبارت‌کامل تابع E یعنی معادلهٔ زمان رابموجب یك تئوری دقیق بدست آورده و ازروی‌آن جدول تغییرات تابع را در لحظات مختلف تدوین نموده باشیم‌حال اگردریك لحظه بوسیلهٔ رصد زمان خورشیدی حقیقی رابدست‌آوریم وآنرا به H_0 نمایش دهیم اگر مقدار معادله زمان درآن لحظه E باشد بنا بتعریف حاصل جمع $H_m = H_0 + E$ را زمان متوسط خورشیدی نامند یعنی زمان متوسط عبارتست از زمان حقیقی‌که ازتغییرات نامنظم آن صرفنظرشده باشد پس زمان متوسط رانمیتوان بوسیلهٔ رصد مستقیم بدست آورد وتعیین آن مستلزم دانستن‌قوانین حرکت‌وضعی وانتقالی زمین ومحاسبه

---

۱ — *Equation de temps; Epuation of time*

قبلی معادلهٔ زمان است .

مقدار H_m زمان متوسط خورشید بنا بتعریف فوق عبارتست از :

$$H_m = H_0 + E = T_0 - A_0 + (T_1 - A_1)t \quad (۲)$$

بطوریکه ملاحظه میشود زمان خورشیدی متوسط کـه بموجب تعریف فوق مشخص گردید دارای تغییرات یکنواخت برحسب زمان مطلق مکانیك میباشد وبرای آنکه با آن متحد گردد یعنی $H_m = t$ باشد بایداولا $T_1 - A_1 = ۱$ باشد اما T_1 سرعت زاویه‌ای متوسط نقطه γ در حرکت یومی بوده و A_1 سرعت زاویه‌ای آنیمالی متوسط خورشید در حرکت ظاهری میباشد بنا بر این مقادیر عددی آنها بستگی بواحد انتخابی زمان t دارد پس باید واحد t را چنان اختیار کنیم که $T_1 - A_1 = ۱$ باشد واگرچنین باشد از روی رابطه (۲) معلوم میشود که با اضافه شدن یك واحد بر t یك واحد بر H_m افزوده میشود پس واحد زمان یکنواخت t مدت زمانی است که در این مدت زاویه H_m باندازه یکدوردایره اضافه شود واین مدت را یك شبانه‌روز متوسط خورشیدی[(۱)] گویند واین واحد ضمناً واحد زمـان متوسط H_m نیز میباشد اما یك شبانه روزحقیقی خورشیدی مدت زمانی است که زاویه H_0 باندازه یکدوردایره تغییر کند یعنی مثلا خورشیداز نقطه اوج مداریومی خود پس ازیکباردوران دوباره به نقطه اوج برسد وچون تغییرات E دریك شبانه‌روز بسیار کم است بنا براین مدت یك شبانه روز حقیقی خورشیدی خیلی نزدیك است بامدت یك شبانه‌روزمتوسط خورشیدی بنا براین این واحد انتخابی باامورروزمره بشر توافق دارد. یك شبانه‌روزمتوسط را به ۲۴ قسمت نموده وآنرا یکساعت گویند(واحدزمان) وهرساعت برابر ۶۰ دقیقه زمانی وهردقیقه ۶۰ ثانیه زمانی میباشدوثانیه شبانه روزمتوسط خورشیدی واحداصلی درسلسله C.G.S میباشد . ثانیاً برای تکمیل اتحاد باید $T_0 - A_0 = ۰$ باشد یعنی هنگامیکه H_m صفر است t نیز صفر باشد و بالعکس وهنگامی H_m صفر میشود که $H_0 = -E$ باشد یعنی درلحظه‌ایکه زاویه ساعتی خورشید برابر با $-E$ گردد این لحظه را ظهر متوسط گویند پس برای آنکه اتحاد $H_m = t$ کامل گردد باید مبدء اندازه گیری زمان t را در لحظه ظهرمتوسط یك روز معین اختیار کنیم وهرگاه یك شبانه‌روز متوسط رامطابق معمول به ۲۴ ساعت تقسیم کنیم بازاء هرمقدارصحیح از t مقدار H_m برحسب واحد ساعت مضرب صحیحی از ۲۴ ساعت میباشدوچون مطابق معمول برای نشان دادن وقت پس از ساعت ۲۴ دو مرتبه از صفر شروع میکنند پس زمان خورشیدی متوسط درهر روزیکبارصفر میشودوبطوریکه ذکرشد در این لحظه $H_0 = -E$ خواهد بود و بالاخره

۱— *Jour moyen. Mean solor day*

زمان متوسط خورشیدی همواره باندازه معادله زمان که مقدار متغیری است از زمان حقیقی خورشیدی جلو میباشد .

تفاضل زمان نجومی و زمان متوسط خورشیدی : بطوریکه میدانیم اختلاف ما بین زمان نجومی و زمان خورشیدی حقیقی در هر لحظه با بعد خورشید در آن لحظه برابر است حال به‌بینیم اختلاف بین زمان نجومی و زمان خورشیدی متوسط چیست ؟ داریم :

$$T-H_m=T-H_\circ-E=\alpha_\circ-E=\alpha_\circ-C-R+\tau$$

یعنی تفاضل زمان نجومی وزمان خورشیدی متوسط برابر است با بعد خورشیدمنهای تغییرات نا منظم بعد بعلاوه تغییرات نامنظم زمان نجومی و یا بعبارت دیگر داریم

$$T-H_m=A_\circ+A_1t+\tau \qquad (۳)$$

تفاضل $T-H_m$ را میتوان به‌بعد یك متحرك خیالی که زاویهٔ ساعتی آن برابراست با H_m تعبیر کرد . این متحرك خیالی راخورشید متوسط گویند ودرظهرمتوسط این متحرك خیالی ازنصف‌النهارمکان میگذرد وبعدآن دراین لحظه برابربازمان نجومی میباشد . اگردرطرف راست رابطهٔ (۳) یعنی $A_\circ+A_1t+\tau$ به t اعداد صحیح متوالی نسبت داده شود چون H_m بازاء مقادیر صحیح t صفر است پس نتایج حاصل عبارتست از زمان نجومی در ظهر متوسط روزهای متوالی . درجداول نجومی این مقادیررا برای روزهای متوالی ایام سال حساب‌کرده وزیرهمین عنوان « زمان نجومی درظهرمتوسط » آنهارادرج میکنند .

نیوکمب New comb مبدء زمان t را ظهر متوسط گرینویچ درروز ۳۱ دسامبر ۱۸۸۹ میلادی‌اختیارکرده‌است (این لحظه‌رابه علامت 1900 Janvier.o نشان میدهند) چون دراین لحظه $T_\circ-A_\circ=\circ$ میباشد پس خواهیم داشت $T_\circ=A_\circ$ یعنی $A_\circ$ عبارتست از زمان نجومی‌گرینویچ درظهر متوسط روز ۳۱ دسامبر ۱۸۹۹ ومقدارآن بموجب‌استخراج نیوکمب برابراست با $A_\circ=۱۸^h ۳۸^m ۴۶^s$ و $A_1=n$ که قبلا مقدار آنرا بیان کردیم ومقدار τ را در جلد دوم این کتاب روشن خواهیم نمود و بموجب مقادیرفوق ومقدار τ اگر در رابطه (۳) مرتبا اعداد صحیح متوالی راقرار دهیم زمان نجومی‌گرینویچ درظهر متوسط بر حسب استخراج نیوکمب برای برای هر روز متوالیا بدست میآید وبهمین‌طریق عمل‌نموده‌وجداول نجومی رابرای هرسال‌حساب‌کرده وقبل ازشروع آن‌سال منتشرمینمایند .

بایددانستکه بعد خورشید متوسط بطوریکنواخت بازمان t نمونمیکند زیراکه‌عبارت آن بموجب رابطه(۳) شامل تغییرات نامنظم τ میباشد واین موضوع‌تعجبی نداردیعنی‌هرچند که خورشید متوسط دایره استوارابا سرعت یکنواخت طی میکند ولی بعلت حرکت نامنظم

نقطه γ مبدء اندازه‌گیری بعدها در مقدار بعدخورشید متوسط تغییرات نا منظم ایجاد میگردد .

تعیین طول جغرافیائی از روی زمان متوسط : اگر دریك لحظه زمان نجومی و زمان خورشیدی حقیقی و زمان خورشیدی متوسط دریك مکان بترتیب T و $H_\circ$ و H_m ودرمکان دیگردر همان لحظه این مقادیر بترتیب T' و $H'_\circ$ و H'_m باشند چون در آن لحظه بعدخورشید مقدار معین $\alpha_\circ$ میباشد

$$T = H_\circ + \alpha_\circ$$

$$T' = H'_\circ + \alpha_\circ$$

پس خواهیم داشت :

$$T - T' = H_\circ - H'_\circ$$

وهمچنین چون معادله زمان درآن لحظه مقدارمعین E میباشد داریم :

$$H_m = H_\circ + E$$

$$H'_m = H'_\circ + E$$

پس در نتیجه خواهیم داشت :

$$H_m - H'_m = H_\circ - H'_\circ = T - T'$$

و بطوریکه میدانیم $T - T'$ برابر با اختلاف طول جغرافیائی دو مکان است پس میتوان طول جغرافیائی هر محل را ازمقایسه زمان متوسط آن‌محل با زمان متوسط گرینویچ بدست آوردبدینطریق که مثلا بوسیله رصد خورشید و از روی فاصله سمت الراسی آن زاویه ساعتی خورشید یعنی زمان خورشیدی حقیقی را بدست میآورند و برآن معادله زمان را که درجداول نجومی برای ایام سال تنظیم شده است میافزایندبدینطریق زمان متوسط‌خورشیدی آن محل بدست میآید و زمان متوسط گرینویچ را از روی کرونومتر که از روی زمان متوسط گرینویچ تنظیم شده وهمراه خودداردمشخص میکنند ویاآنکه بوسیله علامات‌رادیو تلگرافی تعیین مینمایند واز تفاضل این دو مقدار طول جغرافیائی محل بدست میآید .

زمان نجومی متوسط و شبانه‌روز متوسط نجومی(۱) اگرازتغییرات نامنظم زمان نجومی صرفنظر کنیم زمان حاصل را زمان متوسط نجومی نامند یعنی زمان نجومی متوسط عبارتست از $T_\circ + T_1 t$ وضمناً متذکرمیشودکه دامنه تغییرات نامنظم T یعنی τ بسیارکوچك است و مدت لازم بر حسب زمان متوسط خورشیدی برای آنکه حاصلضرب $T_1 t$ باندازه یك محیط دایره یا ۲۴ ساعت (مقصود واحد زاویه است) نمو کند به شبانه روز متوسط نجومی موسوم است وبرای تعیین این مدت ابتدا T_1 را حساب میکنیم وبطوریکه قبلا ذکر شد شبانه روزمتوسط‌که واحد زمان یکنواخت t اختیار شده مدت زمانی است که در آن

۱— *Jour sidéral moyen; Mean sidereal day*

مدت H_m باندازه یك محیط دایره اضافه شودوبااین واحدمقدار $T_1 - A_1 = ۱$ خواهد شد یعنی $T_1 - A_1$ برابر بایك محیط دایره ویا ۲۴ ساعت (واحد قوس) میباشد پس :

$$T_1 - A_1 = ۲۴^h - ۸۶۴۰۰^s$$ (برحسب ثانیه ساعت واحد قوس)

واز طرفی A_1 مساوی n یعنی سرعت زاویه انومالی متوسط خورشید است و مقدار آن بر حسب ثانیه ساعت جنین است :

$$A_1 = n = ۲۳۶/۵۵۵^s$$

پس خواهیم داشت :

$$T_1 = ۸۶۶۳۶/۵۵۵^s$$

پس در هرشبانه روز متوسط جمله $T_1 t$ باندازه ۸۶۶۳۶/۵۵۵ ثانیه (واحد ساعت قوس) زیـاد میشود یعنی در حقیقت در هر شبانه روزمتوسط زمان نجومی باصرفنظر کردن ازتغییرات نامنظم آن باندازهٔ مقدارفوق نمومیکند پس طول شبانه‌روز نجومی متوسط و یا زمان لازم برای آنکه $T_1 t$ باندازه یك محیط دایره یا ۸۶۴۰۰ ثانیه نمو کندعبارتست از:

$$t = \frac{۸۶۴۰۰}{T_1}$$

روزمتوسط خورشیدی $= ۰/۹۹۷۲۶۹۶ = \frac{۸۶۴۰۰}{۸۶۶۳۶/۵۵۵} =$ یك شبانه‌روز نجومی‌متوسط

$= ۸۶۱۶۴/۰۹^s$ (ثانیه زمان) $= ۱$ شبانروز $- ۳^m ۵۵/۹۱^s$

یعنی طول شبانه روز نجومی متوسط باندازه $۵۵/۹۱^s$ و ۳^m از شبانه روزخورشیدی متوسط کوتاه‌تراست .

درآنچه ذکرشد دیدیم که زمان خورشیدی متوسط رامیتوان اززمان خورشیدی‌حقیقی که قابل رصد مستقیم است نتیجه‌گرفت ولی باید دانستکه این تنها طریقه نیست زیرا زمان نجومی نیزکه برخلاف نام ظاهریش بمبدء خورشید میباشد میتواند برای این منظور بکار رود یعنی ازروی آن میتوان زمان خورشیدی حقیقی راحساب‌کرده وسپس زمان خورشیدی متوسط را ازآن نتیجه‌گرفت .

بوسیلهٔ رابطهٔ (۳) همچنانکه‌گفته شد میتوان زمان نجومی هرروز را درلحظهٔ ظهر متوسط گرینویچ حساب‌کرده وجدولی از روی آن تنظیم نمود . هرگاه دریك مکان بوسیلهٔ رصد ستارگان اصلی زمان نجومی را دریك لحظه معین کرده باشیم با درنظرگرفتن طول

جغرافیائی آن مکان زمان نجومی گرینویچ در آن لحظه بدست میآید سپس اختلاف آنرا ازساعت نجومی ظهرمتوسط گرینویچ که درجدول است تعیین کرده ونتیجه را که برحسب زمان نجومی است در ۰/۹۹۷۲۶۹۶ ضرب میکنیم تا اختلاف برحسب زمان متوسط بدست آید وبدینطریق زمان متوسط گرینویچ در آن لحظه تعیین میشود که با درنظر گرفتن طول جغرافیائی مکان زمان متوسط مکان تعیین می‌شود واضح است که اگر بخواهیم بطور بسیاردقیق حساب کنیم باید تغییرات τ یعنی تغییرات نامنظم زمان نجومی را در طول مدت از ظهر متوسط گرینویچ تالحظه مورد نظر نیز بحساب آورده شود ولی باید دانست که این تغییرات در مدت یك شبانه روزدرحدود چند هزارم ثانیه بیشتر نمی‌باشد. مطالب مذکور را مجدداً در شماره ۵۴ پس ازآنکه ساعت قانونی را تعریف کردیم باتفصیل بیشتری خواهیم دید .

۴۹ـ معادله زمان ـ در اینجا معادلهٔ زمان را که عبارتست از $E = C + R - \tau$ با صرفنظر کردن تغییرات نامنظم زمان نجومی یعنی τ که خیلی کوچك است بررسی می کنیم و همچنین ازمقادیر C وR فقط جملات اول آنها را درنظر گرفته واز جملات بعد که آنها نیز بسیار کوچکند صرفنظر می‌کنیم بدینطریق برطبق آنچه قبلا دیدیم داریم :

$$E = 460^{s} \sin M - 592^{s} \sin 2(\varpi + M)$$

زمان دوره تناوب جملهٔ اول یکسال است وبازاء $M = 0$ و π صفرمیشود یعنی مواقعیکه خورشید در اوج ویا حضیض خود قرار دارد و این مواقع بترتیب ۱۲ دیماه و۱۱ تیرماه می‌باشد اما زمان دوره تناوب جملهٔ دوم شش ماه است و بازاء

$$M = 77^{\circ}\,55'/5،\ 167^{\circ}\,55'/5،\ 257^{\circ}\,55'/5،\ 347^{\circ}\,55'/5$$

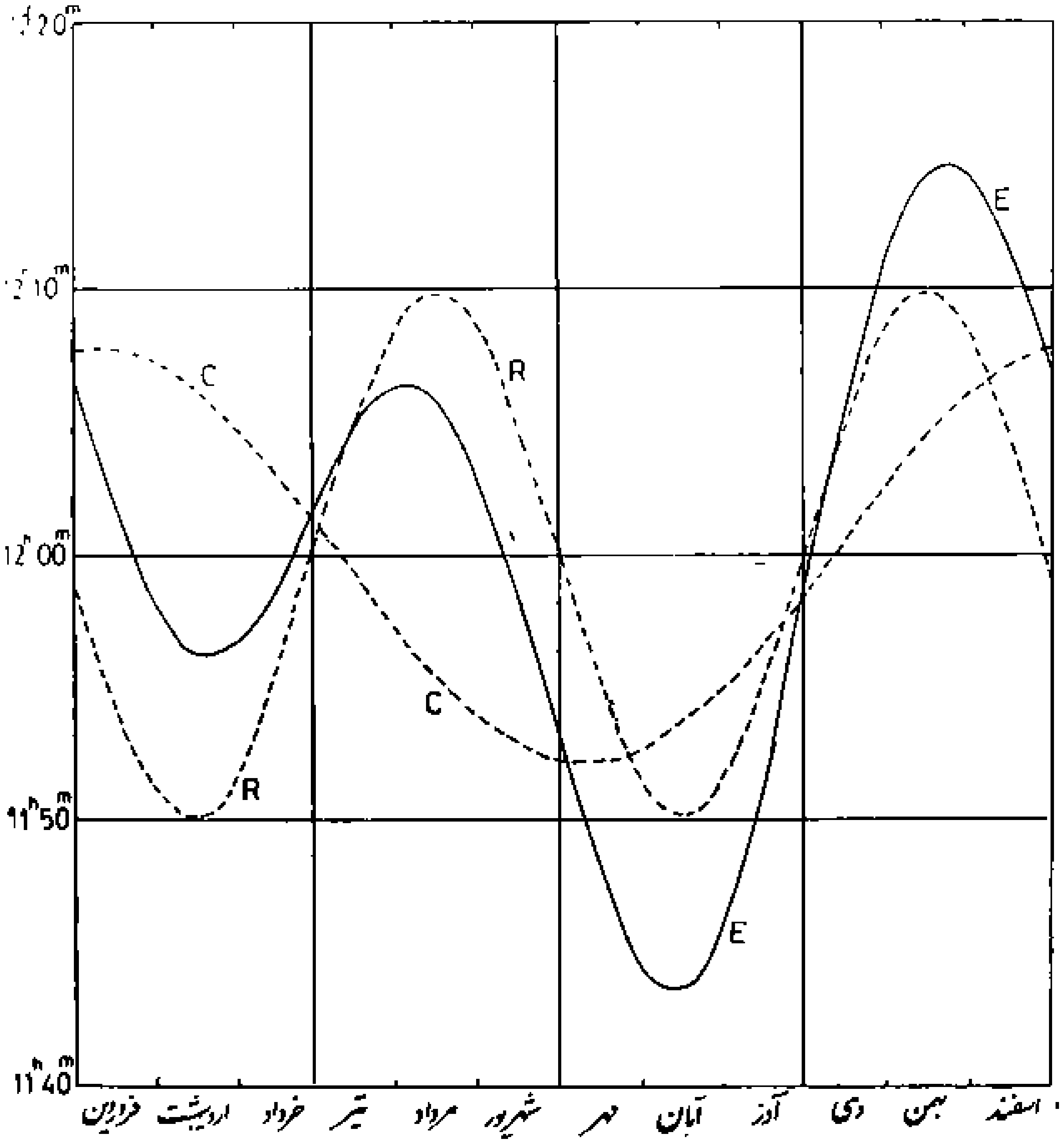
صفر میشود ومنحنی نمایش هریك ازدوعبارت رابسهولت می‌توان رسم کرد واز مجموع آنها منحنی نمایش E حاصل می‌شود (شکل ۵۹)

برای هرسال منحنی فوق را باید جداگانه رسم نمود زیرا بعلت اختلاف سال عرفی وسال نجومی تغییرات بسیارجزئی دراین منحنی‌ها بطورسالیانه حاصل میشود (این تغییرات خیلی بطئی بوده و پس از مدتی متمادی اثر آن ظاهر میگردد) نقاط مشخص منحنی E با تقریب یکروزدرمواقع زیراست :

	E		زمان
	۰s	۰m	۲۷ فروردین
می‌نیمم	۴۷	—۳	۲۵ اردیبهشت
	۰	۰	۲۵ خرداد
ماکزیمم	۲۳	۶	۵ مرداد

		E	زمان
	۰	۰	۱۱ شهریور
می‌نیمم مطلق	۲۳	۱۶ —	۱۳ آبان
	۰	۰	۴ دیماه
ماکزیمم مطلق	۲۲	۱۴	۲۲ بهمن

درجدول شماره X مقادیر معادلهٔ زمان درروزهای سال ۱۳۴۷ شمسی مجری درج شده است



شکل (۵۹)

فاصله زمانی مابین لحظات ظهر حقیقی در دو روز متوالی یکشبانه روز حقیقی است و بعلت تغییرات معادله زمان طول شبانه روز حقیقی تغییر میکند و میدانیم که تفاضل زمان حقیقی از زمان‌متوسط برابر معادله زمان یعنی E میباشد پس اگر E صعودی باشد طول شبانه‌روز حقیقی بیش از طول شبانه روز متوسط است و بـرعکس اگر E نزولی باشد طول شبانه روز حقیقی کمتر ازشبانه روز متوسط خواهدبود . گرنمو روزانه معادله زمان را به $\triangle E$ نمایش دهیم طول شبانه روز حقیقی باندازه $\triangle E$ از طول شبانه روز متوسط بیشتراست وداشتیم:

$$E = 2e \sin M - tg^{2}\frac{\varepsilon}{2} \sin 2(\varpi + M) + \ldots$$

نمو روزانه M برابر است با $\triangle M = n$ وچون نمو متغیر M کوچك است میتوان مقدار تقریبی نموتابع E را با دیفرانسیل آن برابراختیار نمود پس تقریباً نمو روزانه شبانه روز حقیقی نسبت به شبانه روز متوسط عبارتست از :

$$\triangle E = 2ne \cos M - 2n\, tg^{2}\frac{\varepsilon}{2} \cos 2(\varpi + M) + \ldots$$

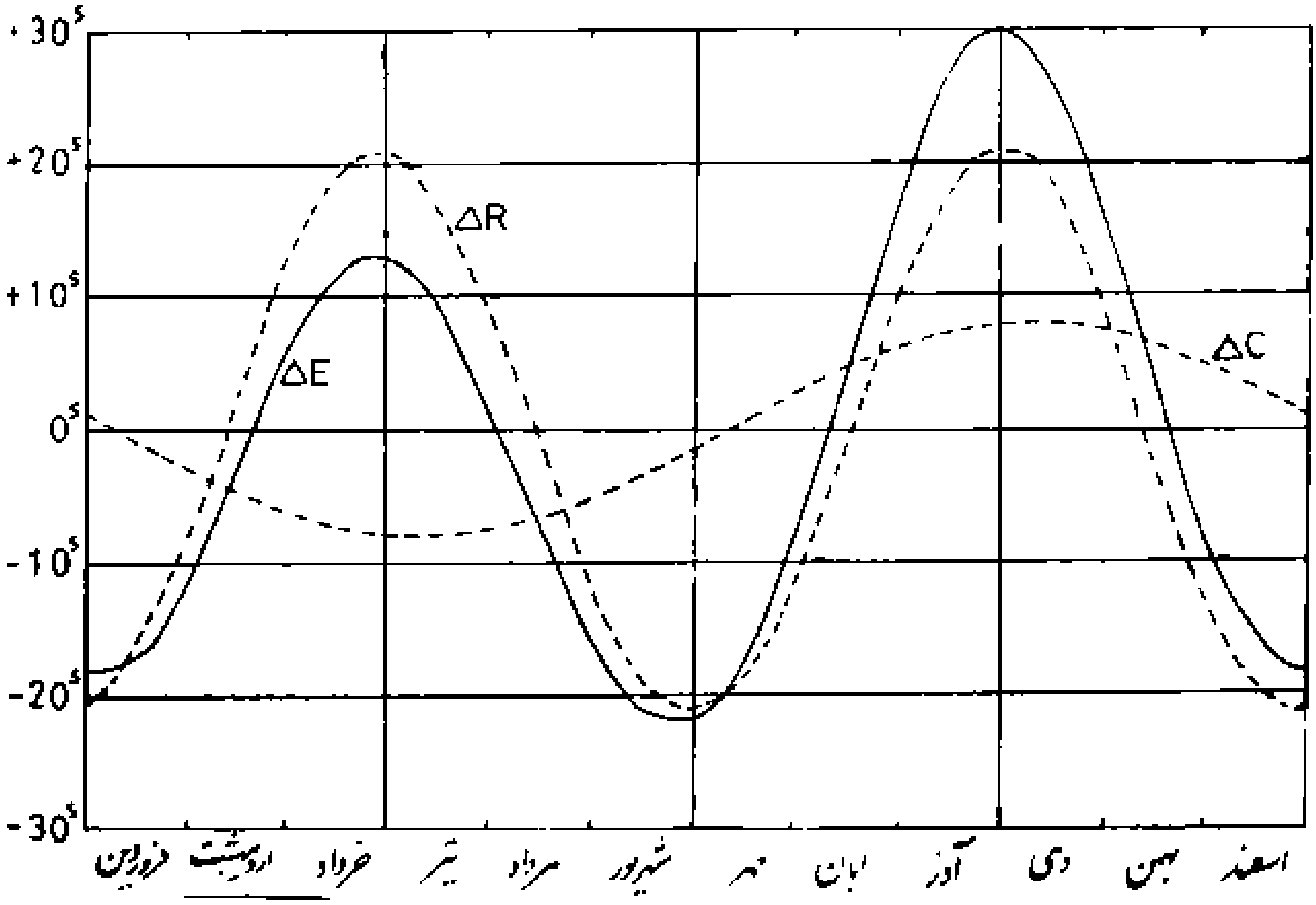
$$= 7/9^{s} \cos M - 20/4^{s} \cos 2(\varpi + M) + \ldots$$

عبارت فوق تا چند دهم ثانیه تقریب مازاد شبانه‌روز حقیقی را برشبانه روزمتوسط بدست میدهد واگر مانند سابق منحنی‌های نمایش هر یك از جملات را جداگانه رسم کنیم منحنی‌نمایش مجموع جبری آنها یعنی نمودارتابع $\triangle E$ بسهولت بدست میآید (شکل ۶۰) ونقاط مشخص این منحنی بشرح زیراست :

زمان	$\triangle E$	
۸ فروردین	$-18/4^{s}$	می‌نیمم
۲۵ اردیبهشت	۰	
۳۰ خرداد	۱۳/۰	ماکزیمم
۵ مرداد	۰	
۲۶ شهریور	$-21/4$	می‌نیمم مطلق
۱۳ آبان	۰	
۲ آذر	۲۹/۹	ماکزیمم مطلق
۲۲ بهمن	۰	

۵۰ـ زمان عبور خورشید از نصف‌النهار مکان ـ در این کتاب لزوم رصد خورشید بوسیله دایره نصف‌النهاری را چندین بار ذکر کرده‌ایم و اکنون جزئیاتی چند از آنرا بیان میکنیم .

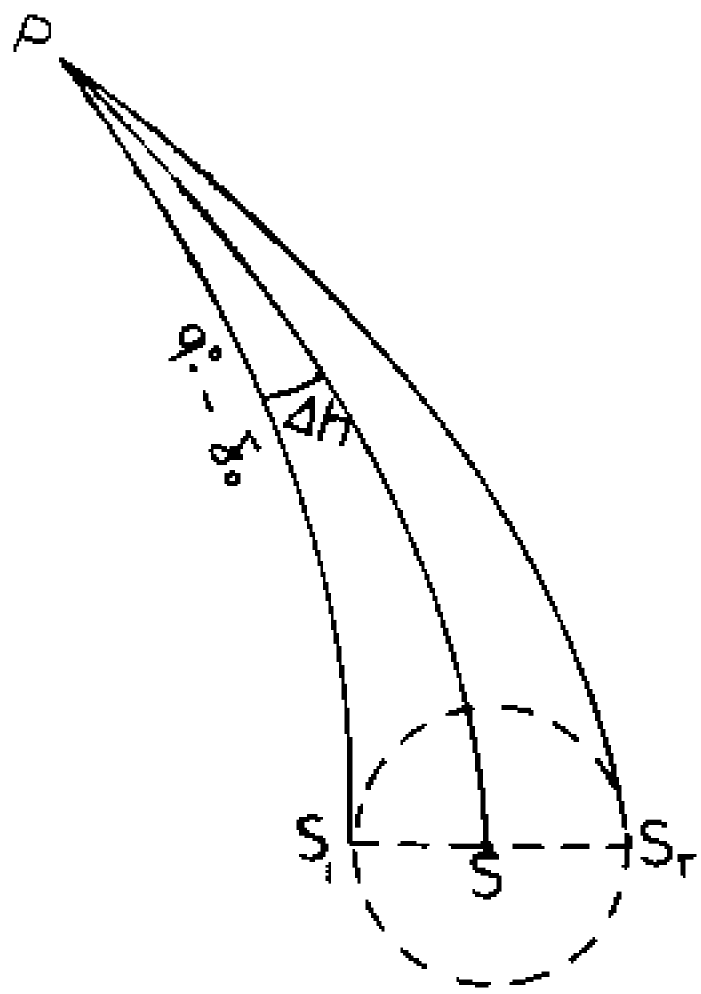
برای تعیین زمان عبور مرکز خورشید از نصف‌النهارمکان بترتیب زمانهای عبور لبه غربی و سپس شرقی قرص خورشید را هنگام عبور از نصف‌النهار مکان یادداشت میکنند میانگین زمانهای خوانده شده از روی ساعت تقریباً برابر است با لحظه عبور مرکز خورشید از نصف‌النهار مکان و یا موقع ظهر حقیقی زیرا میتوان فرض کرد که زمان حقیقی در فاصله



(شکل ۶۰)

زمانی کوتاه ما بین لحظات عبور لبه های غربی و شرقی خورشید متناسب با زمان متوسط تغییر میکند برای روشن شدن این مطلب نصف قطر ظاهری خورشید را به s نمایش میدهیم و فرض کنیم که $\widehat{PS_1}$ و $\widehat{PS_2}$ بترتیب دوایر ساعتی لبه های غربی وشرقی خورشید روی کره سماوی باشد (شکل ۶۱) واضح است که داریم $\widehat{PS_1}=\widehat{PS_2}$ و چون قطر ظاهری خورشید کوچك است در حدود ′۳۲ پس میتوان گفت که میل نقاط S_1 و S_2 برابر با میل مرکز خورشید میباشد یعنی $\widehat{PS_1}=\widehat{PS_2}=90^\circ-\delta_0$ حال دایره عظیمه $\widehat{S_1S_2}$ را روی کره سماوی رسم

میکنیم اندازه قوس $\widehat{S_1S}$ قطر ظاهری خورشید است حال دایره ساعتی PS نیمساز دوایر ساعتی PS_1 و PS_2 را میکشیم مثلث PS_1S در راس S_1 قائمه است و $s = \widehat{SS_2} = \widehat{S_1S}$



(شکل ۶۱)

وزاویه $S_1\hat{P}S$ برابر است با نصف تفاضل زاویه‌های ساعتی نقاط S_1 و S_2 و آنرا به Δh نمایش میدهیم از روی مثلث قائم الزاویه PS_1S حاصل میشود $\sin \Delta h = \sin s \sec \delta_0$ ولی بطوریکه قبلا دیدیم مقدار s در ایام سال تغییر میکند و داریم:

$$s = ۹۶۰''(۱ + e\cos M) = ۶۴^s/۰(۱+\cos M)$$

وخروج ازمرکز e برابر است با ۰/۰۱۶۸ و s هنگامی ماکزیمم است که $\cos M = ۱$ باشد یعنی در موقع عبور خورشید از حضیض خرد ۱ و $\sec \delta_0$ هنگامی ماکزیمم است که خورشید درانقلابین باشد و دراینحال مقدار $\sec \delta_0$ برابر است با ۱/۰۹ وبا تعیین مقادیرمختلف Δh درمواقع مختلف سال ورسم منحنی نمایش تغییرات آن ملاحظه میشود که ماکزیمم Δh درحوالی انقلاب زمستانی است ودر آنوقت مقدارش برابر است با ۷۱^s مقادیر مشخص $۲\Delta h$ بشرح زیر است :

می نیمم	$۲\Delta h = ۱۲۸/۳^s$	۷ فروردین
ماکزیمم	$= ۱۳۷/۵$	۳۰ خرداد
می نیمم	$= ۱۲۷/۶$	۲۶ خرداد
ماکزیمم	$= ۱۴۲/۰$	اول دی

وبطوریکه دیده میشود حداکثر مقدار $۲\Delta h$ برحسب زمان حقیقی ۱۴۲ ثانیه میباشد وبطوریکه از روی شکل ۶۰ پیداست در هیچ موقع ازسال نمو روزانه معادلهٔ زمان از ۳۰^s تجاوز نمیکند پس حداکثر تغییرات معادله زمان در مدت $۲\Delta h$ هیچگاه از $۰/۰۵^s$ تجاوز نخواهدکرد بنابراین میتوان مدت زمان مابین دولحظه عبور را برحسب زمان متوسط نیزهمان

Δh ۲ دانست پس اگر زمانهای خوانده شده از روی ساعت بر حسب زمان متوسط باشد میانگین زمانهای خواندهشده لحظه عبور مرکز خورشید برحسب زمان متوسط خواهد بود .

برای‌تعیین‌فاصله سمت‌الراسی مرکز خورشید درلحظه‌عبور بر نصف‌النهارمکان‌فاصله‌های سمت‌الراسی لبه های بالا و پائین قرص خورشید را اندازه میگیرند وهریك از اندازه‌ها را جداگانه از لحاظ انکسارجوی تصحیح کرده وسپس میانگین‌آنها را تعیین میکنند ولی‌چون در عمل ممکن نیست که هردو اندازهٔ فاصله سمت‌الراسی لبه های خورشید را تواماً هنگام عبور مرکز خورشید از نصف النهار تعیین نمود بدینجهت انـدازه یکی از آنها را قبل از عبور مرکز خورشید از نصف‌النهار واندازه دیگری را چند لحظه پس از آن تعیین میکنند وضمناً باکمال دقت زمان هراندازه‌گیری را دقیقاً از روی ساعت یاد داشت میکنند و هریك از اندازه‌ها را از روی قاعده تحویل‌به نصف‌النهار (شماره ۳۶) تصحیح‌میکنند وعلاوه‌براین تصحیح دیگری نیز با در نظر گرفتن تغییرات میل خورشید لازم میشود واینك نشان میدهیم که اثر تغییر میل خورشید در این فاصله کم زمانی قابل صرفنظر کردن نمیباشد .

از رابطه $\sin\delta_{\circ} = \sin\varepsilon \sin l_{\circ}$ دیفرانسیل میگیریم و حاصل میشود :

$$\cos\delta_{\circ} d\delta_{\circ} = \sin\varepsilon \cos l_{\circ} dl_{\circ}$$

با در نظرگرفتن رابطهٔ $\cos l_{\circ} = \cos\alpha_{\circ} \cos\delta_{\circ}$ خواهیم داشت :

$$d\delta_{\circ} = \sin\varepsilon \cos\alpha_{\circ} dl_{\circ} = n \sin\varepsilon \cos\alpha_{\circ} (1 + 2e\cos M) dt$$

اگر در رابطهٔ فوق dt را مساوی یك بگیریم مقدار تغییر میل خورشید در یك شبانه روز معین بدست میآید و با تقسیم آن بر ۲۴ تغییرات ساعتی میل خورشید در آن روزمعین حاصل میشود این تغییرات را برای روزهای مختلف سال حساب‌کرده و در جداولی تحت عنوان تغییرات ساعتی‌میل‌خورشید تنظیم‌میکنند(در Connaissance des Temps این جدول موجود است) اگرازجمله شامل خروج از مرکز e در عبارت فوق صرفنظرشود (چون $\frac{n\sin\varepsilon}{12}$ و e هردو کوچك‌اند وحاصلضرب آنها خیلی‌کوچك‌میگردد) خواهیم‌داشت:

$$\text{تغییرات ساعتی میل خورشید} = 58''/8 \cos\alpha_{\circ}$$

با در نظر گرفتن‌جمله‌شامل e و محاسبه‌تغییرات ساعتی برای‌روزهای مختلف‌ملاحظه خواهد شدکه مقدار ماکزیمم آن چند روزقبل از اعتدال بهاری‌به $59''/3$ میرسد ومی‌نیمم آن چند روز پس از اعتدال پائیزی برابربا $58''/5$ ـ میگردد و اگر رصد درحوالی‌این

بوده ... گرفته شد و وسط ... بطور ... در حدود ۴ دقیقه ... خورشید در ... مدت تقریباً ۳ دقیقه ... [illegible] ... خورشید در ... [illegible] ... گرفتن ... [illegible] ... خورشید ... تصحیح کرده و ... [illegible] ...

[illegible] ... خورشید ... [illegible] ... ولی این طریقه دیگری حل میکنند.

در اینجا ... [illegible] ... موضع ... خورشید در صفحه نصف‌النهار واقع است مقام میگیرد بلکه در موقع بعد زاویه ساعتی مرکز خورشید مقدار H را خواهد داشت که معمولاً مخالف صفر است فرمول تحویل به نصف النهار که در این حالت قابل استعمال شماره ۳۶ ذکر گردیده است اما باید این فرمول را با درنظرگرفتن تغییرات میل تکمیل نمود.

اگر از اولین فرمول دستگاه (۲) شماره ۳۵ دیفرانسیل بگیریم با در نظر گرفتن آنکه δ_0 ثابت نباشد خواهیم داشت:

$$\sin z\,dz=\cos\varphi\cos\delta_0\sin H\,dH+(\sin\varphi\cos\delta_0-\cos\varphi\cos H\sin\delta_0)\,d\delta_0$$

و از آن نتیجه میشود:

$$\frac{dz}{dH}=\cos\varphi\sin a+\frac{\sin\varphi\cos\delta_0-\cos\varphi\cos H\sin\delta_0}{\sin z}\times\frac{d\delta_0}{dH}$$

بازاء $H=0$ مقدار $a=0$ و z زاویه سمت‌الرأس در اوج میگردد یعنی برابر $z_0=\varphi-\delta_0$ و صورت کسر دوم برابر $\sin(\varphi-\delta_0)$ میشود پس خواهیم داشت که:

$$\left(\frac{dz}{dH}\right)_{H=0}=\frac{d\delta_0}{dH}=\frac{d\delta_0}{dT}=\frac{d\delta_0}{dt}$$

برای محاسبه مشتق ثانی میتوان از جمله دوم مشتق اول بعلت کوچک بودن صرفنظر نمود و نظیر آنچه در شماره ۳۶ ذکر شد مشتق دوم را حساب میکنیم و بدین ترتیب میتوان نوشت:

$$z = z_0 - \frac{d\delta_0}{dt} H + \frac{\cos\varphi\cos\delta_0}{2\sin z_0} H^2 + \dots \qquad (۱)$$

از روی این فرمول با معلوم بودن $\frac{d\delta}{dt}$ اگر φ معلوم باشد و رصد بمنظور تعیین δ_0 است در صورت و مخرج کسر حمله‌سوم بجای δ_0 و z_0 بترتیب $\varphi - z$ و z قرار داده و z_0 های مربوط به لبه های فوقانی و تحتانی را بدست آورده و بالاخره از روی معدل آنها فاصله سمت‌الراسی مرکز خورشید هنگام عبور از نصف‌النهار بدست میآید و از آن δ_0 حاصل میشود و اگر رصد بمنظور تعیین φ باشد نظیر آنچه در شماره ۲۶ ذکر شد در جمله سوم فرمول فوق بجای φ مقدار $z+\delta_0$ و در مخرج بجای z_0 مقدار z گذاشته ودرنتیجه مقدار z_0 را برای لبه‌های فوقانی وتحتانی تعیین مینمائیم و از معدل آنها فاصله سمت الراسی مرکز خورشید تعیین میشود و از روی آن با معلوم بودن δ_0 مقدار φ بدست میآید واضح است که فاصله‌ای سمت‌الراسی لبه‌های بالا وپائین راکه از رصد بدست میآید ابتدا با در نظر گرفتن انکسار جوی تصحیح نموده و سپس در فرمول فوق میبریم.

ملاحظه : دراینجاتذکرمیشویم که‌درمورد خورشیدچون میل آن متغیر است هنگامیکه در اوج قرار گرفته است فاصله سمت‌الراسی آن می‌نیمم نمیباشد و درنتیجه هنگامیکه فاصله سمت الراسی می‌نیمم است زاویه ساعتی H صفر نیست ومقداریست که آنرا به H_m نمایش میدهیم وبرای تعیین آن کافی است که از رابطه (۱) نسبت به H مشتق گرفته ومساوی صفر قرار دهیم و بدین ترتیب خواهیم داشت :

$$H_m = \frac{\sin z_0}{\cos\varphi\cos\delta_0} \times \frac{d\delta_0}{dt} \qquad (۲)$$

وفاصله سمت‌الراسی می‌نیمم عبارتست از :

$$z_m = z_0 - \frac{\sin z_0}{2\cos\varphi\sin\delta_0} \cdot \left(\frac{d\delta_0}{dt}\right)^2$$

واز طرفی میدانیم که مشتق‌سمت چنین است :

$$\frac{da}{dt} = \frac{\cos\delta_0\cos S}{\sin z}$$

و از روی آن میتوان سمت نظیر به فاصله سمت الراسی می‌نیمم را بدست آورد با استفاده از بسط تیلور :

$$a = a_0 + \frac{da}{dt} H + \dots$$

$a_{\circ} = \cdot$ میباشد و اگر بجای H مقدار H_m را قرار داده و از بقیه جملات بعلت کوچك بودن صرفنظر کنیم حاصل میشود:

$$a_m = \frac{d\delta_{\circ}}{dt} sec\varphi$$

حال فرمولهای فوق را برای روزیکه خورشید از نقطه اعتدال ربیعی میگذرد در پاریس حساب میکنیم . در موقع عبور خورشید از نقطه γ میل خورشید صفر است و عرض جغرافیائی پاریس عبارتست : $\varphi = ۴۸^{\circ}/۷$

و داریم :

$$cos\delta_{\circ} = ۱ \qquad tg\varphi = ۱/۱۴ \qquad sec\varphi = ۱/۵۲$$

و تغییرات ساعتی میل خورشید $۵۹''/۳$ پس داریم :

$$\frac{d\delta_{\circ}}{dt} = \frac{۵۹''/۳}{۱^h} = \frac{۵۹/۳}{۱۵ \times ۳۶۰۰} = ۰/۰۰۱۱۰ = ۲۲۷''$$

وچون $\delta_{\circ} = ۰$ است پس :

$$H_m = \frac{d\delta_{\circ}}{dt} tg\varphi = ۲۵۹'' = ۱۷/۲^s$$

و

$$z_{\circ} - z_m = \frac{۱}{۲} tg\varphi \left(\frac{d\delta_{\circ}}{dt}\right)^۲ = ۰/۵۷ \times ۲۲۷'' \times ۰/۰۰۱۱ = ۰/۱۴''$$

$$a_m = \frac{d\delta_{\circ}}{dt} sec\varphi = ۳۴۵'' = ۵' , ۴۵''$$

مسئله ارتفاعهای متناظر درمورد خورشید : مسئله رصد خورشید درارتفاعهای متساوی نیز شبیه بمسائل فوق الذکر است . بطوریکه قبلا ذکر شد نقاط هم ارتفاع درمدار یك ستاره ثابت نسبت به نصف‌النهارمکان قرینه‌اند امادرمورد خورشید بعلت آنکه میلش ثابت نیست این مسئله صحیح نیست یعنی معدل سمت نقاط هم ارتفاع از مداریومی خورشید صفر نمیباشد و همچنین اگر t_1 و t_2 زمانهای عبورنقاط هم ارتفاع در رصد خورشید باشند معدل t_1 و t_2 متناظر بالحظه ظهر حقیقی یعنی عبور خورشید از نصف‌النهار مکان نمیباشد.

زاویه ساعتی بالاترین نقطهٔ قرص خورشید راهنگامیکه هنوز به نصف‌النهار نرسیده‌است در نظر گرفته و از آن ۲۴ ساعت کم کرده و نتیجه را که منفی است به $-H$ نمایش میدهیم وفرض کنیم که فاصله سمت‌الرأسی این نقطه z باشد واضح است که فاصله سمت‌الرأسی خورشید پس از مدتی تنزل مجدداً ترقی کرده و دوباره بهمان مقدار z خواهد رسید و در صورتیکه میل خورشید تغییر نمیکرد دراینحال زاویه ساعتی نقطه فوقانی قرص خورشید برابر H میگردید ولی بعلت تغییر میل خورشید زاویه ساعتی نقطهٔ مذکور مقداری است بصورت $H+2\Delta H$

وفرض کنیم که $\Delta\delta_\circ$ نمو میل خورشید در ازاء نمو ΔH زاویه ساعتی باشد پس $\frac{dH}{d\delta_\circ}$ یعنی مشتق زاویه ساعتی نسبت به میل خورشید حد نسبت $\frac{\Delta H}{\Delta\delta_\circ}$ است وقتیکه $\Delta\delta_\circ$ بسمت صفر میل کند وچون $\Delta\delta_\circ$ خیلی کوچك است محسوساً میتوان نوشت :

$$\Delta H = \Delta\delta_\circ \frac{dH}{d\delta_\circ}$$

حال از روی فرمول زیر مشتق H رانسبت به $\delta_\circ$ بدست میاوریم با در نظر گرفتن آنکه z و φ ثابت میمانند .

$$\cos z = \sin\varphi \sin\delta_\circ + \cos\varphi \cos\delta_\circ \cos H$$

ودر نتیجه حاصل میشود :

$$\frac{dH}{d\delta_\circ} = \frac{\sin\varphi\cos\delta_\circ - \cos\varphi\sin\delta_\circ\cos H}{\cos\varphi\cos\delta_\circ\sin H} = tg\varphi\,cos\acute{e}c\,H - tg\delta_\circ\,\mathrm{cotg}\,H$$

واز طرف دیگر $\Delta\delta_\circ$ نمو $\delta_\circ$ در زمان H میباشد و میتوان نوشت :

$$\Delta\delta_\circ = H\frac{d\delta_\circ}{dt}$$

واز آنجا خواهیم داشت :

$$\Delta H = H\frac{d\delta_\circ}{dt}(tg\varphi\,cos\acute{e}c\,H - tg\delta_\circ\,\mathrm{cotg}\,H)$$

اگر زمانهای خوانده شده روی ساعت درلحظات عبور ازفاصله سمت‌الرأسی z بترتیب h_1 و h_2 باشد زمان مربوط به لحظه ظهر حقیقی عبارتست از :

$$h_\circ = \frac{1}{2}(h_1+h_2) - \Delta H$$

فرمول فوق رافرمول ارتفاعهای‌متناظر نامند واز روی آن میتوان لحظهٔ ظهرحقیقی را معین نمود ولی در فرمول مربوط $\triangle H$ مقدار H مجهول است اما چون مقدار ضریب آن یعنی $\frac{d\delta_\circ}{dt}$ بسیارکوچك است میتوان بجای آن مقدار تقریبی آنراکه برابر با $\frac{h_2 - h_1}{2}$ برحسب زمان نجومی میباشد قرارداد .

ملاحظه میکنیم که اگر H مقدارکوچکی باشد بقسمی که بتوان بجای $\cos H$ مقدار يك راقرارداد بطور تقريبي خواهيم داشت :

$$\frac{dH}{d\delta_\circ} = \frac{\sin z_\circ}{\cos\varphi \cos\delta_\circ \sin H}$$

بنابراین حاصل میشود :

$$\triangle H = \frac{H}{\sin H} \cdot \frac{\sin z}{\cos\varphi\cos\delta_\circ} \cdot \frac{d\delta_\circ}{dt}$$

و چون نسبت $\frac{H}{\sin H}$ بسمت ۱ میل میکند درنتیجه معلوم میشود کـه مقدار تصحیح $\triangle H$ همان زاویه ساعتی خورشید است موقعیکه‌مرکز خورشیددرفاصله سمت‌الراسی‌می‌نیمم قرارگرفته باشد (فرمول ۲) وبآسانی میتوان نشان دادکه سمت نظیر به نقطه می‌نیمم فاصله سمت‌الراسی محسوسا میانگین سمتهای نقاط‌عبور برارتفاعهای مساوی ءمیباشد یعنی عملا مثل اینستکه صفحه قائم مربوط به‌نقطه می‌نیمم فاصله سمت‌الراسی‌صفحه‌تقارن برای مدارحرکت یومی خورشید روی کره سماوی محلی میباشد .

۵۱ ـ زمان رسمی[۱] ـ زمان‌بین‌المللی[۲] : تا اواخر قرن ۱۸ میلادی تقریبا در تمام نقـاط روی زمین زمان خورشیدی حقیقی متداول بود و این زمـان را مستقیما از روی ساعتهای خورشیدی میخواندند ولی از این‌تاریخ ببعد بتدریج در ممالك مختلف‌جهان زمان متوسط خورشیدی رایج‌گردید این عمل درپاریس از سال ۱۸۱۶ معمول گردید.

از زمانیکه وسائل ارتباطی سریع مانند ترن‌گسترش پیداکرد لزوم یکنواخت بودن ساعتها در يك‌کشور درك‌گردید و این عمل بوسیله کمپانیهای راه آهن اجرا گردید . در فرانسه مسئولین راه آهن ساعتهای تمام ایستگاههای راه آهن را بوسیله انتقال ساعتیکه‌با

۱– Temps civil;Civil time.

۲– Temps universel; Universal time; Greenwich time.

ساعت متوسط پاریس میزان شده بود همزمان میکردند واهالی شهرهای مختلف هم ساعتهای خود را از روی ساعت ایستگاهها میزان مینمودند . بدین ترتیب زمان متوسط شهر پاریس درتمام کشور فرانسه منتشر گردید و بموجب قانون ۱۵ مارس ۱۸۹۱ زمان متوسط شهر پاریس زمان رسمی تمام کشور فرانسه شناختند درحالیکه این مطلب از مدتها قبل مرسوم شده بود .

در آنموقع شبانه روز را بدوقسمت دوازده ساعتی تقسیم نموده بودند و ۱۲ ساعت اول راساعات صبح و ۱۲ ساعت دیگر را ساعات عصر میگفتند ولی ابتدای شبانه روز رانیمه شب قرارداده بودند و درآن لحظه تاریخ روز را تغییر میدادند وهنگامیکه برطبق مرسوم نجومی قرار شد که شبانه روز را به ۲۴ ساعت تقسیم کنند همان نصف شب را مبداء تغییر روز اختیار کردند ولی بعد از اندازه گیری زمان متوسط بطوریکه ذکر شد نظیر دنیا ندبنابراین زمان رسمی را مساوی زمان متوسط خورشیدی پاریس باضافه ۱۲ ساعت اختیار کردند یعنی درلحظه ایکه برحسب زمان متوسط پاریس ساعت ۳ یك روز معین است درهمان لحظه برحسب زمان رسمی ساعت ۱۵ آنروز محسوب میگردد ولی منجمین استعمال زمان متوسط را دربعضی موارد نگاه داشتند وبرای اجتناب از اشتباه آنرا ساعت منجمین نامیدند مثلا ساعت ۹ روز اول ژانویه ۱۹۵۰ بزمان رسمی مطابق است باساعت ۲۱ روز ۳۱ دسامبر ۱۹۴۹ بزمان منجمین . زمان منجمین بندرت بکار میرود و در هرحال در صورت بکار بردن باید بطور روشن قید زمان منجمین برآن اطلاق شود وبنابقرار داد فقط درمواقعیکه تاریخ وقوع یك پیش آمد را در دوره ژولین بیان میکنند زمان لحظه وقوع را برحسب زمان منجمین تعیین مینمایند .

برای آنکه درتمام ممالك روی زمین در داخل یك کشور و یا درقسمت معینی ازخاك یك کشور ساعتها یکنواخت بوده و ضمنا انتخاب زمان رسمی هر کشورطبق قاعده معینی باشد درکنفرانس مجمع بین‌المللی منجمین که درسال ۱۸۸۴ درواشنگتن تشکیل گردید طرحهای زیر تصویب شد .

۱ـ نصف‌النهار رصدخانه گرینویچ بعنوان نصف‌النهار بین‌المللی انتخاب شود وزمان رسمی گرینویچ زمان بین‌المللی اختیار گردد . با در نظر گرفتن آنکه زمان رسمی گرینویچ برابر با زمان متوسط خورشیدی درگرینویچ باضافه ۱۲ ساعت باشد یعنی مبدء شبانه‌روزاز نصف شب محسوب شود .

۲ـ کره زمین را با رسم نصف‌النهاراتیکه زاویه مسطحه صفحات آنها ۱۵° باشد به ۲۴ قاچ تقسیم نمودند بطوریکه نصف‌النهار گرینویچ در وسط یکی از این قاچها قرار داده‌شد. این قاچ را قاچ مبدء اختیار کرده وقاچهای شرقی آنرا بترتیب قاچ اول ودوم و .... وبالاخره بیست وسوم نامیدند. مثلاقاچ اول بین دو نصف‌النهار بعرضهای جغرافیائی ۷/۵° ـ و ۲۲/۵° ـ واقع است وبرای هرقاچ یك زمان رسمی تعیین گردید بطوریکه زمان رسمی قاچ مبدء همان زمان رسمی گرینویچ باشد و زمان رسمی هرقاچ برابر با زمان رسمی گرینویچ باضافه n ساعت باشدکه درآن n شماره قاچ معروض میباشد. مثلا زمان رسمی قاچ اول و دوم وسوم بترتیب مساوی زمان رسمی گرینویچ باضافه یك و یا دو و یا سه ساعت میباشد و ضمنا قرار شدکه هر کشورزمان قاچی را اختیار کندکه قسمت اعظم مساحتش درآن قاچ قرار گرفته باشد وبرای ممالك وسیع نظیر روسیه وآمریکای شمالی وکانادا برای هر قسمت آن زمان رسمی قاچ مربوط بآن قسمت اختیار شود وبا این قرار داد میبایست درتمام جهان اختلاف زمانهای رسمی مقادیر صحیح ساعت باشد یعنی همه ساعتهای جهان دقیقه وثانیه مساوی را نشان‌دهند ودر عبور از سرحد مابین دو مملکت اگراین دو مملکت اکثر خاکشان در قاچهای مختلف باشد میبایست ساعت را یك ساعت تمام جلو و یا عقب برد.

اصول طرحهای مزبور بطورکلی درتمام ممالك دنیا پذیرفته شد ولی اجرای آن‌در تمام ممالك تطابق کامل با این طرح ندارد و امروزه درهر کشور یك زمان قانونی[1] موجود است که بموجب قانون آن کشوربراساس‌طرح فوق برقرار شده است و ممکن است کم‌یابیش باآن مغایرت داشته باشد. مثلا دربعضی از ممالك باآنکه تمام خاکشان دریك قاچ قرار دارد دارای دو زمان قانونی میباشد مانند انگلستان که دارای دو زمان قانونی است یکی برای ایام سرد ودیگری‌برای ایام‌گرم وآنرا ساعتهای زمستانی‌وتابستانی گویند. تمام‌خاك انگلستان درقاچ مبدءقرار دارد وبایدزمان قانونیش مطابق زمان‌رسمی گرینویچ و یازمان بین‌المللی باشد ولی فقط درایام سرد این زمان را پذیرفته و درایام‌گرم زمان رسمی‌قاچ اول را انتخاب میکنند یعنی ساعت تابستانی یك ساعت جلوتراز ساعت بین المللی میباشد.

درعده‌ای از ممالك زمان رسمی یك نصف النهار بخصوص رابرای زمان‌رسمی کشور اختیار کرده‌اند ولی معهذا در اغلب ممالك سعی شده است که اختلاف ساعت رسمی کشور با ساعت بین‌المللی هر عدد دلخواه نباشد بلکه اختلاف مقدار صحیح ساعت باضافه ربع یا نیم

۱– Temps lègal ; Legal time.

و یا سه ربع ساعت باشد در بعضی از ممالك اسلامی موضوع اخیر در نظر گرفته شده است . در سالنامه Bureau de Longitude زمانهای قانونی ممالك مختلف جهان در ۱۰ صفحه نوشته شده است.

مملکت فرانسه تمام خاکش درقاچ مبدء قرار دارد وبموجب قانون ۹ مارس ۱۹۱۱ زمان بین‌المللی را بعنوان زمان رسمی خود پذیرفت ولی در سال ۱۹۱۶ ساعات تابستانی را نظیر انگلستان برقرار کرد یعنی در تابستان ساعت رسمی فرانسه را یکساعت جلو میبردند واین رسم تا سال ۱۹۴۰ برقرار بود واز آن تاریخ ببعد ساعت رسمی فرانسه درتمام ایام سال همان ساعت تابستانی گردید یعنی اینك زمان رسمی فرانسه زمان رسمی قاچ اول است در حقیقت ساعت ممالك اروپای مرکزی راکه اکثراً در قاچ اول واقعند پذیرفته است برای آنکه روابط بین فرانسه و اروپای مرکزی از لحاظ تنظیم ورود و خروج ترنهای بین‌المللی وهواپیما ها وغیره آسانتر باشد و احتیاجی بتصحیح در جداول مربوط باین امور از لحاظ زمان رسمی هر مملکت نباشد و این جداول برای همه ممالك اروپای مرکزی و فرانسه یکسان باشد .

زمان قانونی ایران ـ در ایران بموجب قانون اوزان و مقادیر در ۱۱ فروردین ۱۳۰۴ هجری شمسی زمان قانونی سه ساعت ونیم بیش از ساعت بین‌المللی تعیین گردیدعلت تعیین این ساعت قانونی اینستکه قسمتی ازخاك کشور ایران در قاچ سوم و قسمت دیگر در قاچ چهارم واقع است و بموجب طرح کنفرانس واشنگتن میبایست زمان قانونی کشور زمان رسمی یکی از این دوقاچ که اکثر خاك مملکت درآنست انتخاب شود ولی برای آنکه زمان قانونی ایران خیلی دوراز زمان رسمی نقاط مختلفش نباشدکمی از قرارداد طرح منحرف شده و زمان قانونی رابا سه ساعت و ۳۰ دقیقه اختلاف با زمان رسمی گرینویچ اختیار کرده‌اند بنابراین اگر لحظه وقوع یك پیش آمد بر حسب زمان بین‌المللی معلوم باشد و بخواهیم زمان وقوع این پیش آمد رابه ساعت قانونی ایران مشخص کنیم کافی است که ۳ ساعت و ۳۰ دقیقه برزمان بین المللی لحظه وقوع این پیش آمد بیافزائیم وبالعکس .

خط تغییر روز[1] ـ تاریخ هر روز در حد فاصل مابین نواحی که در آنجا ساعت ۲۴ است ونواحی که در آنجا ساعت صفر است تغییر پیدا میکند این حدود درلحظات شروع هر ساعت صحیح برحسب زمان بین‌المللی همواره ۱۵ درجه روی زمین جابجا میشوند حال

1- Ligne de changement de date; International Date Linge.

فرض کنیم که مثلا در گرینویچ ساعت ۲۰ روز اول فروردین باشد پس درهمان لحظه درقاجهای اول و دوم وسوم بترتیب ساعت ۲۱ و ۲۲ و ۲۳ عمانروز بوده ودرقاج چهارم ساعت صفراست یعنی شروع روز دوم فروردین میباشد و بالاخره در قاجهای شرقی تر بترتیب ساعت ۱ و ۲ و ۳ و روز دوم فروردین میباشد درحالیکه در قاجهای ۲۳ و ۲۲ و ۲۱ و بترتیب ساعت های ۱۹ و ۱۸ و ۱۷ و روز اول فروردین است پس اگر از دو طرف یعنی شرق قاج چهارم و یا غرب آن روی کره زمین جلو برویم دریکطرف روز دوم و درطرف دیگر روز اول فروردین است پس لزوما در یکجا باید تاریخ روز را عوض کنیم یعنی لازم است که روی زمین یك نصف النهار و یا یك خط که از قطب شمال بقطب جنوب کشیده شده باشد مشخص کنیم تا همواره در امتداد آن خط تاریخ روز عوض شود اگر این چنین خطی از نقاط مسکونی زمین بگذرد مثلا اگر از یك شهر بگذرد کسانیکه در آن شهر در دوطرف این خط فرضی واقعند تاریخهای مختلف با اختلاف یکروزدارند وضمن عبور از داخل شهر وگذشتن از خط قراردادی مذکور باید تاریخ راعوض کنند واین کار غیر عملی وغیرممکن است بنابراین روی سطح زمین یك خطفرضی بقسمی درنظر گرفتند که هیچ جا از خشکیهای زمین نگذرد یعنی این خط از قطب شمال تا قطب جنوب از اقیانوس کبیر میگذرد و آنرا خط تغییر روز نامند و مختصات جغرافیائی نقاط قراردادی این خط چنین است :

طول جغرافیائی	عرض جغرافیائی
+۱۶۹° و ۰′	+۶۵° و ۰′
−۱۷۰° و ۰′	+۵۲° و ۳۰′
۱۸۰° و ۰′	+۴۸° و ۰′
۱۸۰° و ۰′	−۵° و ۰′
+۱۷۲° و ۳۰′	−۱۵° و ۳۰′
+۱۷۲° و ۳۰′	−۴۵° و ۳۰′
۱۸۰° و ۰′	−۵۱° و ۳۰′

خشکیهائیکه در دو طرف این خط قرار دارند چنین اند : در مغرب آن آسیا وجزایر ملانزی ومیکرونزی و زلاند جدید وپلی‌نزی غربی قرار دارند و در شرق این خط جزائر هاوائی و پلی‌نزی شرقی واقعند .

۵۲ـ زمان طلوع وغروب خورشید ـ تغییرات سالیانه میل خورشید سبب تغییر طول روز وطول شب میشود و ضمنا عدم تساوی طول روز و شب بستگی بعرض جغرافیائی مکان دارد . در روی خط استوای زمین طول نیم قوس مرئی مسیر یومی خورشید که بقوس نیمروز موسوم است مانند طول قوس نیم مرئی مدار تمام ستارگان ۶ ساعت است یعنی در تمام مواقع سال ۱۲ ساعت روز و ۱۲ ساعت شب است و هر اندازه که قدر مطلق عرض جغرافیائی مکان زیادتر شود اختلاف طول روز و شب زیادتر خواهد شد .

روی سطح زمین مداراتی بعرضهای جغرافی ε — °۹۰ و ε و ε — و (ε — °۹۰ —) در نظر گرفته‌اند . این مدارات زمین را به پنج ناحیه بشرح ذیل تقسیم میکنند:

سطح عرقچین کروی واقع در شمال مدار ′۳۳ , °۶۶ = ε — °۹۰ را منطقه قطب شمال نامند .

منطقه واقع مابین مدارات ′۱۳ , °۶۶ و ′۲۷ , °۲۳ = ε را منطقه معتدله شمالی گویند و منطقه ما بین مدارات ′۲۷ , °۲۳ و ′۲۷ , ۲۳ — را منطقه استوائی ومنطقه مابین ′۲۷ , °۲۳ — و ′۲۷ , °۶۶ — را منطقه معتدله جنوبی ومنطقه‌ایکه بشکل عرقچین کروی بوده و در جنوب مدار ′۲۷ , °۶۶ — است منطقه قطب جنوبی نامند.

در منطقه استوائی زمین اختلاف طول شب و روز خیلی زیاد نمیشود ولی هرچه روی کره بسمت شمال برویم این اختلاف زیادتر میگردد تا در منطقه قطب شمال در نقاطی که عرض جغرافیائی φ بیش از ′۲۳ , °۶۶ است، وقتیکه میل خورشید نزدیك به ε شده و از φ — °۹۰ بیشتر گردد مدار خورشید مانند مدار ستارگان دور قطبی شده و در تمام ۲۴ ساعت روز است و آنرا روزهای قطبی گویند و هنگامیکه خورشید در حوالی انقلاب زمستانی است چون قدر مطلق میل خورشید بیش از φ — °۹۰ میشود خورشید بصورت ستاره دور قطبی جنوبی در آمده و در تمام شبانه روز نامرئی است و آنرا شبهای قطبی نامند و در فاصله ما بین شبهای قطبی و روز های قطبی خورشید طلوع و غروب دارد و متوالیاً شب و روز میشود در روی مدار ′۳۳ , °۶۶ فقط یکروز که خورشید در نقطه انقلاب تابستانی است در یك ۲۴ ساعت روز دارد و همچنین دارای یك شب قطبی است و هرچه از این نقطه بسمت شمال رویم تعداد روزهای قطبی وشبهای قطبی زیادتر میشود تا در نقطه قطب شمال در تمام مدتی که خورشید میلش مثبت است خورشید در بالای افق مکان مانند ستارگان دور قطبی دور قطب دوران میکند یعنی شش ماه تمام روز است وشش ماه دیگر که میل خورشید منفی است خورشید

زیر افق مکان واقع شده و بصورت ستارگان دورقطبی جنوبی در میآید و همواره تاریك است پس در این شش ماه شب است .

هنگامیکه دریك مكان خورشید غروب میكند یعنی زیر افق مكان قرار میگیرد اشعه‌ایکه از خورشید منتشر میشود بچشم ناظر نمیرسد ولی این اشعه‌ای نورانی تا مدتی جو بالای سر ناظر را روشن میکند بنابراین تاریکی تا مدتی کامل نمیشود و این مدت را شفق گویند[1] این کیفیت قبل از طلوع خورشید نیز پیدا میشود و آنرا فجر یا فلق نامند . شفق و فلق رسمی محدود بلحظه‌ایست که ارتفاع خورشید به ۶°− برسد یعنی خورشید ۶° زیر افق قرار گیرد و یا بعبارت دیگر زاویهٔ سمت الرأسی خورشید ۹۶° گردد در این موقع شفق و فلق رسمی فقط ستارگان خیلی روشن دیده میشوند . فلق و شفق نجومی[2] محدود بلحظه‌ایست که ارتفاع خورشید به ۱۶°− برسد یعنی فاصله‌سمت‌الرأسی آن ۱۰۶° میگردد از ابتدای شفق نجومی تا ابتدای فلق نجومی شب کامل است . فلق وشفق دریانوردی[3] محدود بلحظه‌ایست که ارتفاع خورشید ۱۲°− باشد .

برای تعیین لحظه طلوع و یا غروب خورشید دریك روز معین از روی تقاویم نجومی میل خورشید را در زمان نزدیك بلحظه طلوع و یا غروب استخراج مینمایند و از روی فرمولهای مربوط به طلوع و غروب ستارگان زاویه ساعتی خورشید در لحظه طلوع و یا غروب بدست میآید (شماره ۳۸) سپس مقدار تصحیح مربوط به انکسار جوی در افق را عمل میکنیم نتایج حاصل لحظات طلوع و یا غروب مربوط به نقطه مرکز خورشید میباشد و اگر بخواهیم لحظه غروب و یا طلوع را برای لبه فوقانی خورشید بدست آوریم باید مقدار زمان لازم برای آنکه مرکز خورشید باندازه نیم قطر ظاهری خورشید زیر افق رود تعیین نمائیم و این عمل نظیر تصحیح مربوط به انکسار است و همان فرمول در آن قابل اجراست فقط در آن بجای R باید s اندازه نیم قطر ظاهری خورشید را قرار دهیم در نتیجه مجموع این دو تصحیح در مورد خورشید بصورت زیر درمیآید :

۱− Crépuscule civil; Civil Crepuscule.

۲− Crépuscule astronomique; Astronomical Crepuscule.

۳− Crépuscule nautique:Nautical Crepuscule

$$\Delta H_1 \quad \frac{R+s}{\sqrt{\cos(\varphi+\delta_0)\cos(\varphi-\delta_0)}}$$

این مقدار را در مورد طلوع باید از زاویه ساعتی لحظه طلوع کم نموده و در مورد غروب بر زاویه ساعتی لحظه غروب اضافه کرد وضمناً متذکر میگردد که طلوع و غروب حادثه‌ای نیست که بتوان زمان آنرا با رصد مستقیم بطور بسیار دقیق تعیین نمود پس در محاسبه ΔH_1 کافی است که بجای R و s مقادیر تقریبی متوسط آنها را قرارداد $R = ۳۳'$ و $s = ۱۶'$ مقدار s بطوریکه قبلا ذکر کردیم در ایام سال تغییر میکند و حداکثر نمو و یاتنزل آن ازمقدار متوسط برابر "۱۶ است و اثر این تغییر در ΔH_1 ازچندثانیه ساعت تجاوز نمیکندبنابراین همانطورکه ذکر شدکافی است‌که همواره مقدار متوسط آنرا درفرمول بکار ببریم وداریم:

$$R+s = ۴۹' = ۱۹۶^{s}$$

برای تعیین مدت شفق و فلق‌رسمی نیز میتوان از فرمولی نظیر فرمول تصحیح‌انکسار استفاده نمود البته جواب حاصل تقریبی است ولی تقریب آن قابل قبول میباشد اما برای تعیین شفق و فلق نجومی و یا دریانوردی باید H مربوط به انتهای شفق ویا ابتدای فلق‌را از روی حل مثلث وضعیت‌بدست‌آورد در مورد شفق و فلق رسمی‌زاویه ساعتی حاصله ازطلوع و غروب لبه فوقانی خورشید را باندازه ΔH_2 تصحیح کرد تا لحظه شروع فلق و یا خاتمه شفق بدست آید .

$$\Delta H_2 = \frac{۲۴^{m}}{\sqrt{\cos(\varphi+\delta_0)\cos(\varphi-\delta_0)}}$$

نتایج حاصله عبارتست‌از زاویه ساعتی‌خورشید در لحظات‌طلوع و یا غروب ویاابتدای فلق ویا انتهای شفق و بعبارت دیگر مقادیر فوق عبارتند از زمان حقیقی خورشیدی محلی در لحظات مذکور واگر بر آنها معادله زمان یعنی مقدار E مربوط به آن لحظه را اضافه کنیم زمان متوسط محلی حوادث فوق حاصل‌میشودو بادرنظر گرفتن طول جغرافیائی مکان میتوان زمان‌متوسط گرینویچ را بدست آورد وچنانچه ۱۲ ساعت را بر آن اضافه کنیم زمان رسمی گرینویچ ویا زمان بین‌المللی حاصل میشود و از روی آن زمـان قانونی حوادث فوق در آن محل بدست میآیدبنابراین برای‌تعیین‌زمان بین‌المللی‌هریك‌ازاین‌لحظات بایدبرزاویه‌های ساعتی حاصل $L+E+۱۲^{h}$ اضافه‌کنیم تا زمان‌بین‌المللی بدست آید .

مثال: مطلوبست اوقات غروب و ظهر حقیقی در روز سی‌ام آبانماه ۱۳۲۷ شمسی

خورشیدی در تهران در صورتیکه طول و عرض جغرافیائی تهران بترتیب برابر با $\varphi = ۳۵°,۴۲'$ و $L = -۳^h,۲۵^m,۴۴^s$ باشد و معادله زمان در حوالی غروب برابر $E = -۱۴^m,۲^s$ بوده و بدانیم که میل خورشید در حوالی غروب $\delta_\circ = -۱۹°,۵۳'$ باشد و معدله زمان در موقع ظهر حقیقی مکان برابر است با $E = -۱۴^m,۴^s$.

حل : چون : $Hm = H_\circ + E$

پس در موقع ظهر حقیقی : $Hm = -۱۴^m,۴^s$

لحظه ظهر حقیقی به ساعت قانونی ایران $t = Hm + ۱۲^h + L + ۳/۵^h = ۱۱^h,۵۰^m,۱۲^s$

زاویه ساعتی خورشید در موقع غروب مرکز آن از فرمول زیر بدست میآید:

$$tg H = -\frac{\sqrt{\cos(\varphi - \delta_\circ)\cos(\varphi + \delta_\circ)}}{\sin\varphi \sin\delta_\circ}$$

وتصحیح انکسار واختفاء لبه :

$$\Delta H_۱ = \frac{۱۹۶^s}{\sqrt{\cos(\varphi - \delta_\circ)\cos(\varphi + \delta_\circ)}}$$

$$\varphi - \delta_\circ = ۵۵°,۳۵'$$

$$\varphi + \delta_\circ = ۱۵°,۴۹'$$

$$\log ۱۹۶ = ۲/۲۹۲۲۶$$

$$\frac{۱}{۲}\log\cos(\varphi - \delta_\circ) = \bar{۱}/۸۷۶۱۱$$

$$\frac{۱}{۲}\operatorname{colog}\cos(\varphi - \delta_\circ) = ۰/۱۲۳۸۹$$

$$\frac{۱}{۲}\log\cos(\varphi + \delta_\circ) = \bar{۱}/۹۹۱۶۲$$

$$\frac{۱}{۲}\operatorname{colog}\cos(\varphi + \delta_\circ) = \underline{۰/۰۰۸۳۸}$$

$$\operatorname{colog}\sin\varphi = ۰/۲۳۳۹۳$$

$$\log \Delta H_۱ = ۲/۴۲۴۵۳$$

$$\operatorname{colog}\sin\delta_\circ = \underline{۰/۴۶۸۳۹ \quad n}$$

$$\Delta H_۱ = ۲۶۶^s = ۴^m,۲۶^s$$

$$\log tg(\pi - H) = ۰/۵۷۰۰۵ \quad n$$

$$\log tg H = ۰/۵۷۰۰۵$$

$$H = \underline{۷۴°,۵۶',۱۴''} = \underline{۴^h,۵۹^m,۴۵^s}$$

$$H = \overset{h}{۴} \; , \; \overset{m}{۵۹} \; , \; \overset{s}{۴۵}$$

$$\Delta H_{۱} = \overset{m}{۴} \; , \; \overset{s}{۲۶}$$

$$۱۲ + E = \overset{h}{۱۱} \; , \; \overset{m}{۴۵} \; , \; \overset{s}{۵۸}$$

$$۳/۵ + L = \overset{m}{۴} \; , \; \overset{s}{۱۶}$$

$$t_{۱} = \overset{h}{۱۶} \; , \; \overset{m}{۵۴} \; , \; \overset{s}{۲۵}$$

میتوان جداولی ترتیب داد که از روی آن جداول لحظهٔ غروب و طلوع خورشید را برای هر نقطه از زمین و در هر روز معین حساب نمرد یعنی برای مقادیر معین φ و $\delta_{\circ}$ لحظه طلوع و غروب و یا قوس نیمروز را قبلا حساب کرده ودر این جداول مینویسند و از روی آن بوسیله تناسب قوس نیمروز مطلوب راتعیین مینمایند مانند جداول شماره IX الف وهمچنین جداولی برای تصحیح $\Delta H_{۱}$ برحسب مقادیر مختلف φ و $\delta_{\circ}$ تنظیم میگردد که از روی آن تصحیح مربوط بهانکسارجوی واختفای لبهٔ بالائی خورشیدبدست میآید (جداول شماره IX ب) بااین جداول میتوان لحظات طلوع و غروب خورشید و ماه وستارگان را بطور تقریب برای هرروز ودر هرمکان بلافاصله بدست آورد .

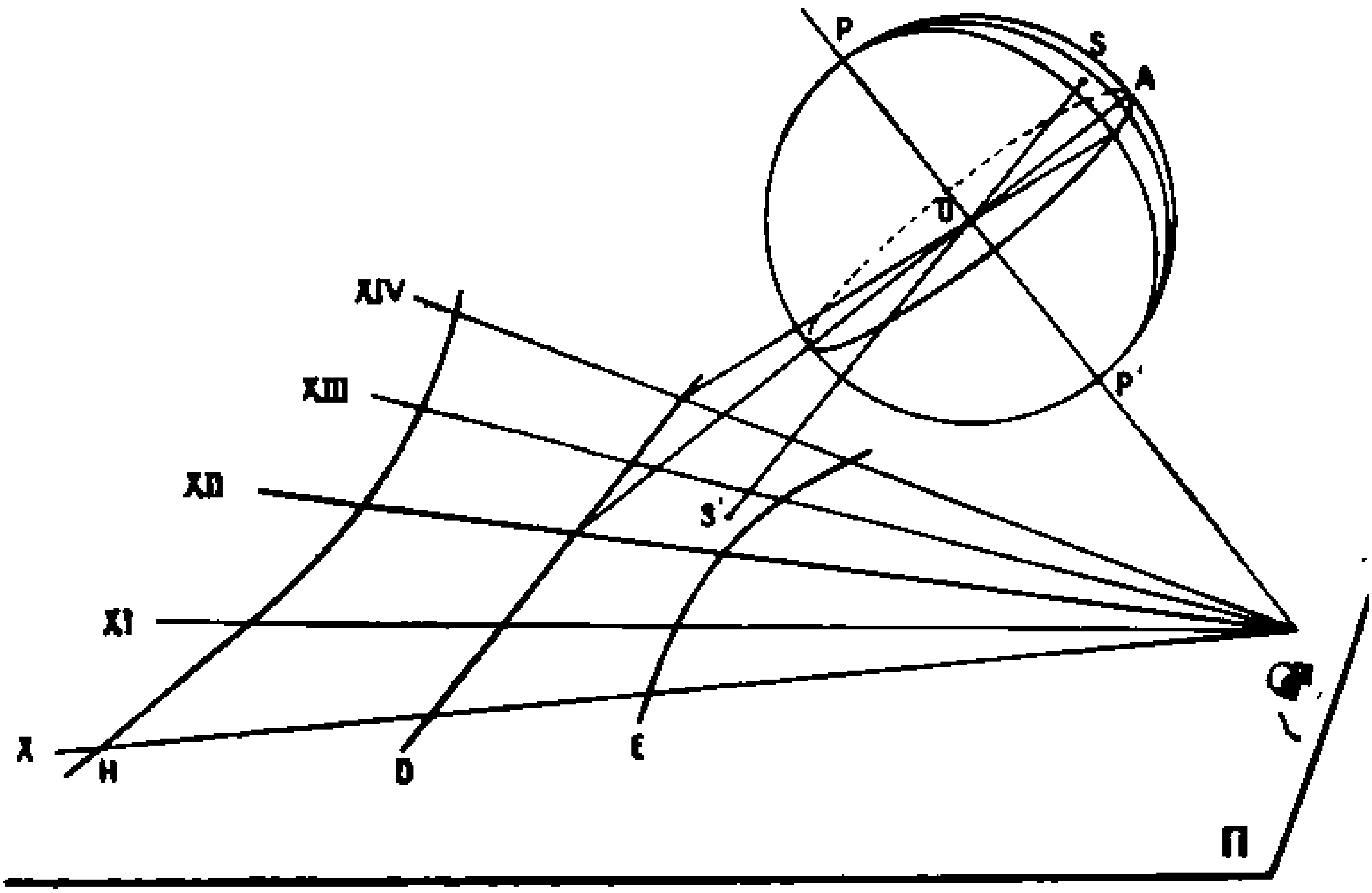
۵۴ ـ شاخص یا ساعت آفتابی[۱] : ساعتهای آفتابی دستگاههائی هستندکه در یك مکان مستقر شده و از روی آن با یك نظر میتوان زمان خورشیدی حقیقی را خواند وضمناً با تمهیداتی ممکن است از روی آنها زمـان متوسط را بدست آورد و یا حتی ممکن است ساعت قانونی را دریك مکان از روی آنهاتعیین نمود ولی درحالات اخیر دستگاه خصوصیت سادگی و سهولت خود را از دست میدهد .

یك ساعت آفتابی اصولا تشکیل شده است از یك سطح مستوی (صفحه) ویك شاخص کوچك (نقطه و یا دایره کوچکی که دریك فاصله و وضع معین نسبت به صفحه قرار گرفته است) که سایه آن روی صفحه مذکور میافتد و روی صفحه خطوطی رسم شده است که طرز ترسیم و مورد استعمال این خطوط ذیلا شرح داده میشود .

فرض کنیم O مرکز شاخص باشدوکره سماوی را بمرکز O رسم کرده و روی کره

۱ـ Cadran solaire; Sundial.

دایره استوای سماوی ونصف‌النهار مکان و دوایر ساعتی را بفواصل یك ساعت به یك ساعت (۱۵° به ۱۵°) رسم میکنیم (شکل ۶۲) اگرS نقطه حامل خورشید روی کره سماوی باشد سایه شاخص O روی صفحه دستگاه نقطه‌ایست مانند S' که درامتداد خط SO قرار دارد اگر O را مرکز تصویر در نظر گرفته و روی صفحه دستگاه تصاویر مرکزی (مخروطی) دوایر ساعتی را رسم کرده باشیم ازروی محل S' میتوان زاویه ساعتی خورشید را تعیین نمود. اگر محور عالم POP' را امتداد دهیم تا در نقطه ای مانند O' صفحه دستگاه را قطع کند



(شکل ۶۲)

تصاویر دوایر ساعتی روی صفحه دستگاه خطوط مستقیمی است که از نقطه O' میگذرند و آنها را خطوط ساعتی[۱] مینامند. برای آنکه قرائت زاویه ساعتی خورشید دقیقتر شود کافی است که تعداد خطوط ساعتی را زیاد کنیم مثلا خطوط ساعتی را بفواصل ۱۰ دقیقه به ۱۰ دقیقه ترسیم نمائیم.

۱- Lignes horaires; Hours lines.

اگر D تصویر صفحه استوای سماوی روی صفحه دستگاه باشد چون خورشید درایام سال در دوطرف صفحه استوا تغییرمکان‌میدهد پس نقطه 'S در ایام سال در دو طرف‌این خط قرار میگیرد و اگر خورشید در نیمکره شمالی باشد یعنی $\delta_\circ$ مثبت باشد نقطه 'S در آنطرف خط D واقع است‌که به 'O نزدیکتر است‌وبالعکس وقتیکه $\delta_\circ$ منفی باشد 'S در طرف دیگر خط واقع است ، اگرروی‌صفحه دستگاه تصاویر مخروطی مدارات '۲۳°,۲۷ و '۲۳°,۲۷- که موسوم به مدارات رأس السرطان[۱] و رأس‌الجدی[۲] میباشندرسم کنیم‌دومنحنی E وH حاصل میشوند وسایه شاخص در وقتیکه خورشید درنقطه انقلاب تابستانی است‌روی منحنی E تغییرمکان پیدا میکند و هنگامیکه خورشید در انقلاب‌زمستانی است سایه شاخص درآن روز روی منحنی H تغییر مکان میدهدوچون هرفصل را به سه برج تقسیم میکنیم‌میل خورشید درابتدای‌برج دوم بهار '۱۱°,۲۹ + ودرابتدای برج سوم '۲۰°,۲۰ + میگردد وبهمین‌ترتیب ابتدای‌برج دوم وسوم‌تابستان‌میل‌خورشیدبترتیب '۲۰°,۲۰ + و'۱۱°,۲۹ + خواهد بود و قرینه این مقادیر برای ابتدای بروج‌زمستان‌وپائیز بدست میایند حال‌تصاویر مدارات '۲۰°,۲۰ ± و '۱۱°,۲۹ ± را روی صفحه دستگاه رسم میکنیم منحنی‌هائی‌که بدین شکل بدست میایندبضمیمه D وE وH که جمعاً هفت عددمیباشندبخطوط بروج[۳]موسومند خطوط بروج باستثنای D منحنی‌های‌درجه دوم میباشند (تصویر مخروطی دایره برصفحه) که برحسب زاویه صفحه دستگاه با محور عالم ومیل مدارات نوع آنها متفاوت است وبیضی ویا سهمی و یا هذلولی‌خواهند بود و بدین ترتیب از روی‌محل 'S درصفحه تاریخ تقریبی را هم میتوان خواند یعنی در اول برج فروردین سایه روی خط D تغییر مکان پیدا میکند وبتدریج روز های بعد سایه در فاصله مابین خط D وخط برج دوم بهار یعنی تصویر مدار '۲۹°۱۱+ تغییر مکان پیدا میکند و هر چه به برج دوم نزدیکتر شویم سایه بخط برج دوم نزدیکتر میگردد در اول برج دوم بهار روی این خط تغییر مکان پیدا میکند و همین طور الی آخر .

شاخص ممکن استسوراخ دایره‌ای شکل کوچکی باشدکه روی‌یک‌سطح‌متصل بدستگاه

۱– Tropique du Cancer; Tropic of cancer.

۲– Tropique du Capricorne; Tropic of capricorn.

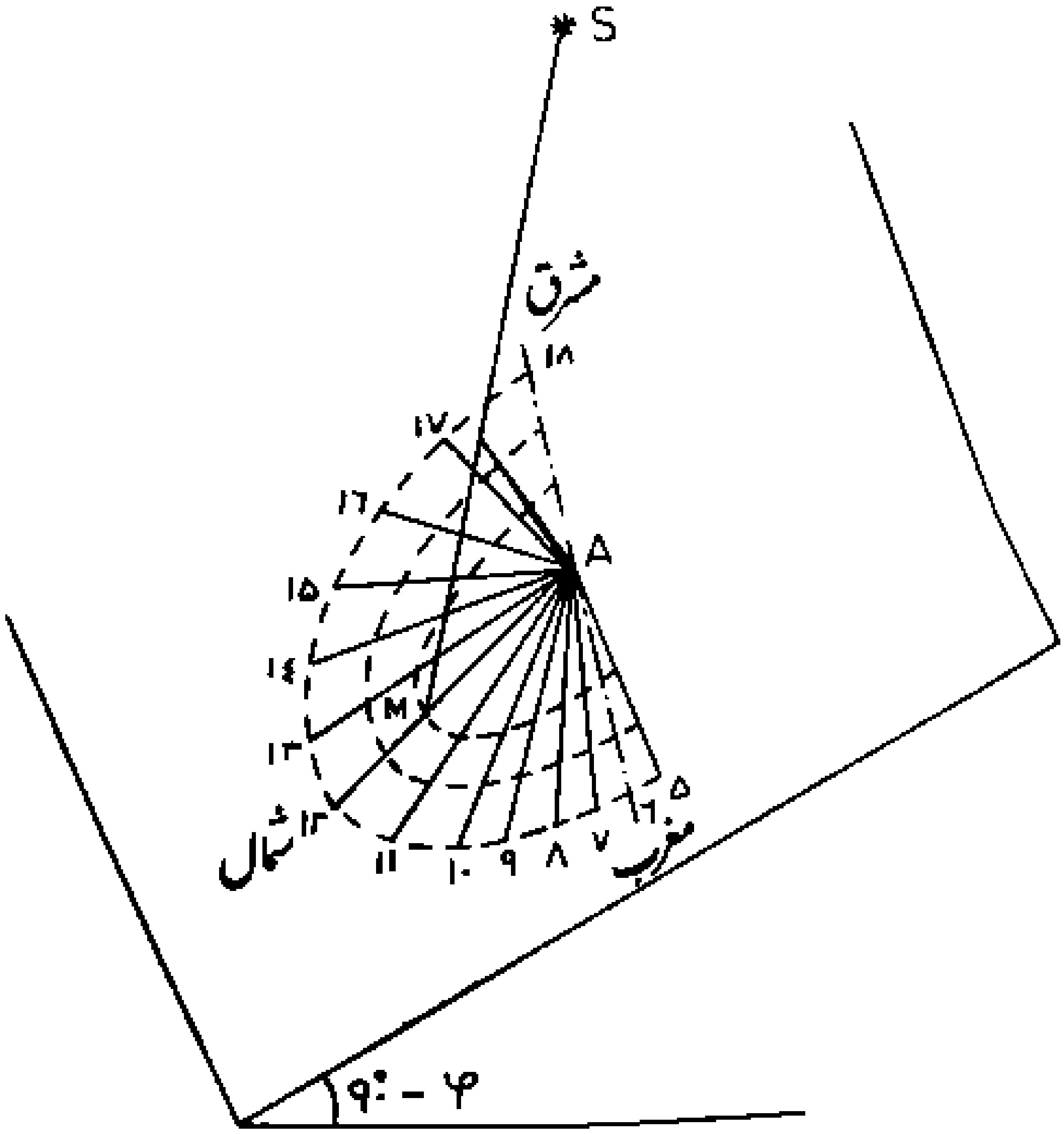
۳– Arcs des signes; Arcs of signs.

تعبیه نموده باشند و در اینحالت شعاع نورانی خورشید که از سوراخ مذکور میگذرد روی صفحه دستگاه لکه‌روشن کوچکی بشکل بیضی خواهدبود که مرکز آن نقطه S' است . ممکن ست شاخص را انتهای یك میله فلزی انتخاب کنندکه میله بموازات محور عالم روی‌صفحه دستگاه نصب شده باشد در اینحالت سایه‌میله روی خطوط ساعتی صفحه دستگاه قرارمیگیرد و انتهای سایه نقطه S' را مشخص میکنند و برحسب دقتی که در تنظیم این ساعت بکار رفته باشد مقادیرزمان‌خوانده شده‌روی آن‌ممکن است تاچند دقیقه ویاحتی‌تاچند ثانیه دقت‌برسد.

هنرساختن ساعتهای‌آفتابی اکنون بعلت عدم‌لزوم وعدم استعمال آنها ازبین رفته‌است ودر قدیم این‌کار توسط هنرمندان قابل و به سیوه‌های مخصوص انجام میگرفت‌که روش آنها در کتابهای مخصوص ساعتهای آفتابی بتفصیل مذکور است و فقط در اینجا باختصار اصول نمونه‌های مختلف ساعتهای آفتابی را ذکرمیکنیم.

ساعت آفتابی استوائی : ساده‌ترین ساعتهای آفتابی ساعت استوائی است . در ساعت‌استوائی صفحه دستگاه‌صفحه استوا است که باصفحه افق مکان زاویه $90°-\varphi$ رامیسازد (φ عرض جغرافیائی مکان است) وشاخص بوسیله نوك میله AO که عمود بر صفحه دستگاه میباشد مشخص میشود (شکل ۶۳) میله AO که عمود برصفحه استوا است در امتداد محور عالم میباشد پس خطوط ساعتی همه از نقطه A میگذرند و زاویه مابین دو خط ساعتی‌همان زاویه مسطحه فرجه دوایر ساعتی میباشد پس‌زوایای مابین دوخط ساعتی‌که یك ساعت‌باهم اختلاف داشته‌باشند برابر با $15°$ خواهدبود سایه میله درظهرحقیقی در امتداد نصف‌النهار است پس اگرخط AM فصل مشترك صفحات استوا و نصف‌النهار مکان باشدهنگامیکه‌سایه در امتداد AM قرار داشته باشد ظهرحقیقی‌است و بمبدء AM و در دوطرف آن خطوطی روی صفحه دستگاه رسم میکنیم که با هم زوایای $15°$ بسازند و روی خط AM عدد ۱۲ و روی خطوطی که‌درجهت مغرب میرود بترتیب اعداد ۱۱ و۱۰ و........ و ۵و۶میونویسیم وروی‌خطوطی که بطرف‌مشرق میروند بترتیب اعداد۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و....... رامینویسند و اگر بخواهند با دقت بیشتر ساعت را بخوانند هریك از تقسیمات را به ۶ یا ۱۲ قسمت میکنند دراینحالت فاصله هردوخط ساعتی ۱۰ و یا ۵ دقیقه خواهدبود و از روی مکان‌سایه زمان خورشیدی‌حقیقی‌خوانده میشود خط D یعنی تصویر استوا در این دستگاه به بینهایت میرود وخطوط بروج در این دستگاه دوائری متحد المرکزاند که مرکز مشترکشان A میباشند زیرا این‌خطوط تصاویرمخروطی مدارات روی صفحه تصویر میباشد وچون دراینجا صفحه تصویر موازی استوا یعنی عمود بر محور مخروطهـای مصور است پس تصـاویر دایره

میباشند وچون وقتی خورشید درنقطه انقلاب تابستانی است زاویه شعاع واصل بخورشید با صفحه استوا برابر ε میباشد پس اگرطول میله OA مساوی d باشد از مثلث قائم‌الزاویه OAM نتیجه‌میشود که‌شعاع‌این‌دایره‌برابراست با $r = d.\cot g\varepsilon$ وچون $\cot g\varepsilon = ۲/۳۰$ پس شعاع‌دایره E برابر است با ۲/۳۰ d وبهمین طریق شعاعهای دوایر مربوط به بروج دیگر بترتیب برابرندبا ۲/۷۰ d و ۴/۹۰ d واضح است‌که درجه بندیهای فوق‌که برروی قسمت بالائی صفحه دستگاه رسم شده است فقط در ایام بهاروتابستان قابل استفاده است ودر ایام پائیزوزمستان که میل خورشید منفی‌است یعنی خورشید زیرصفحه استوا واقع است‌روی

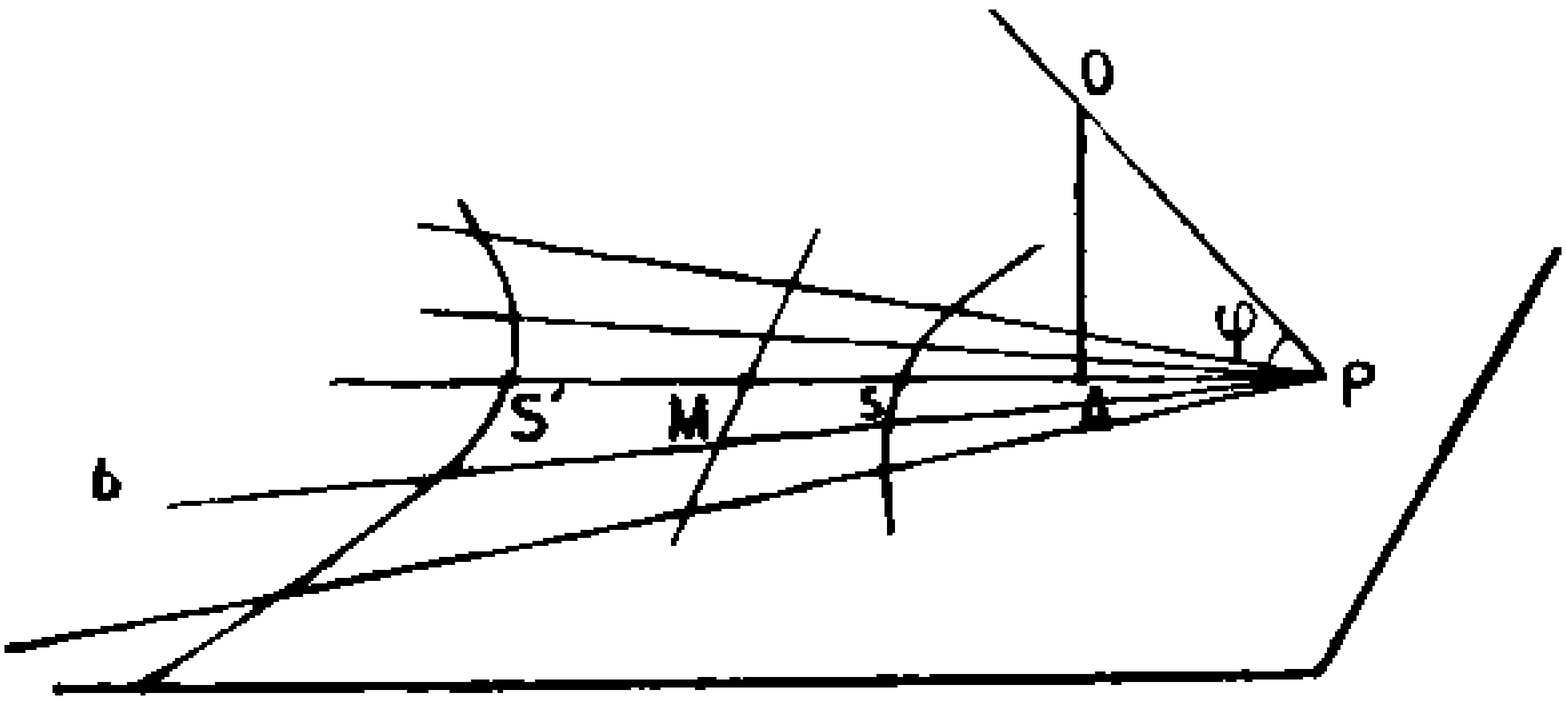


(شکل ۶۳)

صفحه تاریك است واشعه آفتاب بدان‌نمیرسد‌که سایه‌ای وجود داشته باشد‌ولی میتوان همان درجه بندی را در زیرصفحه درست نمود ومیله دیگر را مانند AO' درامتداد همان میله در زیرصفحه کارگذاشت ودر ایام پائیز وزمستان از درجات زیرصفحه استفاده نمود باین دستگاه در هرلحظه از روز بشرط آنکه ابر نباشد میتوان زمان خورشیدی حقیقی رامعلوم

نمود وضمنا تاریخ تقریبی آن روز نیز بدست میآید.

ساعت آفتابی افقی[1] : دراین دستگاه صفحه‌تصویر افقی‌است ومیله AO عمود بر آن نصب شده است (شکل ۶۴) ورأس O میله شاخص دستگاه است وسایه‌میله AO روی صفحه دستگاه میافتد اگر از نقطه O خطی موازی محورعالم رسم کنیم تا درنقطه P صفحه راقطع کند خطوط ساعتی همه از نقطه P میگذرند و خط AP امتداد شمال و جنوب را مشخص



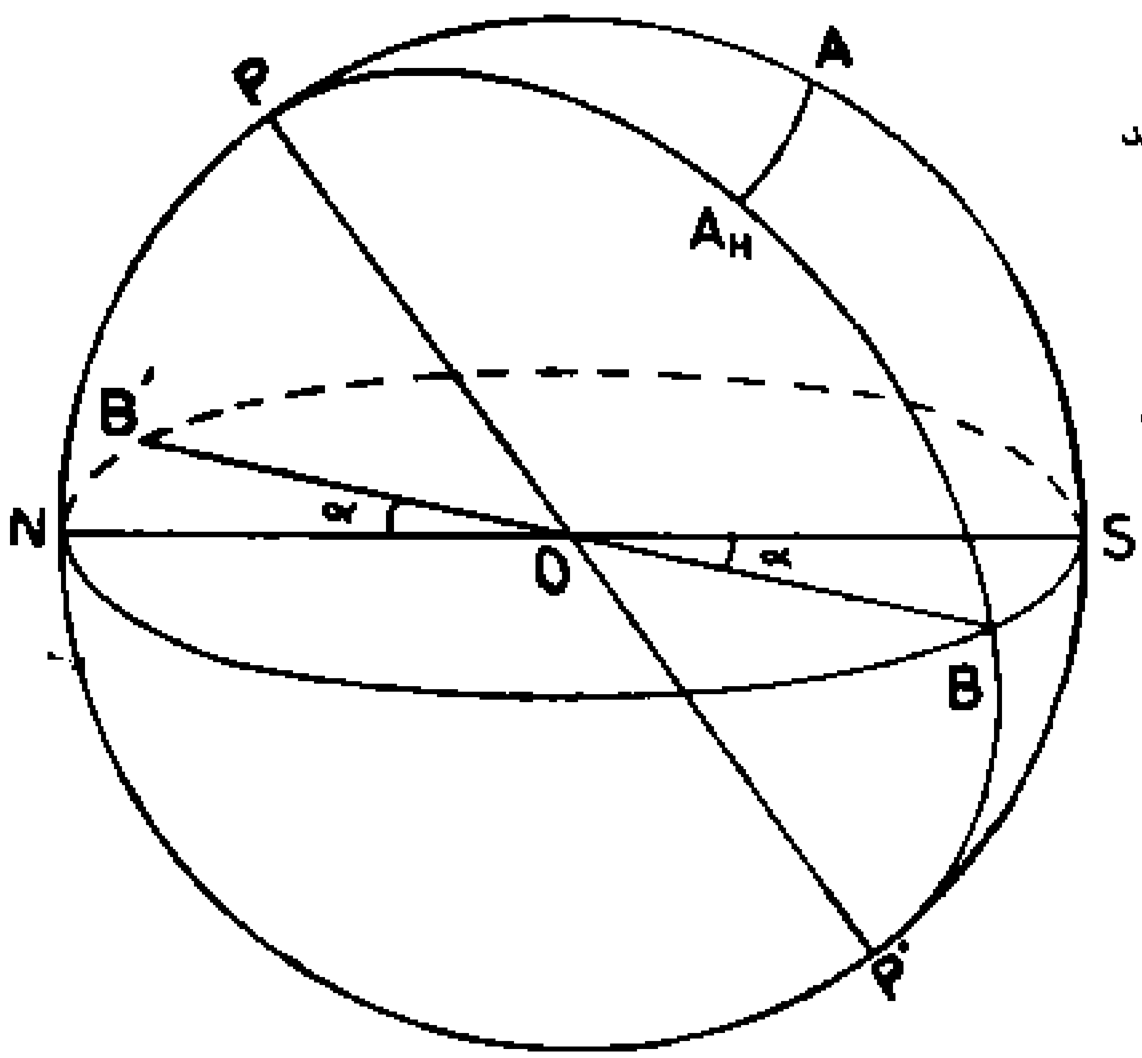
(شکل ۶۴)

میکند زیرا صفحه‌ایکه برخط قائم AO و محور عالم میگذرد صفحه نصف‌النهارمکان است. تصویر صفحه استوا روی صفحه تصویر و یا به بیـان دیگر خط برج اول خطی است عمود بر PA وبفاصله $d.tg\varphi$ از نقطه A زیرا اگر صفحه استوا راکه‌از نقطه O عمود بر OP رسم میشود امتداد دهیم تا در D صفحه افق را قطع کند D تصویر مخروطی دایره استوا بمرکز تصویر O میباشد واگر D در M خط AP را قطع کند خط MO بر OP عمود بوده وزاویه‌اش با OA برابر φ میباشد پس داریم $MA = d.tg\varphi$ وضمناً خط D بر MA عمود است زیرا D فصل مشترك صفحه استوا وافق است بنابراین بترتیب بر OP و OA عمود است بنابراین D برصفحه این دو خط عمود است و چون خط PAM درصفحه این دو خط واقع است پس D بر MA عمود میباشد و چون نصف زاویه رأس مخروط مصور مدار رأس‌السرطان که ضمنا مخروط‌مصور راس‌الجدی نیز میباشد برابراست با $66°33'$ پس درمکانهائیکه عرض جغرافیائی آنها یعنی φ کمتر از مقدار فوق باشد مانند ایران‌واکثر ممالك اروپا وغیره تصاویر این‌مدارها هذلولی میباشد و خط AM محورتقارن این‌هذلولی

۱- Gnomon.

است ویك شاخه آن مربوط به مدار راس السرطان وشاخه‌دیگرموبوط به مدار راس‌الجدی استوخطوط سایر بروج نیز دراین‌حال همه‌هذلولی‌میباشند S و S' رئوس شاخه‌های‌هذلولی مربوط به‌مدار راس‌السرطان وراس‌الجدی درفاصله‌های $d.tg(\varphi-\varepsilon)$ و $d.tg(\varphi+\varepsilon)$ میباشند واین نتایج بسهولت از مثلثهای قائم‌الزاویه OAS و OAS' حاصل میشوند واز این مقادیرمیتوان اندازه ε را استخراج نمود یعنی با اندازه‌گرفتن طول سایه در هنگام انقلابین درظهرحقیقی از هریك از دو عبارت فوق مقدار ε بدست میاید و ضمناً طولهای AS و AS' بترتیب کوتاهترین وبلندترین سایه میله درلحظات ظهر حقیقی میباشندواز اینرو میتوان باوقاتی که خورشید در انقلابین میباشند پی‌برد . قدمابا‌همین روش مقدار ε یعنی زاویه مابین دایرةالبروج واستوا را بدست میآوردند و برای دقت جواب در شبستان مساجد ویا کلیساها خط نصف‌النهار را از پای خط قائم مار بر روزنی‌که به گنبد ویاطاق شبستان تعبیه میشد رسم مینمودند وبا اندازه‌گیری فاصله لکه نورانی تا پای خط قائم مذکور در ظهر روز انقلاب تابستانی ویا انقلاب زمستانی و محاسبه عبارات مذکور مقدار ε را بادقت زیاد حساب‌میکردند و این عمل تا قرن هفده میلادی ادامه داشت و تغییرات سالیانه ε که‌قبلا ذکر شد بدینوسیله روشن گردید .

طرز مدرج کردن صفحه ساعت آفتابی افقی : برای‌مدرج کردن‌صفحه‌ساعت افقی اگر Pb تصویریك دایره‌ساعتی(شکل ۶۴) باشد واگرفرض کنیم که شاخص O بوسیله‌میله OP مشخص شده باشدهنگامیکه‌خورشید در صفحه دایره ساعتی مربوط به‌خط‌ساعتی Pb قرار گیرد سایه OP روی خط Pb منطبق خواهد شد پس خطوط ساعتی تصاویر محور عالم روی صفحه‌افق‌مکان است بفرض



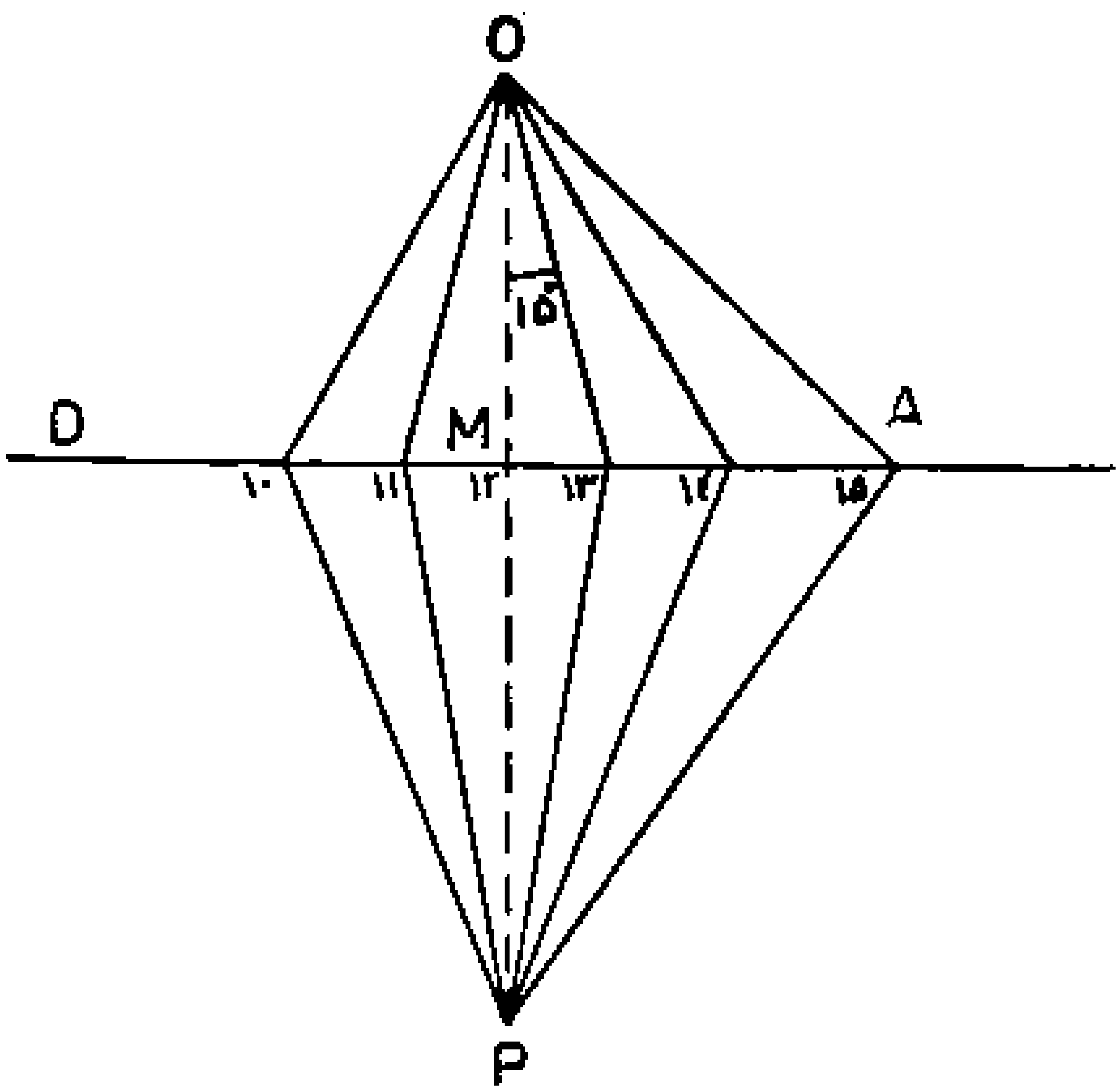
(شکل ۶۵)

آنکه مرکز تصویر در هرساعت نقطه حامل خورشید روی کره سماوی باشد .

اگر A موضع خورشید در نصف‌النهار مکان باشد (شکل ۶۵) وتصویر محور عالم‌را روی صفحه افق مکان به SN نمایش دهیم SN موازی PM شکل ۶۴ میباشد و موقعی که خورشید روی دایره ساعتی مربوط به خط ساعتی pb قرار گیرد تصویر محور عالم روی صفحه افق خط BOB' میباشد که موازی pb شکل ۶۴ است وزاویه $NOB'=BOS=\alpha$ برابر با زاویه pb و PM میباشد و زاویه α برابر با قوس BS است و از روی مثلث قائم‌الزاویه PBS که در آن $\widehat{PS}=90^\circ-\varphi$ و $\hat{P}=H$ و $\hat{S}=90^\circ$ خواهیم داشت .

$$tg\alpha=\sin\varphi\, tgH$$

وباروش ترسیمی میتوان رابطه فوق‌را حل کرده وزاویه α را برحسب H تعیین‌نمود فرض کنیم که D تصویر صفحه نصف‌النهار روی صفحه افقی دستگاه بوده و PM تصویر نصف‌النهار مکان باشد (شکل ۶۶) روی امتداد خط PM نقطه‌ای مانند O' چنان اختیار میکنیم که داشته باشیم .



(شکل ۶۶)

$$\frac{MO'}{PM}=\sin\varphi$$

حال اگر خط O'A را طوری رسم کنیم که با O'M زاویه H بسازد ز مثلث قائم‌الزاویه O'MA داریم .

$$\frac{MA}{MO'}=tgH$$

و همچنین از مثلث قائم‌الزاویه PMA داریم

$$\frac{MA}{PM}=tg\widehat{MPA}$$

اگر رابطه اخیر را بررابطه قبلی تقسیم کنیم خواهیم داشت $tg\widehat{MPA}=\sin\varphi\, tgH=tg\alpha$
پس معلوم میشود که خط PA خط ساعتی مربوط به زاویه ساعتی H میباشد پس برای

ترسیم خطوط ساعتی کافی است که از نقطه O' و بمبدء ضلع $O'M$ زوایای °۱۵ را متوالیا دردوطرف رسم کنیم تا اضلاع آنها خط l را قطع کند خطوطی که از نقطه P به نقاط تقاطع رسم میشود خطوط ساعتی میباشد و اگر بخواهیم اجزاء ساعت (مثلا ده دقیقه ویا پنج دقیقه) را روی دستگاه بخوانیم هریك از زوایای مرسوم که براس O' میباشند مثلا به ۶ یا ۱۲ قسمت متساوی تقسیم کرده وخطوط ساعتی نظیر آنها را با وصل کردن نقطه P به نقاط نظیر روی خط D بدست میآوریم.

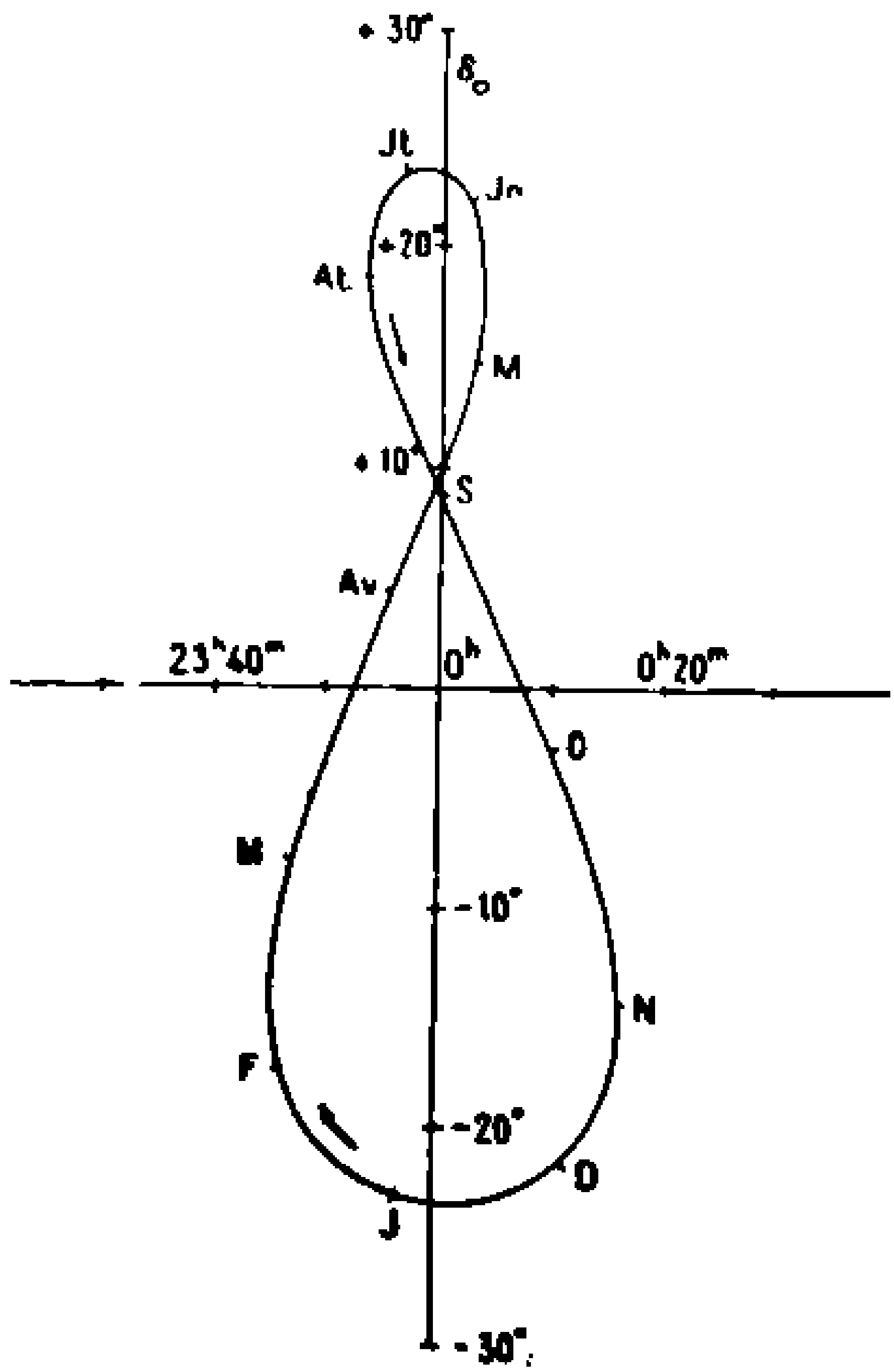
ساعتهای آفتابی قائم : درساعتهای آفتابی قائم صفحه دستگاه را درامتداد صفحه نصف‌النهار مکان اختیار میکنند و دراینحال ساعت یا شرقی و یا غربی است برحسب آنکه روی شرقی و یا غربی صفحه مدرج شده باشد . در این ساعت خطوط ساعتی موازی یکدیگر و موازی محور عالم خواهند بود زیرا در این حالت صفحه تصویر موازی محور عالم است و آنرا در بینهایت قطع میکند پس خطوط ساعتی که از نقطه بر خورد محور عالم باصفحه میگذرند موازی خواهند شد و دراین دستگاه شاخص را یك میله موازی محور عالم اختیار میکنند این میله موازی صفحه دستگاه نیز میباشد وسایه آن روی صفحه درساعتهای مختلف روی خطوط ساعتی میافتد ودر این دستگاه تصویر استوا خطی عمود برخطهای ساعتی میباشد یعنی زاویه آن با افق باندازه $\varphi - 90°$ است .

اگر صفحه دستگاه صفحه قائم عمود برنصف‌النهار مکان باشد وشاخص را بوسیله میله‌ای موازی محور عالم که بدستگاه نصب شده باشد مشخص کنیم دراین حال خطوط ساعتی ازمحل برخورد میله با صفحه میگذرند و تصویر استوا بر صفحه خطی افقی خواهد بود . همچنین ممکن است صفحه قائم در امتداد دلخواهی قرار بگیرد در اینحال ساعت را ساعت میل دار نامند و خطوط ساعتی از محل برخورد محور عالم با صفحه تصویر میگذرند وتصویر استوا خطی است که با صفحه افق زاویه‌ای کمتر از $\varphi - 90°$ میسازد. درتمام این حالات باید خطوط ساعتی وتصویر استوا و خطوط بروج را با استفاده از قضایای تصویر مخروطی روی صفحه تصویر رسم نموده و سپس از آن استفاده کرد .

ساعت آفتابی برای تعیین زمان متوسط : میتوان ساعت آفتابی را قسمی مجهز نمود که برای تعیین زمان متوسط ویا زمان رسمی قابل استفاده باشد.

فرض کنیم که روی کره سماوی محلی S مرتسم خورشید در لحظه ظهر متوسط باشد . مختصات ساعتی S عبارتنداز $H = -E$ و $\delta = \delta_0$ این مقادیر در ایام سال تغییر میکند ومکان نقطه S روی کره سماوی منحنی است تقریباً شکل 8 که برمدارات راس‌السرطان

وراس الجدی مماس میباشد وآنرا نصف‌النهار زمان‌متوسط نامند و میتوان تصویر مخروطی آنرا روی صفحه ساعت آفتابی بدست آورد و در نتیجه یك منحنی روی صفحه دستگاه بدست‌میآید(شکل ۶۷)ودر هرروزموقعی‌که‌سایه‌شاخص روی‌این منحنی قرار گیرد ظهرمتوسط مکان است و میتوان برای ساعات دیگر متوسط منحنی‌های متناظررسم نمود و چنانچه‌صفحه ساعت آفتابی بدین ترتیب با این منحنی‌ها مدرج شده باشد از روی آن‌میتوان زمان‌متوسط را در هروقت روز خواند .



(شکل ۶۷)

۵۴ـ تبدیل زمان نجومی محلی بزمان بین‌المللی و بالعکس :

در شماره ۴۸ نشان دادیم که مدت شبانه روز متوسط نجومی بر حسب شبانه‌روزمتوسط‌خورشیدی چنین است .

یك‌شبانه‌روزمتوسط نجومی = ۱ − ۰/۰۰۲۷۳۰۴ = ۰/۹۹۷۲۶۹۶

بر حسب شبانروز متوسط‌خورشیدی‌و بطوریکه میدانیم یك شبانه روز نجومی عبارتست از مدت زمان‌موجود مابین‌دوعبور متوالی نقطه γ از نصف‌النهار مکان‌وشبانه‌روز خورشیدی مدت زمان موجود بین دوعبورمتوالی خورشید از نصف‌النهار مکان است ودر یکسال اعتدالی خورشید از نقطه γ پس از یکدورحرکت ظاهری‌روی دایرهٔ البروج مجددا به نقطه γ میرسد واین حرکت عکس حرکت یومی است پس تعداد شبانه روزهای خورشیدی یکسال‌اعتدالی

درست یك واحد کمتر از تعداد شبانه روزهای نجومی دریکسال اعتدالی میباشد اینمطلب در باره تعداد شبانه روز های متوسط خورشیدی و شبانه روزهای متوسط نجومی نیز صادق است وچون مقدار هر شبانه روز نجومی باندازه ۰/۰۰۲۷۳۰۴ از یك شبانه روز خورشیدی کوتاهتر است پس تعداد روزهائی که این مقدار تشکیل یك شبانه‌روز میدهد یعنی تعدادشبانه روز نجومی متوسط در یکسال اعتدالی عبارتست از :

شبانه روز متوسط نجومی $a = \frac{۱}{۰/۰۰۲۷۳۰۴} = ۳۶۶/۲۴$

بنابراین تعداد شبانه روز متوسط خورشیدی در یکسال اعتدالی عبارتست از:

شبانه روز متوسط خورشیدی $۳۶۶/۲۴ - ۱ = ۳۶۵/۲۴$

و مقدار یك شبانه روز خورشیدی متوسط بر حسب مقدار شبانه روز متوسط نجومی عبارتست از :

روز نجومی $۱ : ۰/۹۹۷۲۶۹۶ = ۱/۰۰۲۷۳۷۹$

عکس عدد ۰/۰۰۲۷۳۸۹ درست برابر ۳۶۵/۲۴ که‌همان نتیجه‌ایست که‌قبلاً گرفته‌شد.

حال میخواهیم طرز تبدیل زمان نجومی را بزمان‌بین‌المللی وبالعکس بدست بیاوریم

مثال ـ فرض کنیم که دریك لحظه از روز اول فروردین ۱۳۴۷ در نقطه ای بطول جغرافیائی($L = -۳^{h}, ۳۱^{m}, ۴/۵۰۱^{s}$) زمان نجومی‌برابربا $۳^{h}, ۴۷^{m}, ۲۳/۹۲^{s}$ باشدومیخواهیم زمان بین‌المللی را در این لحظه بدست بیاوریم اصول عمل همانست که درشماره ۴۸ ذکرشد یعنی ابتدا با افزون L برزمان نجومی محلی‌زمان نجومی گرینویچ را بدست میآوریم‌سپس مدتی‌که در آنروز از ساعت صفرزمان بین‌المللی تا آن لحظه سپری شده است برحسب‌زمان نجومی بدست میاوریم بدین طریق که‌زمان نجومی گرینویچ‌را در ساعت صفر زمان بین‌المللی از زمان نجومی لحظه مورد نظر یعنی‌نتیجه عمل قبل‌کم میکنیم (زمان نجومی درساعت‌صفر زمان بین‌المللی هر روز در تقاویم نجومی هرسال موجود است) حال باید نتیجه را برحسب زمان متوسط خورشیدی تبدیل‌کرد یعنی باید نتیجه را در عدد $۱ - \frac{۱}{۳۶۶/۲۴}$ ضرب نمودو

یا آنکه از نتیجهٔ حاصل $\frac{۱}{۳۶۶/۲۴}$ آنراکم کرد روش عمل بشرح زیراست :

زمان نجومی در مکان مورد مطالعه = ۳ ساعت ۳۷ دقیقه و ۲۳/۹۲ ثانیه ($3^h\ 37^m\ 23/92^s$)

+

L = −۳ ۳۱ ۴/۵۰

۱۶ ۱۹/۴۲

+

۲۴ ساعت (24^h)

−

زمان نجومی گرینویچ درصفر زمان بین‌المللی = ۱۱ ساعت ۵۴ دقیقه ۱۷/۲۶ ثانیه ($11^h\ 54^m\ 17/26^s$)

۱۲ ۲۲ ۲/۱۶

−

تصحیح $\frac{۱}{۳۶۶/۲۵}$ = ۲ ۱/۵۷

(T.U) ۱۲ ۲۰ ۰/۵۹

حال عمل عکس آنرا شرح میدهیم مثلا فرض کنیم که بخواهیم زمان نجومی را در نقطه فوق الذکر در لحظه‌ایکه زمان بین‌المللی ۱۲ ساعت، ۲۰ دقیقه، ۰/۵۹ ثانیه ($12^h,\ 20^m,\ 0/59^s$) میباشد بدست آوریم. ابتدا این زمان‌را برحسب زمان نجومی بدست‌میآوریم باضرب کردن آن‌در عدد $(۱+\frac{۱}{۳۶۵/۲۴})$ یعنی کافی است که برزمان بین‌المللی لحظه‌موردنظر تصحیح‌مربوط را که برابر با $\frac{۱}{۳۶۵/۲۴}$ این مقدار میباشد اضافه کنیم سپس باید بر آن‌زمان نجومی گرینویچ را در ساعت صفر زمان بین‌المللی بیافزائیم تا زمان نجومی گرینویچ حاصل شود و درنتیجه حاصل طول جغرافیائی مکان را کم کنیم تا زمان نجومی مکان درآن لحظه بدست آید شرح عمل بصورت زیراست:

(T.U) = ۱۲ ساعت ۲۰ دقیقه ۰/۵۹ ثانیه ($12^h\ 20^m\ 0/59^s$)

+

تصحیح مربوط به $\frac{۱}{۳۶۵/۲۴}$ = ۲ ۱/۵۷

+

زمان نجومی گرینویچ درصفر زمان بین‌المللی = ۱۱ ۵۴ ۱۷/۲۶

+

−L = ۳ ۳۱ ۴/۵۰

زمان نجومی درنقطه مورد نظر = ۳ ساعت ۴۷ دقیقه ۲۳/۹۲ ثانیه ($3^h\ 47^m\ 23/92^s$)

تصحیهای مربوط به تبدیل زمان متوسط خورشیدی بزمان نجومی متوسط وبالعکس را حساب کرده درجداولی مینویسند جداول شماره VII و VIII این کتاب همان جداول مورد نظرمیباشند .

جدول I تبدیل درجه و دقیقه به ثانیه

دقیقه‌ها	۰°	۱°	۲°	۳°	۴°	۵°	درجه‌ها	
۰′	۰″	۳۶۰۰″	۷۲۰۰″	۱۰۸۰۰″	۱۴۴۰۰″	۱۸۰۰۰″	۰°	۰″
۱	۶۰	۳۶۶۰	۷۲۶۰	۱۰۸۶۰	۱۴۴۶۰	۱۸۰۶۰	۶	۲۱۶۰۰
۲	۱۲۰	۳۷۲۰	۷۳۲۰	۱۰۹۲۰	۱۴۵۲۰	۱۸۱۲۰	۱۲	۴۳۲۰۰
۳	۱۸۰	۳۷۸۰	۷۳۸۰	۱۰۹۸۰	۱۴۵۸۰	۱۸۱۸۰	۱۸	۶۴۸۰۰
۴	۲۴۰	۳۸۴۰	۷۴۴۰	۱۱۰۴۰	۱۴۶۴۰	۱۸۲۴۰	۲۴	۸۶۴۰۰
۵	۳۰۰	۳۹۰۰	۷۵۰۰	۱۱۱۰۰	۱۴۷۰۰	۱۸۳۰۰	۳۰	۱۰۸۰۰۰
۶	۳۶۰	۳۹۶۰	۷۵۶۰	۱۱۱۶۰	۱۴۷۶۰	۱۸۳۶۰	۳۶	۱۲۹۶۰۰
۷	۴۲۰	۴۰۲۰	۷۶۲۰	۱۱۲۲۰	۱۴۸۲۰	۱۸۴۲۰	۴۲	۱۵۱۲۰۰
۸	۴۸۰	۴۰۸۰	۷۶۸۰	۱۱۲۸۰	۱۴۸۸۰	۱۸۴۸۰	۴۸	۱۷۲۸۰۰
۹	۵۴۰	۴۱۴۰	۷۷۴۰	۱۱۳۴۰	۱۴۹۴۰	۱۸۵۴۰	۵۴	۱۹۴۴۰۰
۱۰	۶۰۰	۴۲۰۰	۷۸۰۰	۱۱۴۰۰	۱۵۰۰۰	۱۸۶۰۰	۶۰	۲۱۶۰۰۰
۱۱	۶۶۰	۴۲۶۰	۷۸۶۰	۱۱۴۶۰	۱۵۰۶۰	۱۸۶۶۰	۶۶	۲۳۷۶۰۰
۱۲	۷۲۰	۴۳۲۰	۷۹۲۰	۱۱۵۲۰	۱۵۱۲۰	۱۸۷۲۰	۷۲	۲۵۹۲۰۰
۱۳	۷۸۰	۴۳۸۰	۷۹۸۰	۱۱۵۸۰	۱۵۱۸۰	۱۸۷۸۰	۷۸	۲۸۰۸۰۰
۱۴	۸۴۰	۴۴۴۰	۸۰۴۰	۱۱۶۴۰	۱۵۲۴۰	۱۸۸۴۰	۸۴	۳۰۲۴۰۰
۱۵	۹۰۰	۴۵۰۰	۸۱۰۰	۱۱۷۰۰	۱۵۳۰۰	۱۸۹۰۰	۹۰	۳۲۴۰۰۰
۱۶	۹۶۰	۴۵۶۰	۸۱۶۰	۱۱۷۶۰	۱۵۳۶۰	۱۸۹۶۰	۹۶	۳۴۵۶۰۰
۱۷	۱۰۲۰	۴۶۲۰	۸۲۲۰	۱۱۸۲۰	۱۵۴۲۰	۱۹۰۲۰	۱۰۲	۳۶۷۲۰۰
۱۸	۱۰۸۰	۴۶۸۰	۸۲۸۰	۱۱۸۸۰	۱۵۴۸۰	۱۹۰۸۰	۱۰۸	۳۸۸۸۰۰
۱۹	۱۱۴۰	۴۷۴۰	۸۳۴۰	۱۱۹۴۰	۱۵۵۴۰	۱۹۱۴۰	۱۱۴	۴۱۰۴۰۰
۲۰	۱۲۰۰	۴۸۰۰	۸۴۰۰	۱۲۰۰۰	۱۵۶۰۰	۱۹۲۰۰	۱۲۰	۴۳۲۰۰۰
۲۱	۱۲۶۰	۴۸۶۰	۸۴۶۰	۱۲۰۶۰	۱۵۶۶۰	۱۹۲۶۰	۱۲۶	۴۵۳۶۰۰
۲۲	۱۳۲۰	۴۹۲۰	۸۵۲۰	۱۲۱۲۰	۱۵۷۲۰	۱۹۳۲۰	۱۳۲	۴۷۵۲۰۰
۲۳	۱۳۸۰	۴۹۸۰	۸۵۸۰	۱۲۱۸۰	۱۵۷۸۰	۱۹۳۸۰	۱۳۸	۴۹۶۸۰۰
۲۴	۱۴۴۰	۵۰۴۰	۸۶۴۰	۱۲۲۴۰	۱۵۸۴۰	۱۹۴۴۰	۱۴۴	۵۱۸۴۰۰
۲۵	۱۵۰۰	۵۱۰۰	۸۷۰۰	۱۲۳۰۰	۱۵۹۰۰	۱۹۵۰۰	۱۵۰	۵۴۰۰۰۰
۲۶	۱۵۶۰	۵۱۶۰	۸۷۶۰	۱۲۳۶۰	۱۵۹۶۰	۱۹۵۶۰	۱۵۶	۵۶۱۶۰۰
۲۷	۱۶۲۰	۵۲۲۰	۸۸۲۰	۱۲۴۲۰	۱۶۰۲۰	۱۹۶۲۰	۱۶۲	۵۸۳۲۰۰
۲۸	۱۶۸۰	۵۲۸۰	۸۸۸۰	۱۲۴۸۰	۱۶۰۸۰	۱۹۶۸۰	۱۶۸	۶۰۴۸۰۰
۲۹	۱۷۴۰	۵۳۴۰	۸۹۴۰	۱۲۵۴۰	۱۶۱۴۰	۱۹۷۴۰	۱۷۴	۶۲۶۴۰۰
۳۰	۱۸۰۰	۵۴۰۰	۹۰۰۰	۱۲۶۰۰	۱۶۲۰۰	۱۹۸۰۰	۱۸۰	۶۴۸۰۰۰

جدول I تبدیل درجه و دقیقه به ثانیه

	درجه ها	۵°	۴°	۳°	۲°	۱°	۰°	دقیقه ها
۶۶۹۶۰۰	۱۸۶	۱۹۸۶۰	۱۶۲۶۰	۱۲۶۶۰	۹۰۶۰	۵۴۶۰	۱۸۶۰	۳۱
۶۹۱۲۰۰	۱۹۲	۱۹۹۲۰	۱۶۳۲۰	۱۲۷۲۰	۹۱۲۰	۵۵۲۰	۱۹۲۰	۳۲
۷۱۲۸۰۰	۱۹۸	۱۹۹۸۰	۱۶۳۸۰	۱۲۷۸۰	۹۱۸۰	۵۵۸۰	۱۹۸۰	۳۳
۷۳۴۴۰۰	۲۰۴	۲۰۰۴۰	۱۶۴۴۰	۱۲۸۴۰	۹۲۴۰	۵۶۴۰	۲۰۴۰	۳۴
۷۵۶۰۰۰	۲۱۰	۲۰۱۰۰	۱۶۵۰۰	۱۲۹۰۰	۹۳۰۰	۵۷۰۰	۲۱۰۰	۳۵
۷۷۷۶۰۰	۲۱۶	۲۰۱۶۰	۱۶۵۶۰	۱۲۹۶۰	۹۳۶۰	۵۷۶۰	۲۱۶۰	۳۶
۷۹۹۲۰۰	۲۲۲	۲۰۲۲۰	۱۶۶۲۰	۱۳۰۲۰	۹۴۲۰	۵۸۲۰	۲۲۲۰	۳۷
۸۲۰۸۰۰	۲۲۸	۲۰۲۸۰	۱۶۶۸۰	۱۳۰۸۰	۹۴۸۰	۵۸۸۰	۲۲۸۰	۳۸
۸۴۲۴۰۰	۲۳۴	۲۰۳۴۰	۱۶۷۴۰	۱۳۱۴۰	۹۵۴۰	۵۹۴۰	۲۳۴۰	۳۹
۸۶۴۰۰۰	۲۴۰	۲۰۴۰۰	۱۶۸۰۰	۱۳۲۰۰	۹۶۰۰	۶۰۰۰	۲۴۰۰	۴۰
۸۸۵۶۰۰	۲۴۶	۲۰۴۶۰	۱۶۸۶۰	۱۳۲۶۰	۹۶۶۰	۰۰۶۰	۲۴۶۰	۴۱
۹۰۷۲۰۰	۲۵۲	۲۰۵۲۰	۱۶۹۲۰	۱۳۳۲۰	۹۷۲۰	۶۱۲۰	۲۵۲۰	۴۲
۹۲۸۸۰۰	۲۵۸	۲۰۵۸۰	۱۶۹۸۰	۱۳۳۸۰	۹۷۸۰	۶۱۸۰	۲۵۸۰	۴۳
۹۵۰۴۰۰	۲۶۴	۲۰۶۴۰	۱۷۰۴۰	۱۳۴۴۰	۹۸۴۰	۶۲۴۰	۲۶۴۰	۴۴
۹۷۲۰۰۰	۲۷۰	۲۰۷۰۰	۱۷۱۰۰	۱۳۵۰۰	۹۹۰۰	۶۳۰۰	۲۷۰۰	۴۵
۹۹۳۶۰۰	۲۷۶	۲۰۷۶۰	۱۷۱۶۰	۱۳۵۶۰	۹۹۶۰	۶۳۶۰	۲۷۶۰	۴۶
۱۰۱۵۲۰۰	۲۸۲	۲۰۸۲۰	۱۷۲۲۰	۱۳۶۲۰	۱۰۰۲۰	۶۴۲۰	۲۸۲۰	۴۷
۱۰۳۶۸۰۰	۲۸۸	۲۰۸۸۰	۱۷۲۸۰	۱۳۶۸۰	۱۰۰۸۰	۶۴۸۰	۲۸۸۰	۴۸
۱۰۵۸۴۰۰	۲۹۴	۲۰۹۴۰	۱۷۳۴۰	۱۳۷۴۰	۱۰۱۴۰	۶۵۴۰	۲۹۴۰	۴۹
۱۰۸۰۰۰۰	۳۰۰	۲۱۰۰۰	۱۷۴۰۰	۱۳۸۰۰	۱۰۲۰۰	۶۶۰۰	۳۰۰۰	۵۰
۱۱۰۱۶۰۰	۳۰۶	۲۱۰۶۰	۱۷۴۶۰	۱۳۸۶۰	۱۰۲۶۰	۶۶۶۰	۳۰۶۰	۵۱
۱۱۲۳۲۰۰	۳۱۲	۲۱۱۲۰	۱۷۵۲۰	۱۳۹۲۰	۱۰۳۲۰	۶۷۲۰	۳۱۲۰	۵۲
۱۱۴۴۸۰۰	۳۱۸	۲۱۱۸۰	۱۷۵۸۰	۱۳۹۸۰	۱۰۳۸۰	۶۷۸۰	۳۱۸۰	۵۳
۱۱۶۶۴۰۰	۳۲۴	۲۱۲۴۰	۱۷۶۴۰	۱۴۰۴۰	۱۰۴۴۰	۶۸۴۰	۳۲۴۰	۵۴
۱۱۸۸۰۰۰	۳۳۰	۲۱۳۰۰	۱۷۷۰۰	۱۴۱۰۰	۱۰۵۰۰	۶۹۰۰	۳۳۰۰	۵۵
۱۲۰۹۶۰۰	۳۳۶	۲۱۳۶۰	۱۷۷۶۰	۱۴۱۶۰	۱۰۵۶۰	۶۹۶۰	۳۳۶۰	۵۶
۱۲۳۱۲۰۰	۳۴۲	۲۱۴۲۰	۱۷۸۲۰	۱۴۲۲۰	۱۰۶۲۰	۷۰۲۰	۳۴۲۰	۵۷
۱۲۵۲۸۰۰	۳۴۸	۲۱۴۸۰	۱۷۸۸۰	۱۴۲۸۰	۱۰۶۸۰	۷۰۸۰	۳۴۸۰	۵۸
۱۲۷۴۴۰۰	۳۵۴	۲۱۵۴۰	۱۷۹۴۰	۱۴۳۴۰	۱۰۷۴۰	۷۱۴۰	۳۵۴۰	۵۹
۱۲۹۶۰۰۰	۳۶۰	۲۱۶۰۰	۱۸۰۰۰	۱۴۴۰۰	۱۰۸۰۰	۷۲۰۰	۳۶۰۰	۶۰

جدول II تبدیل درجه به رادیان

۰°	۰/۰۰۰ ۰۰۰۰	۳۰°	۰/۵۲۳ ۵۹۸۸	۶۰°	۱/۰۴۷ ۱۹۷۶
۱	۰۱۷ ۴۵۳۳	۳۱	۵۴۱ ۰۵۲۱	۶۱	۰۶۴ ۶۵۰۸
۲	۰۳۴ ۹۰۶۶	۳۲	۵۵۸ ۵۰۵۴	۶۲	۰۸۲ ۱۰۴۱
۳	۰۵۲ ۳۵۹۹	۳۳	۵۷۵ ۹۵۸۷	۶۳	۰۹۹ ۵۵۷۴
۴	۰۶۹ ۸۱۳۲	۳۴	۵۹۳ ۴۱۱۹	۶۴	۱۱۷ ۰۱۰۷
۵	۰۸۷ ۲۶۶۵	۳۵	۶۱۰ ۸۶۵۲	۶۵	۱۳۴ ۴۶۴۰
۶	۱۰۴ ۷۱۹۸	۳۶	۶۲۸ ۳۱۸۵	۶۶	۱۵۱ ۹۱۷۳
۷	۱۲۲ ۱۷۳۰	۳۷	۶۴۵ ۷۷۱۸	۶۷	۱۶۹ ۳۷۰۶
۸	۱۳۹ ۶۲۶۳	۳۸	۶۶۳ ۲۲۵۱	۶۸	۱۸۶ ۸۲۳۹
۹	۱۵۷ ۰۷۹۶	۳۹	۶۸۰ ۶۷۸۴	۶۹	۲۰۴ ۲۷۷۲
۱۰	۱۷۴ ۵۳۲۹	۴۰	۶۹۸ ۱۳۱۷	۷۰	۲۲۱ ۷۳۰۵
۱۱	۱۹۱ ۹۸۶۲	۴۱	۷۱۵ ۵۸۵۰	۷۱	۲۳۹ ۱۸۳۸
۱۲	۲۰۹ ۴۳۹۵	۴۲	۷۳۳ ۰۳۸۳	۷۲	۲۵۶ ۶۳۷۱
۱۳	۲۲۶ ۸۹۲۸	۴۳	۷۵۰ ۴۹۱۶	۷۳	۲۷۴ ۰۹۰۴
۱۴	۲۴۴ ۳۴۶۱	۴۴	۷۶۷ ۹۴۴۹	۷۴	۲۹۱ ۵۴۳۶
۱۵	۲۶۱ ۷۹۹۴	۴۵	۷۸۵ ۳۹۸۲	۷۵	۳۰۸ ۹۹۶۹
۱۶	۲۷۹ ۲۵۲۷	۴۶	۸۰۲ ۸۵۱۵	۷۶	۳۲۶ ۴۵۰۲
۱۷	۲۹۶ ۷۰۶۰	۴۷	۸۲۰ ۳۰۴۷	۷۷	۳۴۳ ۹۰۳۵
۱۸	۳۱۴ ۱۵۹۳	۴۸	۸۳۷ ۷۵۸۰	۷۸	۳۶۱ ۳۵۶۸
۱۹	۳۳۱ ۶۱۲۶	۴۹	۸۵۵ ۲۱۱۳	۷۹	۳۷۸ ۸۱۰۱
۲۰	۳۴۹ ۰۶۵۹	۵۰	۸۷۲ ۶۶۴۶	۸۰	۳۹۶ ۲۶۳۴
۲۱	۳۶۶ ۵۱۹۱	۵۱	۸۹۰ ۱۱۷۹	۸۱	۴۱۳ ۷۱۶۷
۲۲	۳۸۳ ۹۷۲۴	۵۲	۹۰۷ ۵۷۱۲	۸۲	۴۳۱ ۱۷۰۰
۲۳	۴۰۱ ۴۲۵۷	۵۳	۹۲۵ ۰۲۴۵	۸۳	۴۴۸ ۶۲۳۳
۲۴	۴۱۸ ۸۷۹۰	۵۴	۹۴۲ ۴۷۷۸	۸۴	۴۶۶ ۰۷۶۶
۲۵	۴۳۶ ۳۳۲۳	۵۵	۹۵۹ ۹۳۱۱	۸۵	۴۸۳ ۵۲۹۹
۲۶	۴۵۳ ۷۸۵۶	۵۶	۹۷۷ ۳۸۴۴	۸۶	۵۰۰ ۹۸۳۲
۲۷	۴۷۱ ۲۳۸۹	۵۷	۰/۹۹۴ ۸۳۷۷	۸۷	۵۱۸ ۴۳۶۴
۲۸	۴۸۸ ۶۹۲۲	۵۸	۱/۰۱۲ ۲۹۱۰	۸۸	۵۳۵ ۸۸۹۷
۲۹	۵۰۶ ۱۴۵۵	۵۹	۱/۰۲۹ ۷۴۴۳	۸۹	۵۵۳ ۳۴۳۰
۳۰	۰/۵۲۳ ۵۹۸۸	۶۰	۱/۰۴۷ ۱۹۷۶	۹۰	۱/۵۷۰ ۷۹۶۳

جدول II تبدیل دقیقه و ثانیه به رادیان

دقیقه				ثانیه			
۰'	۰/۰۰۰ ۰۰۰۰	۳۰'	۰/۰۰۸ ۷۲۶۶	۰"	۰/۰۰۰ ۰۰۰۰	۳۰"	۰/۰۰۰ ۱۴۵۴
۱	۰۰۰ ۲۹۰۹	۳۱	۰۰۹ ۰۱۷۵	۱	۰۰۴۸	۳۱	۱۵۰۳
۲	۰۰۰ ۵۸۱۸	۳۲	۰۰۹ ۳۰۸۴	۲	۰۰۹۷	۳۲	۱۵۵۱
۳	۰۰۰ ۸۷۲۷	۳۳	۰۰۹ ۵۹۹۳	۳	۰۱۴۵	۳۳	۱۶۰۰
۴	۰۰۱ ۱۶۳۶	۳۴	۰۰۹ ۸۹۰۲	۴	۰۱۹۴	۳۴	۱۶۴۸
۵	۰۰۱ ۴۵۴۴	۳۵	۰۱۰ ۱۸۱۱	۵	۰۲۴۲	۳۵	۱۶۹۷
۶	۰۰۱ ۷۴۵۳	۳۶	۰۱۰ ۴۷۲۰	۶	۰۲۹۱	۳۶	۱۷۴۵
۷	۰۰۲ ۰۳۶۲	۳۷	۰۱۰ ۷۶۲۹	۷	۰۳۳۹	۳۷	۱۷۹۴
۸	۰۰۲ ۳۲۷۱	۳۸	۰۱۱ ۰۵۳۸	۸	۰۳۸۸	۳۸	۱۸۴۲
۹	۰۰۲ ۶۱۸۰	۳۹	۰۱۱ ۳۴۴۶	۹	۰۴۳۶	۳۹	۱۸۹۱
۱۰	۰۰۲ ۹۰۸۹	۴۰	۰۱۱ ۶۳۵۵	۱۰	۰۴۸۵	۴۰	۱۹۳۹
۱۱	۰۰۳ ۱۹۹۸	۴۱	۰۱۱ ۹۲۶۴	۱۱	۰۵۳۳	۴۱	۱۹۸۸
۱۲	۰۰۳ ۴۹۰۷	۴۲	۰۱۲ ۲۱۷۳	۱۲	۰۵۸۲	۴۲	۲۰۳۶
۱۳	۰۰۳ ۷۸۱۵	۴۳	۰۱۲ ۵۰۸۲	۱۳	۰۶۳۰	۴۳	۲۰۸۵
۱۴	۰۰۴ ۰۷۲۴	۴۴	۰۱۲ ۷۹۹۱	۱۴	۰۶۷۹	۴۴	۲۱۳۳
۱۵	۰۰۴ ۳۶۳۳	۴۵	۰۱۳ ۰۹۰۰	۱۵	۰۷۲۷	۴۵	۲۱۸۲
۱۶	۰۰۴ ۶۵۴۲	۴۶	۰۱۳ ۳۸۰۹	۱۶	۰۷۷۶	۴۶	۲۲۳۰
۱۷	۰۰۴ ۹۴۵۱	۴۷	۰۱۳ ۶۷۱۷	۱۷	۰۸۲۴	۴۷	۲۲۷۹
۱۸	۰۰۵ ۲۳۶۰	۴۸	۰۱۳ ۹۶۲۶	۱۸	۰۸۷۳	۴۸	۲۳۲۷
۱۹	۰۰۵ ۵۲۶۹	۴۹	۰۱۴ ۲۵۳۵	۱۹	۰۹۲۱	۴۹	۲۳۷۶
۲۰	۰۰۵ ۸۱۷۸	۵۰	۰۱۴ ۵۴۴۴	۲۰	۰۹۷۰	۵۰	۲۴۲۴
۲۱	۰۰۶ ۱۰۸۷	۵۱	۰۱۴ ۸۳۵۳	۲۱	۱۰۱۸	۵۱	۲۴۷۳
۲۲	۰۰۶ ۳۹۹۵	۵۲	۰۱۵ ۱۲۶۲	۲۲	۱۰۶۷	۵۲	۲۵۲۱
۲۳	۰۰۶ ۶۹۰۴	۵۳	۰۱۵ ۴۱۷۱	۲۳	۱۱۱۵	۵۳	۲۵۷۰
۲۴	۰۰۶ ۹۸۱۳	۵۴	۰۱۵ ۷۰۸۰	۲۴	۱۱۶۴	۵۴	۲۶۱۸
۲۵	۰۰۷ ۲۷۲۲	۵۵	۰۱۵ ۹۹۸۹	۲۵	۱۲۱۲	۵۵	۲۶۶۶
۲۶	۰۰۷ ۵۶۳۱	۵۶	۰۱۶ ۲۸۹۷	۲۶	۱۲۶۱	۵۶	۲۷۱۵
۲۷	۰۰۷ ۸۵۴۰	۵۷	۰۱۶ ۵۸۰۶	۲۷	۱۳۰۹	۵۷	۲۷۶۳
۲۸	۰۰۸ ۱۴۴۹	۵۸	۰۱۶ ۸۷۱۵	۲۸	۱۳۵۷	۵۸	۲۸۱۲
۲۹	۰۰۸ ۴۳۵۸	۵۹	۰۱۷ ۱۶۲۴	۲۹	۱۴۰۶	۵۹	۲۸۶۰
۳۰	۰/۰۰۸ ۷۲۶۶	۶۰	۰/۰۱۷ ۴۵۳۳	۳۰	۰/۰۰۰ ۱۴۵۴	۶۰	۰/۰۰۰ ۲۹۰۹

درجه									دقیقه					
	h	m		h	m		h	m		m	s		m	s
۰°	۰	۰	۳۵°	۲	۲۰	۷۰°	۴	۴۰	۰'	۰	۰	۳۵'	۲	۲۰
۱	۰	۴	۳۶	۲	۲۴	۷۱	۴	۴۴	۱	۰	۴	۳۶	۲	۲۴
۲	۰	۸	۳۷	۲	۲۸	۷۲	۴	۴۸	۲	۰	۸	۳۷	۲	۲۸
۳	۰	۱۲	۳۸	۲	۳۲	۷۳	۴	۵۲	۳	۰	۱۲	۳۸	۲	۳۲
۴	۰	۱۶	۳۹	۲	۳۶	۷۴	۴	۵۶	۴	۰	۱۶	۳۹	۲	۳۶
۵	۰	۲۰	۴۰	۲	۴۰	۷۵	۵	۰	۵	۰	۲۰	۴۰	۲	۴۰
۶	۰	۲۴	۴۱	۲	۴۴	۷۶	۵	۴	۶	۰	۲۴	۴۱	۲	۴۴
۷	۰	۲۸	۴۲	۲	۴۸	۷۷	۵	۸	۷	۰	۲۸	۴۲	۲	۴۸
۸	۰	۳۲	۴۳	۲	۵۲	۷۸	۵	۱۲	۸	۰	۳۰	۴۳	۲	۵۲
۹	۰	۳۶	۴۴	۲	۵۶	۷۹	۵	۱۶	۹	۰	۳۶	۴۴	۲	۵۶
۱۰	۰	۴۰	۴۵	۳	۰	۸۰	۵	۲۰	۱۰	۰	۴۰	۴۵	۳	۰
۱۱	۰	۴۴	۴۶	۳	۴	۸۱	۵	۲۴	۱۱	۰	۴۴	۴۶	۳	۴
۱۲	۰	۴۸	۴۷	۳	۸	۸۲	۵	۲۸	۱۲	۰	۴۸	۴۷	۳	۸
۱۳	۰	۵۲	۴۸	۳	۱۲	۸۳	۵	۳۲	۱۳	۰	۵۲	۴۸	۳	۱۲
۱۴	۰	۵۶	۴۹	۳	۱۶	۸۴	۵	۳۶	۱۴	۰	۵۶	۴۹	۳	۱۶
۱۵	۱	۰	۵۰	۳	۲۰	۸۵	۵	۴۰	۱۵	۱	۰	۵۰	۳	۲۰
۱۶	۱	۴	۵۱	۳	۲۴	۸۶	۵	۴۴	۱۶	۱	۴	۵۱	۳	۲۴
۱۷	۱	۸	۵۲	۳	۲۸	۸۷	۵	۴۸	۱۷	۱	۸	۵۲	۳	۲۸
۱۸	۱	۱۲	۵۳	۳	۳۲	۸۸	۵	۵۲	۱۸	۱	۱۲	۵۳	۳	۳۲
۱۹	۱	۱۶	۵۴	۳	۳۶	۸۹	۵	۵۶	۱۹	۱	۱۶	۵۴	۳	۳۶
۲۰	۱	۲۰	۵۵	۳	۴۰	۹۰	۶	۰	۲۰	۱	۲۰	۵۵	۳	۴۰
۲۱	۱	۲۴	۵۶	۳	۴۴	۹۱	۶	۴	۲۱	۱	۲۴	۵۶	۳	۴۴
۲۲	۱	۲۸	۵۷	۳	۴۸	۹۲	۶	۸	۲۲	۱	۲۸	۵۷	۳	۴۸
۲۳	۱	۳۲	۵۸	۳	۵۲	۹۳	۶	۱۲	۲۳	۱	۳۲	۵۸	۳	۵۲
۲۴	۱	۳۶	۵۹	۳	۵۶	۹۴	۶	۱۶	۲۴	۱	۳۶	۵۹	۳	۵۶
۲۵	۱	۴۰	۶۰	۴	۰	۹۵	۶	۲۰	۲۵	۱	۴۰	۶۰	۴	۰
۲۶	۱	۴۴	۶۱	۴	۴	۹۶	۶	۲۴	۲۶	۱	۴۴			
۲۷	۱	۴۸	۶۲	۴	۸	۹۷	۶	۲۸	۲۷	۱	۴۸			
۲۸	۱	۵۲	۶۳	۴	۱۲	۹۸	۶	۳۲	۲۸	۱	۵۲			
۲۹	۱	۵۶	۶۴	۴	۱۶	۹۹	۶	۳۶	۲۹	۱	۵۶			
۳۰	۲	۰	۶۵	۴	۲۰	۱۰۰	۶	۴۰	۳۰	۲	۰			
۳۱	۲	۴	۶۶	۴	۲۴	۲۰۰	۱۳	۲۰	۳۱	۲	۴			
۳۲	۲	۸	۶۷	۴	۲۸	۳۰۰	۲۰	۰	۳۲	۲	۸			
۳۳	۲	۱۲	۶۸	۴	۳۲				۳۳	۲	۱۲			
۳۴	۲	۱۶	۶۹	۴	۳۶				۳۴	۲	۱۶			
۳۵	۲	۲۰	۷۰	۴	۴۰				۳۵	۲	۲۰			

جدول III تبدیل ثانیه و اعشار ثانیه بواحد ساعت

ثانیه				اعشار ثانیه	
۰"	۰/۰۰۰	۳۰"	۲/۰۰۰	۰"/۰	۰/۰۰۰
۱	۰/۰۶۷	۳۱	۲/۰۶۷	۰/۱	۰/۰۰۷
۲	۰/۱۳۳	۳۲	۲/۱۳۳	۰/۲	۰/۰۱۳
۳	۰/۲۰۰	۳۳	۲/۲۰۰	۰/۳	۰/۰۲۰
۴	۰/۲۶۷	۳۴	۲/۲۶۷	۰/۴	۰/۰۲۷
۵	۰/۳۳۳	۳۵	۲/۳۳۳	۰/۵	۰/۰۳۳
۶	۰/۴۰۰	۳۶	۲/۴۰۰	۰/۶	۰/۰۴۰
۷	۰/۴۶۷	۳۷	۲/۴۶۷	۰/۷	۰/۰۴۷
۸	۰/۵۳۳	۳۸	۲/۵۳۳	۰/۸	۰/۰۵۳
۹	۰/۶۰۰	۳۹	۲/۶۰۰	۰/۹	۰/۰۶۰
۱۰	۰/۶۶۷	۴۰	۲/۶۶۷	۱/۰	۰/۰۶۷
۱۱	۰/۷۳۳	۴۱	۲/۷۳۳		
۱۲	۰/۸۰۰	۴۲	۲/۸۰۰		
۱۳	۰/۸۶۷	۴۳	۲/۸۶۷		
۱۴	۰/۹۳۳	۴۴	۲/۹۳۳		
۱۵	۱/۰۰۰	۴۵	۳/۰۰۰		
۱۶	۱/۰۶۷	۴۶	۳/۰۶۷		
۱۷	۱/۱۳۳	۴۷	۳/۱۳۳		
۱۸	۱/۲۰۰	۴۸	۳/۲۰۰		
۱۹	۱/۲۶۷	۴۹	۳/۲۶۷		
۲۰	۱/۳۳۳	۵۰	۳/۳۳۳		
۲۱	۱/۴۰۰	۵۱	۳/۴۰۰		
۲۲	۱/۴۶۷	۵۲	۳/۴۶۷		
۲۳	۱/۵۳۳	۵۳	۳/۵۳۳		
۲۴	۱/۶۰۰	۵۴	۳/۶۰۰		
۲۵	۱/۶۶۷	۵۵	۳/۶۶۷		
۲۶	۱/۷۳۳	۵۶	۳/۷۳۳		
۲۷	۱/۸۰۰	۵۷	۳/۸۰۰		
۲۸	۱/۸۶۷	۵۸	۳/۸۶۷		
۲۹	۱/۹۳۳	۵۹	۳/۹۳۳		
۳۰	۲/۰۰۰	۶۰	۴/۰۰۰		

ثانیه ها			ثانیه ها			دقیقه ها			دقیقه ها			ساعات	
s	′	″	s	′	″	m	°	′	m	°	′	h	°
۳۰″	۷′	۳۰″	۰″	۰′	۰″	۳۰	۷°	۳۰′	۰	۰°	۰′	۰	۰°
۳۱	۷	۴۵	۱		۱۵	۳۱	۷	۴۵	۱	۰	۱۵	۱	۱۵
۳۲	۸	۰	۲		۳۰	۳۲	۸	۰	۲	۰	۳۰	۲	۳۰
۳۳	۸	۱۵	۳		۴۵	۳۳	۸	۱۵	۳	۰	۴۵	۳	۴۵
۳۴	۸	۳۰	۴	۱	۰	۳۴	۸	۳۰	۴	۱	۰	۴	۶۰
۳۵	۸	۴۵	۵	۱	۱۵	۳۵	۸	۴۵	۵	۱	۱۵	۵	۷۵
۳۶	۹	۰	۶	۱	۳۰	۳۶	۹	۰	۶	۱	۳۰	۶	۹۰
۳۷	۹	۱۵	۷	۱	۴۵	۳۷	۹	۱۵	۷	۱	۴۵	۷	۱۰۵
۳۸	۹	۳۰	۸	۲	۰	۳۸	۹	۳۰	۸	۲	۰	۸	۱۲۰
۳۹	۹	۴۵	۹	۲	۱۵	۳۹	۹	۴۵	۹	۲	۱۵	۹	۱۳۵
۴۰	۱۰	۰	۱۰	۲	۳۰	۴۰	۱۰	۰	۱۰	۲	۳۰	۱۰	۱۵۰
۴۱	۱۰	۱۵	۱۱	۲	۴۵	۴۱	۱۰	۱۵	۱۱	۲	۴۵	۱۱	۱۶۵
۴۲	۱۰	۳۰	۱۲	۳	۰	۴۲	۱۰	۳۰	۱۲	۳	۰	۱۲	۱۸۰
۴۳	۱۰	۴۵	۱۳	۳	۱۵	۴۳	۱۰	۴۵	۱۳	۳	۱۵	۱۳	۱۹۵
۴۴	۱۱	۰	۱۴	۳	۳۰	۴۴	۱۱	۰	۱۴	۳	۳۰	۱۴	۲۱۰
۴۵	۱۱	۱۵	۱۵	۳	۴۵	۴۵	۱۱	۱۵	۱۵	۳	۴۵	۱۵	۲۲۵
۴۶	۱۱	۳۰	۱۶	۴	۰	۴۶	۱۱	۳۰	۱۶	۴	۰	۱۶	۲۴۰
۴۷	۱۱	۴۵	۱۷	۴	۱۵	۴۷	۱۱	۴۵	۱۷	۴	۱۵	۱۷	۲۵۵
۴۸	۱۲	۰	۱۸	۴	۳۰	۴۸	۱۲	۰	۱۸	۴	۳۰	۱۸	۲۷۰
۴۹	۱۲	۱۵	۱۹	۴	۴۵	۴۹	۱۲	۱۵	۱۹	۴	۴۵	۱۹	۲۸۵
۵۰	۱۲	۳۰	۲۰	۵	۰	۵۰	۱۲	۳۰	۲۰	۵	۰	۲۰	۳۰۰
۵۱	۱۲	۴۵	۲۱	۵	۱۵	۵۱	۱۲	۴۵	۲۱	۵	۱۵	۲۱	۳۱۵
۵۲	۱۳	۰	۲۲	۵	۳۰	۵۲	۱۳	۰	۲۲	۵	۳۰	۲۲	۳۳۰
۵۳	۱۳	۱۵	۲۳	۵	۴۵	۵۳	۱۳	۱۵	۲۳	۵	۴۵	۲۳	۳۴۵
۵۴	۱۳	۳۰	۲۴	۶	۰	۵۴	۱۳	۳۰	۲۴	۶	۰	۲۴	۳۶۰
۵۵	۱۳	۴۵	۲۵	۶	۱۵	۵۵	۱۳	۴۵	۲۵	۶	۱۵		
۵۶	۱۴	۰	۲۶	۶	۳۰	۵۶	۱۴	۰	۲۶	۶	۳۰		
۵۷	۱۴	۱۵	۲۷	۶	۴۵	۵۷	۱۴	۱۵	۲۷	۶	۴۵		
۵۸	۱۴	۳۰	۲۸	۷	۰	۵۸	۱۴	۳۰	۲۸	۷	۰		
۵۹	۱۴	۴۵	۲۹	۷	۱۵	۵۹	۱۴	۴۵	۲۹	۷	۱۵		
۶۰	۱۵	۰	۳۰	۷	۳۰	۶۰	۱۵	۰	۳۰	۷	۳۰		

اعشار ثانیه							
	s		s		s		
۱۱″/۲۵	۰/۷۵	۷″/۵۰	۰/۵۰	۳″/۷۵	۰/۲۵	۰″/۰۰	۰/۰۰
۱۱/۴۰	۰/۷۶	۷/۶۵	۰/۵۱	۳/۹۰	۰/۲۶	۰/۱۵	۰/۰۱
۱۱/۵۵	۰/۷۷	۷/۸۰	۰/۵۲	۴/۰۵	۰/۲۷	۰/۳۰	۰/۰۲
۱۱/۷۰	۰/۷۸	۷/۹۵	۰/۵۳	۴/۲۰	۰/۲۸	۰/۴۵	۰/۰۳
۱۱/۸۵	۰/۷۹	۸/۱۰	۰/۵۴	۴/۳۵	۰/۲۹	۰/۶۰	۰/۰۴
۱۲/۰۰	۰/۸۰	۸/۲۵	۰/۵۵	۴/۵۰	۰/۳۰	۰/۷۵	۰/۰۵
۱۲/۱۵	۰/۸۱	۸/۴۰	۰/۵۶	۴/۶۵	۰/۳۱	۰/۹۰	۰/۰۶
۱۲/۳۰	۰/۸۲	۸/۵۵	۰/۵۷	۴/۸۰	۰/۳۲	۱/۰۵	۰/۰۷
۱۲/۴۵	۰/۸۳	۸/۷۰	۰/۵۸	۴/۹۵	۰/۳۳	۱/۲۰	۰/۰۸
۱۲/۶۰	۰/۸۴	۸/۸۵	۰/۵۹	۵/۱۰	۰/۳۴	۱/۳۵	۰/۰۹
۱۲/۷۵	۰/۸۵	۹/۰۰	۰/۶۰	۵/۲۵	۰/۳۵	۱/۵۰	۰/۱۰
۱۲/۹۰	۰/۸۶	۹/۱۵	۰/۶۱	۵/۴۰	۰/۳۶	۱/۶۵	۰/۱۱
۱۳/۰۵	۰/۸۷	۹/۳۰	۰/۶۲	۵/۵۵	۰/۳۷	۱/۸۰	۰/۱۲
۱۳/۲۰	۰/۸۸	۹/۴۵	۰/۶۳	۵/۷۰	۰/۳۸	۱/۹۵	۰/۱۳
۱۳/۳۵	۰/۸۹	۹/۶۰	۰/۶۴	۵/۸۵	۰/۳۹	۲/۱۰	۰/۱۴
۱۳/۵۰	۰/۹۰	۹/۷۵	۰/۶۵	۶/۰۰	۰/۴۰	۲/۲۵	۰/۱۵
۱۳/۶۵	۰/۹۱	۹/۹۰	۰/۶۶	۶/۱۵	۰/۴۱	۲/۴۰	۰/۱۶
۱۳/۸۰	۰/۹۲	۱۰/۰۵	۰/۶۷	۶/۳۰	۰/۴۲	۲/۵۵	۰/۱۷
۱۳/۹۵	۰/۹۳	۱۰/۲۰	۰/۶۸	۶/۴۵	۰/۴۳	۲/۷۰	۰/۱۸
۱۴/۱۰	۰/۹۴	۱۰/۳۵	۰/۶۹	۶/۶۰	۰/۴۴	۲/۸۵	۰/۱۹
۱۴/۲۵	۰/۹۵	۱۰/۵۰	۰/۷۰	۶/۷۵	۰/۴۵	۳/۰۰	۰/۲۰
۱۴/۴۰	۰/۹۶	۱۰/۶۵	۰/۷۱	۶/۹۰	۰/۴۶	۳/۱۵	۰/۲۱
۱۴/۵۵	۰/۹۷	۱۰/۸۰	۰/۷۲	۷/۰۵	۰/۴۷	۳/۳۰	۰/۲۲
۱۴/۷۰	۰/۹۸	۱۰/۹۵	۰/۷۳	۷/۲۰	۰/۴۸	۳/۴۵	۰/۲۳
۱۴/۸۵	۰/۹۹	۱۱/۱۰	۰/۷۴	۷/۳۵	۰/۴۹	۳/۶۰	۰/۲۴
۱۵/۰۰	۱/۰۰	۱۱/۲۵	۰/۷۵	۷/۵۰	۰/۵۰	۳/۷۵	۰/۲۵

جدول ۷ تفاضل $X - \sin X$ از $X = ۰''$ تا $X = ۱۰۰۰۰''$

X	X − sin X		X	X − sin X		X	X − sin X		X	X − sin X	
۰″	۰″/۰۰۰	۰	۲۵۰۰″	۰″/۰۶۱	۸	۵۰۰۰″	۰″/۴۹۰	۳۰	۷۵۰۰″	۱/۶۵۳	۶۷
۱۰۰	۰/۰۰۰	۰	۲۶۰۰	۰/۰۶۹	۸	۵۱۰۰	۰/۵۲۰	۳۱	۷۶۰۰	۱/۷۲۰	۶۸
۲۰۰	۰/۰۰۰	۰	۲۷۰۰	۰/۰۷۷	۹	۵۲۰۰	۰/۵۵۱	۳۲	۷۷۰۰	۱/۷۸۸	۷۱
۳۰۰	۰/۰۰۰	۰	۲۸۰۰	۰/۰۸۶	۱۰	۵۳۰۰	۰/۵۸۳	۳۴	۷۸۰۰	۱/۸۵۹	۷۲
۴۰۰	۰/۰۰۰	۰	۲۹۰۰	۰/۰۹۶	۱۰	۵۴۰۰	۰/۶۱۷	۳۵	۷۹۰۰	۱/۹۳۱	۷۵
۵۰۰	۰/۰۰۰	۱	۳۰۰۰	۰/۱۰۶	۱۱	۵۵۰۰	۰/۶۵۲	۳۶	۸۰۰۰	۲/۰۰۶	۷۶
۶۰۰	۰/۰۰۱	۰	۳۱۰۰	۰/۱۱۷	۱۱	۵۶۰۰	۰/۶۸۸	۳۷	۸۱۰۰	۲/۰۸۲	۷۸
۷۰۰	۰/۰۰۱	۱	۳۲۰۰	۰/۱۲۸	۱۳	۵۷۰۰	۰/۷۲۵	۳۹	۸۲۰۰	۲/۱۶۰	۸۰
۸۰۰	۰/۰۰۲	۱	۳۳۰۰	۰/۱۴۱	۱۳	۵۸۰۰	۰/۷۶۴	۴۱	۸۳۰۰	۲/۲۴۰	۸۲
۹۰۰	۰/۰۰۳	۱	۳۴۰۰	۰/۱۵۴	۱۴	۵۹۰۰	۰/۸۰۵	۴۱	۸۴۰۰	۲/۳۲۲	۸۴
۱۰۰۰	۰/۰۰۴	۱	۳۵۰۰	۰/۱۶۸	۱۵	۶۰۰۰	۰/۸۴۶	۴۳	۸۵۰۰	۲/۴۰۶	۸۵
۱۱۰۰	۰/۰۰۵	۲	۳۶۰۰	۰/۱۸۳	۱۵	۶۱۰۰	۰/۸۸۹	۴۵	۸۶۰۰	۲/۴۹۱	۸۸
۱۲۰۰	۰/۰۰۷	۲	۳۷۰۰	۰/۱۹۸	۱۷	۶۲۰۰	۰/۹۳۴	۴۵	۸۷۰۰	۲/۵۷۹	۹۰
۱۳۰۰	۰/۰۰۹	۲	۳۸۰۰	۰/۲۱۵	۱۷	۶۳۰۰	۰/۹۷۹	۴۸	۸۸۰۰	۲/۶۶۹	۹۲
۱۴۰۰	۰/۰۱۱	۲	۳۹۰۰	۰/۲۳۲	۱۹	۶۴۰۰	۱/۰۲۷	۴۹	۸۹۰۰	۲/۷۶۱	۹۵
۱۵۰۰	۰/۰۱۳	۳	۴۰۰۰	۰/۲۵۱	۱۹	۶۵۰۰	۱/۰۷۶	۵۰	۹۰۰۰	۲/۸۵۶	۹۶
۱۶۰۰	۰/۰۱۶	۳	۴۱۰۰	۰/۲۷۰	۲۰	۶۶۰۰	۱/۱۲۶	۵۲	۹۱۰۰	۲/۹۵۲	۹۸
۱۷۰۰	۰/۰۱۹	۴	۴۲۰۰	۰/۲۹۰	۲۱	۶۷۰۰	۱/۱۷۸	۵۴	۹۲۰۰	۳/۰۵۰	۱۰۱
۱۸۰۰	۰/۰۲۳	۴	۴۳۰۰	۰/۳۱۱	۲۳	۶۸۰۰	۱/۲۳۲	۵۵	۹۳۰۰	۳/۱۵۱	۱۰۲
۱۹۰۰	۰/۰۲۷	۴	۴۴۰۰	۰/۳۳۴	۲۳	۶۹۰۰	۱/۲۸۷	۵۷	۹۴۰۰	۳/۲۵۳	۱۰۵
۲۰۰۰	۰/۰۳۱	۵	۴۵۰۰	۰/۳۵۷	۲۴	۷۰۰۰	۱/۳۴۴	۵۸	۹۵۰۰	۳/۳۵۸	۱۰۷
۲۱۰۰	۰/۰۳۶	۶	۴۶۰۰	۰/۳۸۱	۲۶	۷۱۰۰	۱/۴۰۲	۶۰	۹۶۰۰	۳/۴۶۵	۱۱۰
۲۲۰۰	۰/۰۴۲	۶	۴۷۰۰	۰/۴۰۷	۲۶	۷۲۰۰	۱/۴۶۲	۶۲	۹۷۰۰	۳/۵۷۵	۱۱۲
۲۳۰۰	۰/۰۴۸	۶	۴۸۰۰	۰/۴۳۳	۲۸	۷۳۰۰	۱/۵۲۴	۶۳	۹۸۰۰	۳/۶۸۷	۱۱۴
۲۴۰۰	۰/۰۵۴	۷	۴۹۰۰	۰/۴۶۱	۲۹	۷۴۰۰	۱/۵۸۷	۶۶	۹۹۰۰	۳/۸۰۱	۱۱۶
۲۵۰۰	۰/۰۶۱		۵۰۰۰	۰/۴۹۰		۷۵۰۰	۱/۶۵۳		۱۰۰۰۰	۳/۹۱۷	

جدول ۷ تفاضل X − sin X از ″۱۰۰۰۰۰ = X تا ″۲۰۰۰۰۰ = X

X	X − sin X		X	X − sin X		X	X − sin X		X	X − sin X	
۱۰۰۰۰″	۳″/۹۱۷		۱۲۵۰۰″	۷″/۶۵۰		۱۵۰۰۰″	۱۳″/۲۱۸		۱۷۵۰۰″	۲۰″/۹۸۷	
		۱۱۹			۱۸۵			۲۶۶			۳۶۲
۱۰۱۰۰	۴/۰۳۶		۱۲۶۰۰	۷/۸۳۵		۱۵۱۰۰	۱۳/۴۸۴		۱۷۶۰۰	۲۱/۳۴۹	
		۱۲۱			۱۸۸			۲۶۹			۳۶۶
۱۰۲۰۰	۴/۱۵۷		۱۲۷۰۰	۸/۰۲۳		۱۵۲۰۰	۱۳/۷۵۳		۱۷۷۰۰	۲۱/۷۱۵	
		۱۲۳			۱۹۱			۲۷۴			۳۷۰
۱۰۳۰۰	۴/۲۸۰		۱۲۸۰۰	۸/۲۱۴		۱۵۳۰۰	۱۴/۰۲۷		۱۷۸۰۰	۲۲/۰۸۵	
		۱۲۶			۱۹۴			۲۷۶			۳۷۴
۱۰۴۰۰	۴/۴۰۶		۱۲۹۰۰	۸/۴۰۸		۱۵۴۰۰	۱۴/۳۰۳		۱۷۹۰۰	۲۲/۴۵۹	
		۱۲۸			۱۹۷			۲۸۱			۳۷۹
۱۰۵۰۰	۴/۵۳۴		۱۳۰۰۰	۸/۶۰۵		۱۵۵۰۰	۱۴/۵۸۴		۱۸۰۰۰	۲۲/۸۳۸	
		۱۳۱			۲۰۰			۲۸۴			۳۸۲
۱۰۶۰۰	۴/۶۶۵		۱۳۱۰۰	۸/۸۰۵		۱۵۶۰۰	۱۴/۸۶۸		۱۸۱۰۰	۲۳/۲۲۰	
		۱۳۳			۲۰۳			۲۸۸			۳۸۷
۱۰۷۰۰	۴/۷۹۸		۱۳۲۰۰	۹/۰۰۸		۱۵۷۰۰	۱۵/۱۵۶		۱۸۲۰۰	۲۳/۶۰۷	
		۱۳۶			۲۰۶			۲۹۱			۳۹۱
۱۰۸۰۰	۴/۹۳۴		۱۳۳۰۰	۹/۲۱۴		۱۵۸۰۰	۱۵/۴۴۷		۱۸۳۰۰	۲۳/۹۹۸	
		۱۳۸			۲۱۰			۲۹۵			۳۹۶
۱۰۹۰۰	۵/۰۷۲		۱۳۴۰۰	۹/۴۲۴		۱۵۹۰۰	۱۵/۷۴۲		۱۸۴۰۰	۲۴/۳۹۴	
		۱۴۱			۲۱۲			۲۹۹			۴۰۰
۱۱۰۰۰	۵/۲۱۳		۱۳۵۰۰	۹/۶۳۶		۱۶۰۰۰	۱۶/۰۴۱		۱۸۵۰۰	۲۴/۷۹۴	
		۱۴۴			۲۱۶			۳۰۲			۴۰۴
۱۱۱۰۰	۵/۳۵۷		۱۳۶۰۰	۹/۸۵۲		۱۶۱۰۰	۱۶/۳۴۳		۱۸۶۰۰	۲۵/۱۹۸	
		۱۴۶			۲۱۹			۳۰۷			۴۰۸
۱۱۲۰۰	۵/۵۰۳		۱۳۷۰۰	۱۰/۰۷۱		۱۶۲۰۰	۱۶/۶۵۰		۱۸۷۰۰	۲۵/۶۰۶	
		۱۴۹			۲۲۲			۳۱۰			۴۱۳
۱۱۳۰۰	۵/۶۵۲		۱۳۸۰۰	۱۰/۲۹۳		۱۶۳۰۰	۱۶/۹۶۰		۱۸۸۰۰	۲۶/۰۱۹	
		۱۵۰			۲۲۵			۳۱۴			۴۱۷
۱۱۴۰۰	۵/۸۰۳		۱۳۹۰۰	۱۰/۵۱۸		۱۶۴۰۰	۱۷/۲۷۴		۱۸۹۰۰	۲۶/۴۳۶	
		۱۵۴			۲۲۹			۳۱۸			۴۲۲
۱۱۵۰۰	۵/۹۵۷		۱۴۰۰۰	۱۰/۷۴۷		۱۶۵۰۰	۱۷/۵۹۲		۱۹۰۰۰	۲۶/۸۵۸	
		۱۵۷			۲۳۰			۳۲۲			۴۲۶
۱۱۶۰۰	۶/۱۱۴		۱۴۱۰۰	۱۰/۹۷۹		۱۶۶۰۰	۱۷/۹۱۴		۱۹۱۰۰	۲۷/۲۸۴	
		۱۵۹			۲۳۵			۳۲۵			۴۳۱
۱۱۷۰۰	۶/۲۷۳		۱۴۲۰۰	۱۱/۲۱۴		۱۶۷۰۰	۱۸/۲۳۹		۱۹۲۰۰	۲۷/۷۱۵	
		۱۶۲			۲۳۹			۳۳۰			۴۳۵
۱۱۸۰۰	۶/۴۳۵		۱۴۳۰۰	۱۱/۴۵۳		۱۶۸۰۰	۱۸/۵۶۹		۱۹۳۰۰	۲۸/۱۵۰	
		۱۶۵			۲۴۱			۳۳۳			۴۴۰
۱۱۹۰۰	۶/۶۰۰		۱۴۴۰۰	۱۱/۶۹۴		۱۶۹۰۰	۱۸/۹۰۲		۱۹۴۰۰	۲۸/۵۹۰	
		۱۶۸			۲۴۶			۳۳۸			۴۴۴
۱۲۰۰۰	۶/۷۶۸		۱۴۵۰۰	۱۱/۹۴۰		۱۷۰۰۰	۱۹/۲۴۰		۱۹۵۰۰	۲۹/۰۳۴	
		۱۷۱			۲۴۸			۳۴			۴۴۹
۱۲۱۰۰	۶/۹۳۹		۱۴۶۰۰	۱۲/۱۸۸		۱۷۱۰۰	۱۹/۵۸۱		۱۹۶۰۰	۲۹/۴۸۳	
		۱۷۳			۲۵۳			۳۴۶			۴۵۳
۱۲۲۰۰	۷/۱۱۲		۱۴۷۰۰	۱۲/۴۴۱		۱۷۲۰۰	۱۹/۹۲۷		۱۹۷۰۰	۲۹/۹۳۶	
		۱۷۶			۲۵۵			۳۴۹			۴۵۸
۱۲۳۰۰	۷/۲۸۸		۱۴۸۰۰	۱۲/۶۹۶		۱۷۳۰۰	۲۰/۲۷۶		۱۹۸۰۰	۳۰/۳۹۴	
		۱۸۰			۲۵۹			۳۵۴			۴۶۳
۱۲۴۰۰	۸/۴۶۸		۱۴۹۰۰	۱۲/۹۵۵		۱۷۴۰۰	۲۰/۶۳۰		۱۹۹۰۰	۳۰/۸۵۷	
		۱۸۲			۲۶۳			۳۵۷			۴۶۸
۱۲۵۰۰	۷/۶۵۰		۱۵۰۰۰	۱۳/۲۱۸		۱۷۵۰۰	۲۰/۹۸۷		۲۰۰۰۰	۳۱/۳۲۵	

جدول VI تفاضل $tg\,X - X$ از $X = ۰''$ تا $X = ۱۰۰۰۰''$

x	tgx − x		x	tgx − x		x	tgx − x		x	tgx − x	
۰″	۰″/۰۰۰	۰	۲۵۰۰″	۰″/۱۲۲	۱۶	۵۰۰۰″	۰″/۹۸۰	۶۰	۷۵۰۰″	۳″/۳۰۷	۱۳۴
۱۰۰	۰/۰۰۰	۰	۲۶۰۰	۰/۱۳۸	۱۶	۵۱۰۰	۱/۰۴۰	۶۲	۷۶۰۰	۳/۴۴۱	۱۳۸
۲۰۰	۰/۰۰۰	۰	۲۷۰۰	۰/۱۵۴	۱۸	۵۲۰۰	۱/۱۰۲	۶۵	۷۷۰۰	۳/۵۷۹	۱۴۱
۳۰۰	۰/۰۰۰	۱	۲۸۰۰	۰/۱۷۲	۱۹	۵۳۰۰	۱/۱۶۷	۶۷	۷۸۰۰	۳/۷۲۰	۱۴۵
۴۰۰	۰/۰۰۱	۰	۲۹۰۰	۰/۱۹۱	۲۱	۵۴۰۰	۱/۲۳۴	۷۰	۷۹۰۰	۳/۸۶۵	۱۴۹
۵۰۰	۰/۰۰۱	۱	۳۰۰۰	۰/۲۱۲	۲۱	۵۵۰۰	۱/۳۰۴	۷۲	۸۰۰۰	۴/۰۱۴	۱۵۲
۶۰۰	۰/۰۰۲	۱	۳۱۰۰	۰/۲۳۳	۲۴	۵۶۰۰	۱/۳۷۶	۷۵	۸۱۰۰	۴/۱۶۶	۱۵۷
۷۰۰	۰/۰۰۳	۱	۳۲۰۰	۰/۲۵۷	۲۵	۵۷۰۰	۱/۴۵۱	۷۸	۸۲۰۰	۴/۳۲۳	۱۶۰
۸۰۰	۰/۰۰۴	۲	۳۳۰۰	۰/۲۸۲	۲۶	۵۸۰۰	۱/۵۲۹	۸۱	۸۳۰۰	۴/۴۸۳	۱۶۴
۹۰۰	۰/۰۰۶	۲	۳۴۰۰	۰/۳۰۸	۲۸	۵۹۰۰	۱/۶۱۰	۸۳	۸۴۰۰	۴/۶۴۷	۱۶۸
۱۰۰۰	۰/۰۰۸	۲	۳۵۰۰	۰/۳۳۶	۳۰	۶۰۰۰	۱/۶۹۳	۸۶	۸۵۰۰	۴/۸۱۵	۱۷۲
۱۱۰۰	۰/۰۱۰	۴	۳۶۰۰	۰/۳۶۶	۳۱	۶۱۰۰	۱/۷۷۹	۸۹	۸۶۰۰	۴/۹۸۷	۱۷۶
۱۲۰۰	۰/۰۱۴	۳	۳۷۰۰	۰/۳۹۷	۳۳	۶۲۰۰	۱/۸۶۸	۹۲	۸۷۰۰	۵/۱۶۳	۱۸۰
۱۳۰۰	۰/۰۱۷	۴	۳۸۰۰	۰/۴۳۰	۳۵	۶۳۰۰	۱/۹۶۰	۹۵	۸۸۰۰	۵/۳۴۳	۱۸۴
۱۴۰۰	۰/۰۲۱	۵	۳۹۰۰	۰/۴۶۵	۳۷	۶۴۰۰	۲/۰۵۵	۹۷	۸۹۰۰	۵/۵۲۷	۱۸۹
۱۵۰۰	۰/۰۲۶	۶	۴۰۰۰	۰/۵۰۲	۳۸	۶۵۰۰	۲/۱۵۲	۱۰۱	۹۰۰۰	۵/۷۱۶	۱۹۳
۱۶۰۰	۰/۰۳۲	۶	۴۱۰۰	۰/۵۴۰	۴۱	۶۶۰۰	۲/۲۵۳	۱۰۴	۹۱۰۰	۵/۹۰۹	۱۹۷
۱۷۰۰	۰/۰۳۸	۸	۴۲۰۰	۰/۵۸۱	۴۲	۶۷۰۰	۲/۳۵۷	۱۰۸	۹۲۰۰	۶/۱۰۶	۲۰۱
۱۸۰۰	/۰۴۶	۸	۴۳۰۰	۰/۶۲۳	۴۵	۶۸۰۰	۲/۴۶۵	۱۱۰	۹۳۰۰	۶/۳۰۷	۲۰۶
۱۹۰۰	۰/۰۵۴	۹	۴۴۰۰	۰/۶۶۸	۴۶	۶۹۰۰	۲/۵۷۵	۱۱۴	۹۴۰۰	۶/۵۱۳	۲۱۰
۲۰۰۰	۰/۰۶۳	۱۰	۴۵۰۰	۰/۷۱۴	۴۹	۷۰۰۰	۲/۶۸۹	۱۱۶	۹۵۰۰	۶/۷۲۳	۲۱۵
۲۱۰۰	۰/۰۷۳	۱۰	۴۶۰۰	۰/۷۶۳	۵۱	۷۱۰۰	۲/۸۰۵	۱۲۱	۹۶۰۰	۶/۹۳۸	۲۱۹
۲۲۰۰	۰/۰۸۳	۱۲	۴۷۰۰	۰/۸۱۴	۵۳	۷۲۰۰	۲/۹۲۶	۱۲۳	۹۷۰۰	۷/۱۵۷	۲۲۴
۲۳۰۰	۰/۰۹۵	۱۳	۴۸۰۰	۰/۸۶۷	۵۵	۷۳۰۰	۳/۰۴۹	۱۲۷	۹۸۰۰	۷/۳۸۱	۲۲۸
۲۴۰۰	۰/۱۰۸	۱۴	۴۹۰۰	۰/۹۲۲	۵۸	۷۴۰۰	۳/۱۷۶	۱۳۱	۹۹۰۰	۷/۶۰۹	۲۳۳
۲۵۰۰	۰/۱۲۲		۵۰۰۰	۰/۹۸۰		۷۵۰۰	۳/۳۰۷		۱۰۰۰۰	۷/۸۴۲	

جدول VII تبدیل زمان متوسط نجومی به زمان متوسط خورشیدی

ثانیه‌ها		ثانیه‌ها		دقیقه‌ها		دقیقه‌ها		ساعات		
s	s	s	s	m	s	m	s	h	m	s
۳۰	۰/۰۸۲	۰	۰/۰۰۰	۳۰	۴/۹۱۵	۰	۰/۰۰۰	۰	۰	۰/۰۰۰
۳۱	۰/۰۸۵	۱	۰/۰۰۳	۳۱	۵/۰۷۹	۱	۰/۱۶۴	۱	۰	۹/۸۳۰
۳۲	۰/۰۸۷	۲	۰/۰۰۵	۳۲	۵/۲۴۲	۲	۰/۳۲۸	۲	۰	۱۹/۶۵۹
۳۳	۰/۰۹۰	۳	۰/۰۰۸	۳۳	۵/۴۰۶	۳	۰/۴۹۱	۳	۰	۲۹/۴۸۹
۳۴	۰/۰۹۳	۴	۰/۰۱۱	۳۴	۵/۵۷۰	۴	۰/۶۵۵	۴	۰	۳۹/۳۱۸
۳۵	۰/۰۹۶	۵	۰/۰۱۴	۳۵	۵/۷۳۴	۵	۰/۸۱۹	۵	۰	۴۹/۱۴۸
۳۶	۰/۰۹۸	۶	۰/۰۱۶	۳۶	۵/۸۹۸	۶	۰/۹۸۳	۶	۰	۵۸/۹۷۷
۳۷	۰/۱۰۱	۷	۰/۰۱۹	۳۷	۶/۰۶۲	۷	۱/۱۴۷	۷	۱	۸/۸۰۷
۳۸	۰/۱۰۴	۸	۰/۰۲۲	۳۸	۶/۲۲۵	۸	۱/۳۱۱	۸	۱	۱۸/۶۳۶
۳۹	۰/۱۰۶	۹	۰/۰۲۵	۳۹	۶/۳۸۹	۹	۱/۴۷۴	۹	۱	۲۸/۴۶۶
۴۰	۰/۱۰۹	۱۰	۰/۰۲۷	۴۰	۶/۵۵۳	۱۰	۱/۶۳۸	۱۰	۱	۳۸/۲۹۶
۴۱	۰/۱۱۲	۱۱	۰/۰۳۰	۴۱	۶/۷۱۷	۱۱	۱/۸۰۲	۱۱	۱	۴۸/۱۲۵
۴۲	۰/۱۱۵	۱۲	۰/۰۳۳	۴۲	۶/۸۸۱	۱۲	۱/۹۶۶	۱۲	۱	۵۷/۹۵۵
۴۳	۰/۱۱۷	۱۳	۰/۰۳۵	۴۳	۷/۰۴۵	۱۳	۲/۱۳۰	۱۳	۲	۷/۷۸۴
۴۴	۰/۱۲۰	۱۴	۰/۰۳۸	۴۴	۷/۲۰۸	۱۴	۲/۲۹۴	۱۴	۲	۱۷/۶۱۴
۴۵	۰/۱۲۳	۱۵	۰/۰۴۱	۴۵	۷/۳۷۲	۱۵	۲/۴۵۷	۱۵	۲	۲۷/۴۴۳
۴۶	۰/۱۲۶	۱۶	۰/۰۴۴	۴۶	۷/۵۳۶	۱۶	۲/۶۲۱	۱۶	۲	۳۷/۲۷۳
۴۷	۰/۱۲۸	۱۷	۰/۰۴۶	۴۷	۷/۷۰۰	۱۷	۲/۷۸۵	۱۷	۲	۴۷/۱۰۲
۴۸	۰/۱۳۱	۱۸	۰/۰۴۹	۴۸	۷/۸۶۴	۱۸	۲/۹۴۹	۱۸	۲	۵۶/۹۳۲
۴۹	۰/۱۳۴	۱۹	۰/۰۵۲	۴۹	۸/۰۲۷	۱۹	۳/۱۱۳	۱۹	۳	۶/۷۶۲
۵۰	۰/۱۳۷	۲۰	۰/۰۵۵	۵۰	۸/۱۹۱	۲۰	۳/۲۷۷	۲۰	۳	۱۶/۵۹۱
۵۱	۰/۱۳۹	۲۱	۰/۰۵۷	۵۱	۸/۳۵۵	۲۱	۳/۴۴۰	۲۱	۳	۲۶/۴۲۱
۵۲	۰/۱۴۲	۲۲	۰/۰۶۰	۵۲	۸/۵۱۹	۲۲	۳/۶۰۴	۲۲	۳	۳۶/۲۵۰
۵۳	۰/۱۴۵	۲۳	۰/۰۶۳	۵۳	۸/۶۸۳	۲۳	۳/۷۶۸	۲۳	۳	۴۶/۰۸۰
۵۴	۰/۱۴۷	۲۴	۰/۰۶۶	۵۴	۸/۸۴۷	۲۴	۳/۹۳۲	۲۴	۳	۵۵/۹۱۰
۵۵	۰/۱۵۰	۲۵	۰/۰۶۸	۵۵	۹/۰۱۰	۲۵	۴/۰۹۶			
۵۶	۰/۱۵۳	۲۶	۰/۰۷۱	۵۶	۹/۱۷۴	۲۶	۴/۲۵۹			
۵۷	۰/۱۵۶	۲۷	۰/۰۷۴	۵۷	۹/۳۳۸	۲۷	۴/۴۲۳			
۵۸	۰/۱۵۸	۲۸	۰/۰۷۶	۵۸	۹/۵۰۲	۲۸	۴/۵۸۷			
۵۹	۰/۱۶۱	۲۹	۰/۰۷۹	۵۹	۹/۶۶۶	۲۹	۴/۷۵۱			
۶۰	۰/۱۶۴	۳۰	۰/۰۸۲	۶۰	۹/۸۳۰	۳۰	۴/۹۱۵			

برای تعیین زمان متوسط خورشیدی مقدار تصحیح مربوطه را باید از زمان متوسط نجومی کم نمود

جدول VIII تبدیل زمان متوسط خورشیدی به زمان متوسط نجومی

ثانیه‌ها		ثانیه‌ها		دقیقه‌ها		دقیقه‌ها		ساعات		
s	s	s	s	m	s	m	s	h	m	s
۳۰	۰/۰۸۲	۰	۰/۰۰۰	۳۰	۴/۹۲۸	۰	۰/۰۰۰	۰	۰	۰/۰۰۰
۳۱	۰/۰۸۵	۱	۰/۰۰۳	۳۱	۵/۰۹۳	۱	۰/۱۶۴	۱	۰	۹/۸۵۶
۳۲	۰/۰۸۸	۲	۰/۰۰۵	۳۲	۵/۲۵۷	۲	۰/۳۲۹	۲	۰	۱۹/۷۱۳
۳۳	۰/۰۹۰	۳	۰/۰۰۸	۳۳	۵/۴۲۱	۳	۰/۴۹۳	۳	۰	۲۹/۵۶۹
۳۴	۰/۰۹۳	۴	۰/۰۱۱	۳۴	۵/۵۸۵	۴	۰/۶۵۷	۴	۰	۳۹/۴۲۶
۳۵	۰/۰۹۶	۵	۰/۰۱۴	۳۵	۵/۷۵۰	۵	۰/۸۲۱	۵	۰	۴۹/۲۸۲
۳۶	۰/۰۹۹	۶	۰/۰۱۶	۳۶	۵/۹۱۴	۶	۰/۹۸۶	۶	۰	۵۹/۱۳۹
۳۷	۰/۱۰۱	۷	۰/۰۱۹	۳۷	۶/۰۷۸	۷	۱/۱۵۰	۷	۱	۸/۹۹۵
۳۸	۰/۱۰۴	۸	۰/۰۲۲	۳۸	۶/۲۴۲	۸	۱/۳۱۴	۸	۱	۱۸/۸۵۲
۳۹	۰/۱۰۷	۹	۰/۰۲۵	۳۹	۶/۴۰۷	۹	۱/۴۷۸	۹	۱	۲۸/۷۰۸
۴۰	۰/۱۱۰	۱۰	۰/۰۲۷	۴۰	۶/۵۷۱	۱۰	۱/۶۴۳	۱۰	۱	۳۸/۵۶۵
۴۱	۰/۱۱۲	۱۱	۰/۰۳۰	۴۱	۶/۷۳۵	۱۱	۱/۸۰۷	۱۱	۱	۴۸/۴۲۱
۴۲	۰/۱۱۵	۱۲	۰/۰۳۳	۴۲	۶/۹۰۰	۱۲	۱/۹۷۱	۱۲	۱	۵۸/۲۷۸
۴۳	۰/۱۱۸	۱۳	۰/۰۳۶	۴۳	۷/۰۶۴	۱۳	۲/۱۳۶	۱۳	۲	۸/۱۳۴
۴۴	۰/۱۲۰	۱۴	۰/۰۳۸	۴۴	۷/۲۲۸	۱۴	۲/۳۰۰	۱۴	۲	۱۷/۹۹۱
۴۵	۰/۱۲۳	۱۵	۰/۰۴۱	۴۵	۷/۳۹۲	۱۵	۲/۴۶۴	۱۵	۲	۲۷/۸۴۷
۴۶	۰/۱۲۶	۱۶	۰/۰۴۴	۴۶	۷/۵۵۷	۱۶	۲/۶۲۸	۱۶	۲	۳۷/۷۰۴
۴۷	۰/۱۲۹	۱۷	۰/۰۴۷	۴۷	۷/۷۲۱	۱۷	۲/۷۹۳	۱۷	۲	۴۷/۵۶۰
۴۸	۰/۱۳۱	۱۸	۰/۰۴۹	۴۸	۷/۸۸۵	۱۸	۲/۹۵۷	۱۸	۲	۵۷/۴۱۷
۴۹	۰/۱۳۴	۱۹	۰/۰۵۲	۴۹	۸/۰۴۹	۱۹	۳/۱۲۱	۱۹	۳	۷/۲۷۳
۵۰	۰/۱۳۷	۲۰	۰/۰۵۵	۵۰	۸/۲۱۴	۲۰	۳/۲۸۵	۲۰	۳	۱۷/۱۲۹
۵۱	۰/۱۴۰	۲۱	۰/۰۵۷	۵۱	۸/۳۷۸	۲۱	۳/۴۵۰	۲۱	۳	۲۶/۹۸۶
۵۲	۰/۱۴۲	۲۲	۰/۰۶۰	۵۲	۸/۵۴۲	۲۲	۳/۶۱۴	۲۲	۳	۳۶/۸۴۲
۵۳	۰/۱۴۵	۲۳	۰/۰۶۳	۵۳	۸/۷۰۷	۲۳	۳/۷۷۸	۲۳	۳	۴۶/۶۹۹
۵۴	۰/۱۴۸	۲۴	۰/۰۶۶	۵۴	۸/۸۷۱	۲۴	۳/۹۴۳	۲۴	۳	۵۶/۵۵۵
۵۵	۰/۱۵۱	۲۵	۰/۰۶۸	۵۵	۹/۰۳۵	۲۵	۴/۱۰۷			
۵۶	۰/۱۵۳	۲۶	۰/۰۷۱	۵۶	۹/۱۹۹	۲۶	۴/۲۷۱			
۵۷	۰/۱۵۶	۲۷	۰/۰۷۴	۵۷	۹/۳۶۴	۲۷	۴/۴۳۵			
۵۸	۰/۱۵۹	۲۸	۰/۰۷۷	۵۸	۹/۵۲۸	۲۸	۴/۶۰۰			
۵۹	۰/۱۶۲	۲۹	۰/۰۷۹	۵۹	۹/۶۹۲	۲۹	۴/۷۶۴			
۶۰	۰/۱۶۴	۳۰	۰/۰۸۲	۶۰	۹/۸۵۶	۳۰	۴/۹۲۸			

برای تعیین زمان متوسط نجومی باید بر زمان متوسط خورشیدی مقدار تصحیح مربوطه را اضافه نمود

جدول IX قوس‌نیمروز : درجدول زیرقوس h داده شده‌است وقوس نیمروز عبارتست از $6^h + h$

اگر δ و φ هم علامت باشند و $h - 6^h$ میباشد اگر φ و δ مختلف‌العلامه باشند

φ \ δ	۰°	۲°	۴°	۶°	۸°	۱۰°	۱۲°	۱۴	۱۶°	۱۸°	۲۰°	۲۲°
	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
۰°	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۰	۰ ۰
۴	۰	۱	۱	۲	۲	۳	۳	۴	۵	۵	۶	۶
۸	۰	۱	۲	۳	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۲	۱۳
۱۲	۰	۲	۳	۵	۷	۹	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
۱۶	۰	۲	۵	۷	۹	۱۲	۱۴	۱۶	۱۹	۲۱	۲۴	۲۷
۲۰	۰	۳	۶	۹	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴	۲۷	۳۰	۳۴
۲۲	۰	۳	۶	۱۰	۱۳	۱۶	۲۰	۲۳	۲۷	۳۰	۳۴	۳۸
۲۴	۰	۴	۷	۱۱	۱۴	۱۸	۲۲	۲۶	۳۰	۳۳	۳۷	۴۱
۲۶	۰	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰	۲۴	۲۸	۳۲	۳۶	۴۱	۴۵
۲۸	۰	۴	۹	۱۳	۱۷	۲۲	۲۶	۳۰	۳۵	۴۰	۴۵	۵۰
۳۰	۰	۵	۹	۱۴	۱۹	۲۳	۲۸	۳۳	۳۸	۴۳	۴۹	۵۴
۳۲	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۱	۳۶	۴۱	۴۷	۵۳	۵۸
۳۴	۰	۵	۱۱	۱۶	۲۲	۲۷	۳۳	۳۹	۴۵	۵۱	۵۷	۱ ۳
۳۶	۰	۶	۱۲	۱۸	۲۳	۲۹	۳۶	۴۲	۴۸	۵۵	۱ ۱	۱ ۸
۳۸	۰	۶	۱۳	۱۹	۲۵	۳۲	۳۸	۴۵	۵۲	۵۹	۱ ۶	۱ ۱۴
۴۰	۰	۷	۱۳	۲۰	۲۷	۳۴	۴۱	۴۸	۵۶	۱ ۳	۱ ۱۱	۱ ۱۹
۴۲	۰	۷	۱۴	۲۲	۲۹	۳۷	۴۴	۵۲	۱ ۰	۱ ۸	۱ ۱۷	۱ ۲۵
۴۴	۰	۸	۱۵	۲۳	۳۱	۳۹	۴۷	۵۶	۱ ۴	۱ ۱۳	۱ ۲۲	۱ ۳۲
۴۵	۰	۸	۱۶	۲۴	۳۲	۴۱	۴۹	۵۸	۱ ۷	۱ ۱۶	۱ ۲۵	۱ ۳۵
۴۶	۰	۸	۱۷	۲۵	۳۳	۴۲	۵۱	۱ -	۱ ۹	۱ ۱۹	۱ ۲۹	۱ ۳۹
۴۷	۰	۹	۱۷	۲۶	۳۵	۴۴	۵۳	۱ ۲	۱ ۱۲	۱ ۲۲	۱ ۳۲	۱ ۴۳
۴۸	۰	۹	۱۸	۲۷	۳۶	۴۵	۵۵	۱ ۴	۱ ۱۴	۱ ۲۵	۱ ۳۵	۱ ۴۷
۴۹	۰	۹	۱۸	۲۸	۳۷	۴۷	۵۷	۱ ۷	۱ ۱۷	۱ ۲۸	۱ ۳۹	۱ ۵۱
۵۰	۰	۱۰	۱۹	۲۹	۳۹	۴۹	۵۹	۱ ۹	۱ ۲۰	۱ ۳۱	۱ ۴۳	۱ ۵۵
۵۱	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۱ ۱	۱ ۱۲	۱ ۲۳	۱ ۳۵	۱ ۴۷	۲ -
۵۲	۰	۱۰	۲۱	۳۱	۴۱	۵۲	۱ ۳	۱ ۱۴	۱ ۲۶	۱ ۳۸	۱ ۵۱	۲ ۵
۵۳	۰	۱۱	۲۱	۳۲	۴۳	۵۴	۱ ۶	۱ ۱۷	۱ ۲۹	۱ ۴۲	۱ ۵۶	۲ ۱۰
۵۴	۰	۱۱	۲۲	۳۳	۴۵	۵۶	۱ ۸	۱ ۲۰	۱ ۳۳	۱ ۴۶	۲ ۰	۲ ۱۵
۵۵	۰	۱۱	۲۳	۳۵	۴۶	۵۸	۱ ۱۱	۱ ۲۳	۱ ۳۷	۱ ۵۱	۲ ۵	۲ ۲۱
۵۶	۰	۱۲	۲۴	۳۶	۴۸	۱ ۱	۱ ۱۳	۱ ۲۷	۱ ۴۱	۱ ۵۵	۲ ۱۱	۲ ۲۷
۵۷	۰	۱۲	۲۵	۳۷	۵۰	۱ ۳	۱ ۱۶	۱ ۳۰	۱ ۴۵	۲ ۰	۲ ۱۶	۲ ۳۴
۵۸	۰	۱۳	۲۶	۳۹	۵۲	۱ ۶	۱ ۱۹	۱ ۳۴	۱ ۴۹	۲ ۵	۲ ۲۲	۲ ۴۱
۵۹	۰	۱۳	۲۷	۴۰	۵۴	۱ ۸	۱ ۲۳	۱ ۳۸	۱ ۵۴	۲ ۱۱	۲ ۲۹	۲ ۴۹
۶۰	۰	۱۴	۲۸	۴۲	۵۶	۱ ۱۱	۱ ۲۶	۱ ۴۲	۱ ۵۹	۲ ۱۷	۲ ۳۶	۲ ۵۸
۶۱	۰	۱۴	۲۹	۴۴	۵۹	۱ ۱۴	۱ ۳۰	۱ ۴۷	۲ ۵	۲ ۲۴	۲ ۴۴	۳ ۷
۶۲	۰	۱۵	۳۰	۴۶	۱ ۱	۱ ۱۷	۱ ۳۴	۱ ۵۲	۲ ۱۱	۲ ۳۱	۲ ۵۳	۳ ۱۸
۶۳	۰	۱۶	۳۲	۴۸	۱ ۴	۱ ۲۱	۱ ۳۹	۱ ۵۷	۲ ۱۷	۲ ۳۸	۳ ۲	۳ ۳۰
۶۴	۰	۱۶	۳۳	۵۰	۱ ۷	۱ ۲۵	۱ ۴۳	۲ ۳	۲ ۲۴	۲ ۴۷	۳ ۱۳	۳ ۴۴
۶۵	۰	۱۷	۳۴	۵۲	۱ ۱۰	۱ ۲۹	۱ ۴۸	۲ ۹	۲ ۳۲	۲ ۵۷	۳ ۲۵	۴ ۱۰

δ / φ	۲۲°		۲۴°		۲۶°		۲۸°		۳۰°		۳۲°		۳۴°		۳۶°		۳۸°		۴۰°		۴۲°		۴۴°		۴۶°	
	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m	h	m
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۴		۶		۷		۸		۹		۹		۱۰		۱۱		۱۲		۱۳		۱۳		۱۴		۱۵		۱۷
۸		۱۳		۱۴		۱۶		۱۷		۱۹		۲۰		۲۲		۲۳		۲۵		۲۷		۲۹		۳۱		۳۳
۱۲		۲۰		۲۲		۲۴		۲۶		۲۸		۳۱		۳۳		۳۶		۳۸		۴۱		۴۴		۴۷		۵۱
۱۶		۲۷		۲۹		۳۲		۳۵		۳۸		۴۰		۴۵		۴۸		۵۲		۵۶	۱	۰	۱	۴	۱	۹
۲۰		۳۴		۳۷		۴۱		۴۵		۴۹		۵۳		۵۷	۱	۱	۱	۶	۱	۱۱	۱	۱۷	۱	۲۲	۱	۲۹
۲۲		۳۸		۴۱		۴۵		۵۰		۵۴		۵۸	۱	۲	۱	۸	۱	۱۴	۱	۱۹	۱	۲۵	۱	۳۲	۱	۳۹
۲۴		۴۱		۴۶		۵۰		۵۵	۱	۰	۱	۵	۱	۱۰	۱	۱۵	۱	۲۱	۱	۲۸	۱	۳۵	۱	۴۲	۱	۵۰
۲۶		۴۵		۵۰		۵۵	۱	۰	۱	۵	۱	۱۱	۱	۱۷	۱	۲۳	۱	۳۰	۱	۳۷	۱	۴۴	۱	۵۲	۲	۱
۲۸		۵۰		۵۵	۱	۰	۱	۶	۱	۱۱	۱	۱۸	۱	۲۴	۱	۳۱	۱	۳۸	۱	۴۶	۱	۵۴	۲	۴	۲	۱۴
۳۰		۵۴	۱	۰	۱	۵	۱	۱۲	۱	۱۸	۱	۲۵	۱	۳۲	۱	۳۹	۱	۴۷	۱	۵۶	۲	۵	۲	۱۶	۲	۲۷
۳۲		۵۸	۱	۵	۱	۱۱	۱	۱۸	۱	۲۵	۱	۳۲	۱	۴۰	۱	۴۸	۱	۵۷	۲	۶	۲	۱۷	۲	۲۸	۲	۴۱
۳۴	۱	۳	۱	۱۰	۱	۱۷	۱	۲۴	۱	۳۲	۱	۴۰	۱	۴۸	۱	۵۷	۲	۷	۲	۱۸	۲	۳۰	۲	۴۳	۲	۵۷
۳۶	۱	۸	۱	۱۶	۱	۲۳	۱	۳۱	۱	۳۹	۱	۴۸	۱	۵۷	۲	۷	۲	۱۸	۲	۳۰	۲	۴۳	۲	۵۸	۳	۱۵
۳۸	۱	۱۴	۱	۲۱	۱	۳۰	۱	۳۸	۱	۴۷	۱	۵۷		۷	۲	۱۸	۲	۳۰	۲	۴۴	۲	۵۹	۳	۱۶	۳	۳۶
۴۰	۱	۱۹	۱	۲۸	۱	۳۷	۱	۴۶	۱	۵۶	۲	۶	۲	۱۸	۲	۳۰	۲	۴۴	۲	۵۹	۳	۱۶	۳	۳۶	۴	۱
۴۲	۱	۲۵	۱	۳۵	۱	۴۴	۱	۵۵	۲	۵	۲	۱۷	۲	۳۰	۲	۴۳	۲	۵۹	۳	۱۶	۳	۳۷	۴	۲	۴	۳۵
۴۴	۱	۳۲	۱	۴۲	۱	۵۲	۲	۴	۲	۱۶	۲	۲۸	۲	۴۳	۲	۵۸	۳	۱۶	۳	۳۶	۴	۲	۴	۳۵	۶	۰
۴۵	۱	۳۵	۱	۴۶	۱	۵۷	۲	۸	۲	۲۱	۲	۳۵	۲	۵۰	۳	۶	۳	۲۶	۳	۴۸	۴	۱۷	۵	۰		
۴۶	۱	۳۹	۱	۵۰	۲	۱	۲	۱۴	۲	۲۷	۲	۴۱	۲	۵۷	۳	۱۵	۳	۳۶	۴	۱	۴	۳۵	۶	۰		
۴۷	۱	۴۳	۱	۵۴	۲	۶	۲	۱۹	۲	۳۲	۲	۴۸	۳	۵	۳	۲۵	۳	۴۸	۴	۱۷	۵	۰				
۴۸	۱	۴۷	۱	۵۹	۲	۱۱	۲	۲۵	۲	۴۰	۲	۵۶	۳	۱۴	۳	۳۵	۴	۱	۴	۳۵	۶	۰				
۴۹	۱	۵۱	۲	۳	۲	۱۷	۲	۳۱	۲	۴۶	۳	۴	۳	۲۴	۳	۴۷	۴	۱۶	۴	۵۹						
۵۰	۱	۵۵	۲	۸	۲	۲۲	۲	۳۷	۲	۵۴	۳	۱۳	۳	۳۴	۴	۰	۴	۳۴	۶	۰						
۵۱	۲	۰	۲	۱۳	۲	۲۸	۲	۴۴	۳	۲	۳	۲۲	۳	۴۶	۴	۱۵	۴	۵۹								
۵۲	۲	۵	۲	۱۹	۲	۳۵	۲	۵۲	۳	۱۱	۳	۳۲	۳	۵۹	۴	۳۴	۶	۰								
۵۳	۲	۱۰	۲	۲۵	۲	۴۱	۳	۰	۳	۲۰		۴۴	۳	۱۴	۴	۵۸										
۵۴	۲	۱۵	۲	۳۱	۲	۴۹	۳	۸	۳	۳۰	۳	۵۷	۴	۳۳	۶	۰										
۵۵	۲	۲۱	۲	۳۸	۲	۵۷	۳	۱۸	۳	۴۲	۴	۱۳	۴	۵۸												
۵۶	۲	۲۷	۲	۴۵	۳	۵	۳	۲۸	۳	۵۵	۴	۳۲	۶	۰												
۵۷	۲	۳۴	۲	۵۳	۳	۱۵	۳	۴۰	۴	۱۱	۴	۵۷														
۵۸	۲	۴۱	۳	۲	۳	۲۵	۳	۵۳	۴	۳۰	۶	۰														
۵۹	۲	۴۹	۳	۱۱	۳	۳۷	۴	۹	۴	۵۶																
۶۰	۲	۵۸	۳	۲۲	۳	۵۱	۴	۲۸	۶	۰																
۶۱	۳	۷	۳	۳۴	۴	۷	۴	۵۴																		
۶۲	۳	۱۸	۳	۴۷	۴	۲۶	۶	۰																		
۶۳	۳	۳۰	۴	۴	۴	۵۳																				
۶۴	۳	۴۴	۴	۲۴	۶	۰																				
۶۵	۴	۱۰	۴	۵۱																						

اسفند	E (m s)	بهمن	E (m s)	دی	E (m s)	آذر	E (m s)	آبان	E (m s)	مهر	E (m s)
۱	+۱۳ ۴۹	۱	+۱۱ ۲۳	۱	−۱ ۱۶	۱	−۱۳ ۴۷	۱	−۱۵ ۴۰	۱	−۷ ۴۲
۲	+۱۳ ۴۲	۲	+۱۱ ۳۹	۲	−۰ ۴۶	۲	−۱۳ ۳۰	۲	−۱۵ ۴۸	۲	−۸ ۳
۳	+۱۳ ۳۴	۳	+۱۱ ۵۵	۳	−۰ ۱۶	۳	−۱۳ ۱۳	۳	−۱۵ ۵۵	۳	−۸ ۲۳
۴	+۱۳ ۲۶	۴	+۱۲ ۱۰	۴	+۰ ۱۴	۴	−۱۲ ۵۵	۴	−۱۶ ۱	۴	−۸ ۴۴
۵	+۱۳ ۱۸	۵	+۱۲ ۲۴	۵	+۰ ۴۳	۵	−۱۲ ۳۶	۵	−۱۶ ۶	۵	−۹ ۴
۶	+۱۳ ۹	۶	+۱۲ ۳۷	۶	+۱ ۱۳	۶	−۱۲ ۱۷	۶	−۱۶ ۱۱	۶	−۹ ۲۴
۷	+۱۲ ۵۹	۷	+۱۲ ۵۰	۷	+۱ ۴۲	۷	−۱۱ ۵۶	۷	−۱۶ ۱۵	۷	−۹ ۴۴
۸	+ ۲ ۴۸	۸	+۱۳ ۲	۸	+۲ ۱۲	۸	−۱۱ ۳۵	۸	−۱۶ ۱۹	۸	−۱۰ ۴
۹	+۱۲ ۳۸	۹	+۱۳ ۱۳	۹	+۲ ۴۱	۹	−۱۱ ۱۴	۹	−۱۶ ۲۱	۹	−۱۰ ۲۳
۱۰	+۱۲ ۲۶	۱۰	+۱۳ ۲۳	۱۰	+۳ ۹	۱۰	−۱۰ ۵۲	۱۰	−۱۶ ۲۳	۱۰	−۱۰ ۴۲
۱۱	+۱۲ ۱۴	۱۱	+۱۳ ۳۲	۱۱	+۳ ۳۸	۱۱	−۱۰ ۲۹	۱۱	−۱۶ ۲۴	۱۱	−۱۱ ۱
۱۲	+۱۲ ۲	۱۲	+۱۳ ۴۰	۱۲	+۴ ۶	۱۲	−۱۰ ۵	۱۲	−۱۶ ۲۴	۱۲	−۱۱ ۲۰
۱۳	+۱۱ ۴۹	۱۳	+۱۳ ۴۸	۱۳	+۴ ۳۴	۱۳	−۹ ۴۱	۱۳	−۱۶ ۲۳	۱۳	−۱۱ ۳۸
۱۴	+۱۱ ۳۶	۱۴	+۱۳ ۵۵	۱۴	+۵ ۱	۱۴	−۹ ۱۶	۱۴	−۱۶ ۲۲	۱۴	−۱۱ ۵۵
۱۵	+۱۱ ۲۲	۱۵	+۱۴ ۱	۱۵	+۵ ۲۸	۱۵	−۸ ۵۱	۱۵	−۱۶ ۲۰	۱۵	−۱۲ ۱۳
۱۶	+۱۱ ۷	۱۶	+۱۴ ۶	۱۶	+۵ ۵۵	۱۶	−۸ ۲۶	۱۶	−۱۶ ۱۷	۱۶	−۱۲ ۳۰
۱۷	+۱۰ ۵۳	۱۷	+۱۴ ۱۰	۱۷	+۶ ۲۱	۱۷	−۷ ۵۹	۱۷	−۱۶ ۱۳	۱۷	−۱۲ ۴۶
۱۸	+۱۰ ۳۸	۱۸	+۱۴ ۱۴	۱۸	+۶ ۴۷	۱۸	−۷ ۳۳	۱۸	−۱۶ ۸	۱۸	−۱۳ ۲
۱۹	+۱۰ ۲۲	۱۹	+۱۴ ۱۶	۱۹	+۷ ۱۲	۱۹	−۷ ۶	۱۹	−۱۶ ۲	۱۹	−۱۳ ۱۸
۳۰	+۱۰ ۷	۲۰	+۱۴ ۱۸	۲۰	+۷ ۳۵	۲۰	−۶ ۳۸	۲۰	−۱۵ ۵۶	۲۰	−۱۳ ۳۳
۲۱	+۹ ۵۱	۲۱	+۱۴ ۱۹	۲۱	+۸ ۰	۲۱	−۶ ۱۰	۲۱	−۱۵ ۴۸	۲۱	−۱۳ ۴۷
۲۲	+۹ ۳۴	۲۲	+۱۴ ۱۹	۲۲	+۸ ۲۳	۲۲	−۵ ۴۲	۲۲	−۱۵ ۴۰	۲۲	−۱۴ ۱
۲۳	+۹ ۱۷	۲۳	+۱۴ ۱۹	۲۳	+۸ ۴۶	۲۳	−۵ ۱۳	۲۳	−۱۵ ۳۱	۲۳	−۱۴ ۱۵
۲۴	+۹ ۱	۲۴	+۱۴ ۱۸	۲۴	+۹ ۸	۲۴	−۴ ۴۴	۲۴	−۱۵ ۲۱	۲۴	−۱۴ ۲۸
۲۵	+۸ ۴۳	۲۵	+۱۴ ۱۶	۲۵	+۹ ۲۹	۲۵	−۴ ۱۵	۲۵	−۱۵ ۱۰	۲۵	−۱۴ ۴۰
۲۶	+۸ ۲۶	۲۶	+۱۴ ۱۳	۲۶	+۹ ۵۰	۲۶	−۳ ۴۶	۲۶	−۱۴ ۵۸	۲۶	−۱۴ ۵۱
۲۷	+۸ ۸	۲۷	+۱۴ ۹	۲۷	+۱۰ ۱۰	۲۷	−۳ ۱۶	۲۷	−۱۴ ۴۶	۲۷	−۱۵ ۲
۲۸	+۷ ۵۱	۲۸	+۱۴ ۵	۲۸	+۱۰ ۲۹	۲۸	−۲ ۴۶	۲۸	−۱۴ ۳۲	۲۸	−۱۵ ۱۳
۲۹	+۷ ۳۳	۲۹	+۱۴ ۰	۲۹	+۱۰ ۴۸	۲۹	−۲ ۱۶	۲۹	−۱۴ ۱۸	۲۹	−۱۵ ۲۳
		۳۰	+۱۳ ۵۵	۳۰	+۱۱ ۶	۳۰	−۱ ۴۶	۳۰	−۱۴ ۳	۳۰	−۱۵ ۳۲

مثلا برای تعیین ظهرحقیقی درایران مقدار E را در L+۱۲^h از جدول فوق تعیین نموده و زمان قانونی لحظه ظهرعبارتست از ۱۵/۵^h+L+E

جدول XI برای سال ۱۳۴۷ تنظیم‌شده است ولی این جدول را بطور تقریب برای سالهای دیگر نیزمیتوان بکاربرد و دراینحال حد اکثر تقریب کمتراز ۳۰ ثانیه است

لطفاً قبل از مطالعه غلط ها را اصلاح فرمائید

صفحه	سطر	غلط	درست
۲	۱۲	ox	oxy
۲	۲۴	$\widehat{MA}$	$\widehat{MA'}$
۵	۸	زاویای	زوایای
۹	۲	$(A+B+C)$	$۲(A+B+C)$
۱۰	۲	مسطه	مسطحه
۱۱	۸	xoy_1	x_1oy
۱۵	۴	خاصل	حاصل
۱۵	۲۱	$\sin B\cos C\cos a$	$\sin B\sin C\cos a$
۱۶	۱۶	$\sin a\sin b\sin^۲ B$	$\sin a\sin c\sin^۲ B$
۱۶	۱۷	دوم	سوم
۱۸	۲۴	ضلع C	ضلع c
۲۰	۷	برای مسئله	برای حل مسئله
۲۴	۱۴	-	—

صفحه	سطر	غلط	درست
۲۶	۱۶	$\cos\frac{b+c}{2}($	$\cos\frac{b+c}{2}+($
۲۸	۶	$\sin\frac{p}{2}\sin\frac{p-a}{2}\sin\frac{p-b}{2}\sin\frac{p-c}{2}$	$\sin p\sin(p-a)\sin(p-b)\sin(p-c)$
۲۹	۱۰	مستقل	متمایز
۳۴	۱۱	$tg\frac{a}{2}$	$tg\frac{A}{2}$
۳۷	۱۰	تعین	تعیین
۳۸	۱د	cas	$\cos$
۳۸	۱۶	cas	$\cos$
۴۷	۴	فرض میکنم	فرض میکنیم
۴۷	۱۸	شش	یا شش
۴۷	۱۲	مشخض	مشخص
۴۸	۵	میکزن	میکرن
۵۰	۱۹	$\frac{1^h}{60}$	$\frac{1^h}{15}$
۵۴	۲و۳و۴	این سطرها حذف شودو بجای آن چنین نوشته‌شود	$|x|<\frac{\pi}{2}$ باشد سری فوق طبق قانون دالامبر همگراست پس حد $\left|\frac{u_{n+1}}{u_n}\right|$ برابر است با $\frac{4}{\pi^2}x^2$ که کوچکتر است از $\frac{4}{9}x^2$ پس بازاء جمیع مقادیر $|x|<\frac{\pi}{2}$ میتوان نوشت $\left|\frac{u_{u+1}}{u_u}\right|<\frac{4}{9}x^2=q$ و اگر از

صفحه	سطر	غلط	درست
			جمله سوم بیعداین سری راحذف کنیم قدر مطلق مجموع جملات حذف شده از $\frac{4\|x^5\|}{3(9-4x^2)} = \frac{q\|u_3\|}{1-q}$ کمتر است واگر $\|x\|<1$ باشد قدر مطلق خطاکوچکتر از $\frac{4\|x^5\|}{15}$ خواهد بود پس اگر از جمله‌دوم بیعد را حذف کنیم‌قدر مطلق خطا کوچکتر است از $\frac{4\|x^5\|}{15}+\frac{\|x^3\|}{3}$
۵۷	۱۷	درحدود "۳۴۲۲	درحدود "۳۴۲۲ می باشد
۵۷	۱۹	$x \;\; \sin x$	$x - \sin x$
۵۹	۱	$\frac{a^5}{24}$	$\frac{a^5}{120}$
۵۹	۲	این سطر حذف‌شود وبجای چنین نوشته شود	$\frac{a^5}{120} < \frac{(0/02)^5}{120} < 4\times 10^{-11} < (10^{-5})'' = 0''/00001$
۵۹	۱۷	یاید	باید
۶۰	۱	خطود	خطوط
۶۰	۲۰	متغییر	متغیر
۶۲	درشکل	$0^\circ/0005$	$0^\circ/00005$
۶۴	۱۰	مود	نمود
۶۴	۱۲	اینخال	اینحال
۶۴	۲۱	$P\hat{A}V$	$P\hat{A}B$

صفحه	سطر	غلط	درست
۶۵	۱۹	$X_{\cdot}$ و $Y_{\cdot}$ و $Z_{\cdot}$	X_0 و Y_0 و Z_0
۶۶	۱۱	مشخض	مشخص
۶۹	۲۰	$\frac{r^2}{4}$	$\frac{r^2}{2}$
۷۱	۵ و ۷	$y\,tg$	$y\,tg\theta$
۸۰	۸ و ۹	$m_{\cdot}$	m_0
۸۱	۸ و ۹	یعنی هیچیك از ستارگانیکه... وجود ندارد	(باستثنای عده‌ای از ستارگان که همواره دیده میشوند و به ستارگان دورقطبی موسومند)
۸۱	۱۵	این	آنرا
۸۱	۲۴	نپتون	اورانوس
۸۱	۲۶	پلوتون نهادند	نپتون نهادند و بعداز آن سیاره پلوتون نیز کشف گردید
۸۲	۱	کوچك	کوچك می نامند
۸۳	سطر آخر	فوالذکر	فوق الذکر
۸۴	پیکر ۷	cassiopeia	Hercules
۸۴	پیکر ۱۰	Hercules	cassiopeia
۸۵	پیکر ۱۸	پاره اسب	پاره اسب
۸۶	سطر آخر	Bridanus	Eridanus
۸۷	پیکر ۱۲	شیر	گرگ
۸۸	۹	کامبریج	کامبریج و
۸۹	۱۱	Boötea	Boötes

صفحه	سطر	غلط	درست
۸۹	۱۱	Herdsmen	Herdsman
۸۹	۱۴	(eri)	(cri)
۹۰	۶	برزانو نشسته	خداوندکرسی
۹۱	۶	باره	پاره
۹۲	۴	شبر	گرگ
۹۲	۴	Walf	Wolf
۹۵	۱	خاص :	خاص
۹۵	۷	است یا	است
۹۵	۱۹	رشار	رشا
۱۰۰	۱۸	قطهٔ	نقطهٔ
۱۰۷	۱۲	$\widehat{A_1P}$	$\widehat{AiP}$
۱۰۷	۱۴	$\vec{OA_1}\cdot\vec{OP}=x_1x_0+y_1y_0+z_1z_0$	$\vec{OAi}\cdot\vec{OP}=x_ix_0+y_0y_0+z_1z_0$
۱۰۷	۱۶	$x\frac{x_0}{\cos l}+y\frac{y_0}{\cos l}+z\frac{z_0}{\cos l}$	$x_i\frac{z_0}{\cos l}+y_i\frac{y_0}{\cos l}+z_i\frac{z_0}{\cos l}$
۱۰۹	۱	صبر	مسیر
۱۰۹	۳	لخظات	لحظات
۱۱۰	۱۱	کمی	کوچکی
۱۱۳	۱۷	شکل۲۹	شکل ۳۰
۱۱۳	۲۰	دامتداد	در امتداد

صفحه	سطر	غلط	درست
۱۱۳	۲۳	Est	Est. East
۱۱۴	۶	نقطهٔ حاصل	نقطهٔ حامل
۱۱۴	۶	سماوی	سماوی میگذرد
۱۱۴	۷	(شکل ۳۰)	(شکل ۳۰ مکرر)
۱۱۴	۸	A به	A میباشد به
۱۱۴	شکل	(شکل ۳۰)	(شکل ۳۰ مکرر)
۱۱۵	۳	زاویه	زاویه ساعتی
۱۱۵	۱۱	ستاره A را	ستاره A
۱۱۶	۱۳	ستگاه	دستگاه
۱۱۷	شکل		درشکل جای حروف B,D تعویض شود
۱۱۷	۲۰	zA =	ZC =
۱۱۸	۳	$a_2 +$	$a_2 -$
۱۱۸	۱۷	نصف‌النهر	نصف النهار
۱۲۰	۲۰	ستارگان	ستارگان را
۱۲۲	۱۷	عقربه	زائد است حذف شود
۱۲۳	۲۲	سطح	صفحه
۱۲۳	۲۴	ناقص	ناقص است
۱۲۷	۲۳	نشانه‌هاها	نشانه‌ها
۱۲۸	سرصفحه	۱۶	۲۷

صفحه	سطر	غلط	درست
۱۲۸	۱۰	۳۷	۲۷
۱۳۰	۴	زاویه	زمان
۱۳۲	۷و۸	نوار	تار
۱۳۹	۲۰	$_{s}$in	sin
۱۳۴	۱۷	کره‌ای	کره
۱۴۵	۳	۰/۰۰۰۰۰۲۴۵	۰/۰۰۰۰۲۴۵
۱۴۶	۲۷	جغرافیائی	طول جغرافیائی
۱۴۷	۱۱	بمدرو	بعدو
۱۴۸	۱	$P'\hat{Z}_1Z_2$	$P\hat{Z}_1Z_2$
۱۵۳	۱۱	ویا	و با
۱۵۷	۹	$\sin\delta$	$\sin S$
۱۶۳	سرصفحه	۳۷	۳۶
۱۶۸	۹	دوم بهمین طریق حاصل میشود	دوم حاصل میشود
۱۸۰	۷	ستارگان	ستارگانی
۱۸۱	۱	برزانو نشسته	خداوند کرسی
۱۸۱	۲	خورشد	خورشید
۱۸۲	۱۹	۸۲۶	۲۶/۸″
۱۸۳	۱۲	$\lambda'\gamma$	$\gamma'\gamma$
۱۸۳	۲۵	celesial	celestial
۱۸۵	۲۴	ss′	s′s

صفحه	سطر	غلط	درست
۱۸۷	۱۱	رضد	رصد
۱۸۸	۲۶و۲۷	سطر ۲۶ حذف شود و سطر ۲۷ نیز تا کلمه «ودر» حذف گردد	
۱۹۰	۱۵	x^{1}	oxy
۱۹۰	۱۷	$s_1s' = \frac{ss' \times b}{a}$	$s_1s = \frac{s_1s' \times b}{a}$
۱۹۱	۸	سطحPOSازسطح‌مثلثTOS	سطح مثلث TOS از سطح POS
۱۹۱	۱۴	۲π	$\frac{2\pi}{A}$
۱۹۴	۱۱	$s = \frac{s}{r} s_0$	$s = \frac{a}{r} s_0$
۱۹۶	۲۵	۳۵۱/۴۱	۳۵۳/۴۱
۱۹۶	زیرسطر ۲۵	باید اضافه شود	۴۴۲/۴۱ ابتدای بهار سال بعد
۲۰۲	۵	زمان ساعتی	زاویه ساعتی
۲۰۲	۶	مقدار است	مقداری است
۲۰۲	۷	مستیقم	مستقیم
۲۰۷	سرصفحه	۴۸	۴۹
۲۰۸	سرصفحه	۴۸	۴۹
۱۲۰	سطر آخر	Linge	Line
۲۳۱	سطر آخر	Cnomon	Gnomon

صورت کتبی که‌در تألیف این کتاب مورد مراجعه قرار گرفته است

1- L'Astronomie moderne Robert Tocquet.

2- Astronomie Générale André Danjon (1959)

3- Astrophysique Générale J.C.Pecker. E.Schatzman (1959)

4- Astronomie stellaire Jean Delhaye (1953)

5- Yearbook of Astronomy J.G.Porter

6- Connaissnce des temps (1958)

7- Grand Larousse Encyclopédique

۸- التفهیم لاوائل صناعة التنجیم ابوریحان محمد ابن احمد بیرونی

Publication No. 18

Astronomie générale

Tom 1

(Triangles sphériques; aspect du ciel; mouvement diurne; systèmes de références et leurs relations; mouvement apparent du soleil; le temps.)

Par

Dr . M . A . Saadat

Professeur de L'Université de Meched.

Imprimerie de l'Université de Meched

1968

Publication No. 18

Astronomie générale

Tom 1

(*Triangles sphériques; aspect du ciel; mouvement diurne; systèmes de références et leurs relations; mouvement apparent du soleil; le temps.*)

Par

Dr. M. A. Saadat

Professeur de L'Université de Meched.

Imprimerie de l'Université de Meched

1968

انتشارات دانشگاه مشهد شماره ۱۸

دورهٔ کامل

نجوم

جلد اول

مثلثات کروی، منظرهٔ آسمان، حرکت یومی، دستگاههای مختصات و روابط بین آنها

حرکت ظاهری خورشید، زمان

نگارش

محمدعلی سعادت

استاد دانشگاه ـ دکتر در علوم ریاضی

چاپخانه دانشگاه مشهد ۱۳۴۷





PDF